



Máster en Ingeniería Industrial

Diseño de estructuras de acero

Normativa

Acciones

Bases de cálculo

Estados límite

Materiales

Clases de secciones

Resistencia de las secciones

Estados de inestabilidad. Pandeo

Imperfecciones

Grúas puente

Vigas carril

Postes compuestos

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

Copyright © 2022 por Juan Tomás Celigüeta y tecnun (Universidad de Navarra).

Este documento está licenciado bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento – NoComercial - CompartirIgual 3.0 España (CC BY-NC-SA 3.0 ES).

Puede consultar las condiciones de dicha licencia en <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/>.





Normativa para diseño de estructuras de acero

Normativa para diseño de estructuras de acero

- **Eurocódigos (EN)**

Desarrollados por el Comité Europeo de Normalización (CEN/TC250)

Se trasladan a los estados miembros de la UE → Normas UNE-EN

- **Código Estructural**

Ministerio de Presidencia. BOE 10/Agosto/2021.

Aplicable a todas las **estructuras y elementos estructurales de acero, hormigón y mixtas, de edificación o de obra pública**

Copia parte de los Eurocódigos 2, 3 y 4 (como Anejos)

Deroga normas anteriores: EAE (acero), EHE-08 (hormigón)

- **Código Técnico de la Edificación (CTE)**

Ministerio de la Vivienda. BOE 28/Marzo/2006

Basado en el Eurocódigo 3

Sólo aplicable a estructuras de **edificación**

Eurocódigos

Conjunto de 10 Normas Europeas (EN 1990 a EN 1999) para **diseño de estructuras y trabajos de ingeniería civil y construcción.**

Eurocode EN 1990. Basis of structural design

Eurocode 1. EN 1991. Actions on structures. →

Eurocode 2. EN 1992. Design of concrete structures.

Eurocode 3. EN 1993. Design of steel structures. →

Eurocode 4. EN 1994. Design of concrete-steel structures.

Eurocode 5. EN 1995. Design of timber structures.

Eurocode 6. EN 1996. Design of masonry structures.

Eurocode 7. EN 1997. Geotechnical design

Eurocode 8. EN 1998. Design for earthquake resistance

Eurocode 9. EN 1999. Design of aluminium structures

→ Eurocódigo 1 - EN 1991 Actions on Structures

EN 1991-1 Conjunto de normas sobre acciones generales en edificios

EN 1991-1-1 Parte 1.1 Acciones generales, Pesos y sobrecargas de uso en edificios

EN 1991-1-2 Parte 1.2 Acciones en estructuras expuestas al fuego

EN 1991-1-3 Parte 1.3 Cargas de nieve

EN 1991-1-4 Parte 1.4 Acciones del viento

EN 1991-1-5 Parte 1.5 Acciones térmicas

EN 1991-1-6 Parte 1.6 Acciones durante la ejecución

EN 1991-1-7 Parte 1.7 Acciones accidentales de impacto y explosiones

EN 1991-2 Parte 2: Cargas de tráfico en puentes

EN 1991-3 Parte 3: Acciones producidas por grúas y maquinaria

EN 1991-4 Parte 4: Acciones en silos y depósitos

En principio no puede usarse en España pues el Código Estructural no lo referencia. Debe usarse el CTE DB-SE-AE Acciones

→ Eurocódigo 3 - EN 1993 Design of steel structures

EN 1993-1 Normas (12) para diseño de estructuras de acero

EN 1993-1-1 **Reglas generales y reglas para edificios**

EN 1993-1-2 Estructuras sometidas al **fuego**

EN 1993-1-3 Perfiles y chapas conformadas **en frío**

EN 1993-1-4 Aceros **inoxidables**

EN 1993-1-5 **Placas** planas cargadas en su plano

EN 1993-1-7 **Placas** cargadas transversalmente

EN 1993-1-8 **Uniones**

EN 1993-1-9 Resistencia a la **fatiga**

EN 1993-1-10 Tenacidad de **fractura** y resistencia transversal

EN 1993-1-11 **Cables** y tirantes

EN 1993-1-12 Reglas para aceros de grado **S700**

EN 1993-2 Puentes de acero

EN 1993-3 Torres, mástiles y chimeneas

EN 1993-4 Silos, tanques y tuberías

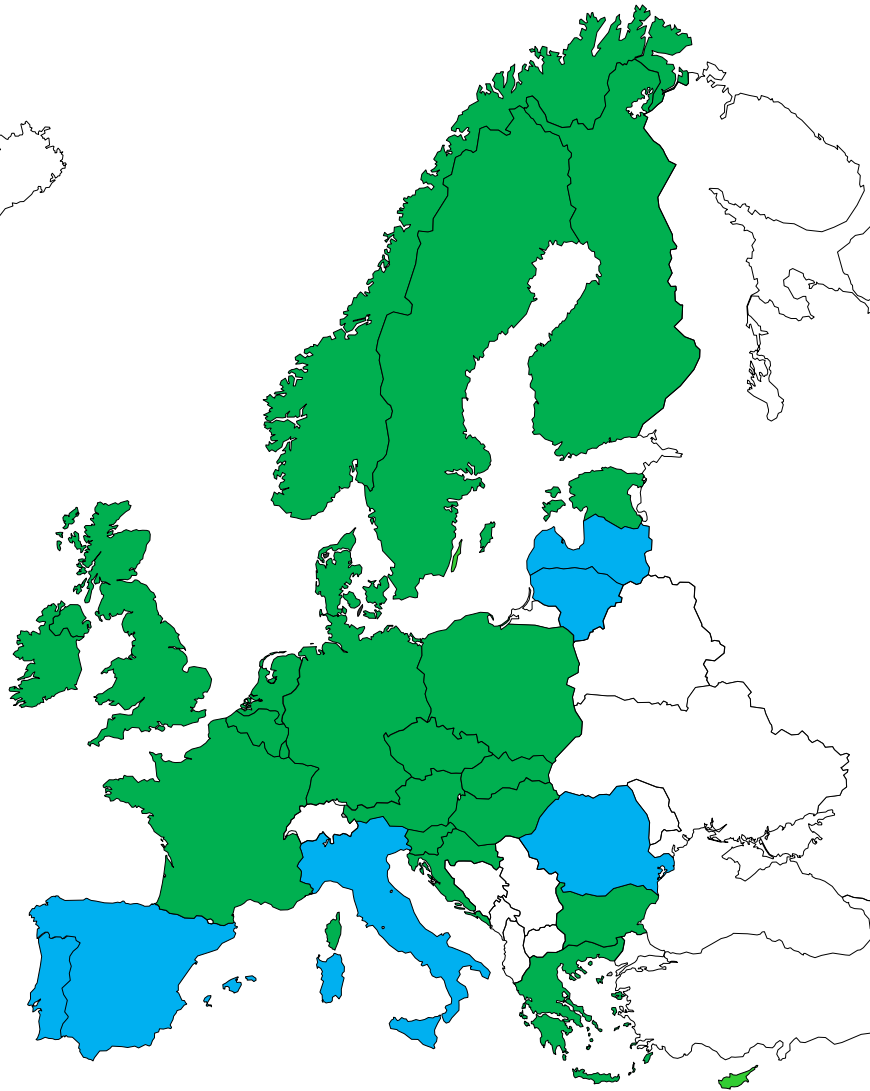
EN 1993-5 Pilotes

EN 1993-6 Estructuras de **soporte de grúas**

Eurocódigos. Funcionamiento

- **Desarrollados por el CEN**, se trasladan a cada estado miembro:
Se traduce y **publica como norma nacional** (UNE-EN-XXXX misma numeración).
- **Se añade el Anejo Nacional:** define los Parámetros de Definición Nacional
Valores o métodos alternativos que permiten adaptarse al nivel de seguridad de cada Estado, o a las condiciones climáticas o geográficas.
EN 1993-1: aprobados Anejos Nacionales de 1.1 (Reglas Generales y Edificios), 1.8 (Uniones)
1.5 (Placas en su plano), 1.9 (Fatiga), 1.10 (Fractura), 1.2 (Fuego)
- **Obligatoriedad?**
No es obligatorio en España. Hay otras normas nacionales. Pero puede usarse
La CE recomienda (directiva 2003/887/CEE):
Los estados miembro deben adoptar los ECs para proyectar y verificar estructuras
Los estados miembro **deben referirse** a los ECs en sus normativas nacionales
Los ECs se deben incluir en las especificaciones para contratos públicos
Los estados miembro **deben promover la instrucción** en el uso de los ECs, en especial
en las escuelas superiores de ingeniería y en la formación profesional continua.
Los países han: a) adoptado directamente el EC, o b) establecido normas nacionales basadas en los Eurocódigos y/o haciendo referencia a ellos

Los Eurocódigos en Europa



Datos de 2018

Países que han adoptado el Eurocódigo como norma única:

Francia, Alemania, Reino Unido, Holanda, Bélgica, Irlanda, Polonia, Suecia, Noruega, Finlandia, Dinamarca, Chequia, Eslovaquia, Grecia, Estonia, Hungría, Bulgaria

Países donde coexiste el Eurocódigo con normas nacionales:

España, Portugal, Italia, Rumanía, Letonia, Lituania

Código Estructural

Ministerio de Presidencia. BOE 10/Agosto/2021. Entrada en vigor: 10/Nov./2021

Aplicable a todas las **estructuras y elementos estructurales de acero, hormigón y mixtas de edificación o de obra pública**

Recoge en **una única norma** no sólo el diseño, sino aspectos como: ejecución, gestión de la calidad, durabilidad, vida en servicio, deconstrucción, etc.

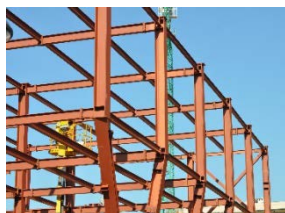
Para el diseño, emplea diferentes secciones del Eurocódigo, incluidas en los anejos.

Permite utilizar parte del Eurocódigo para el dimensionamiento →

No define las acciones exteriores. Se deben usar el Código Técnico DB SE-AE para edificios, IAP e IAPF para puentes.

No contempla los perfiles de pared delgada conformados en frío

Para edificios de acero se pueden usar indistintamente CE, EC3 o CTE DB SE-A.



Normativa para diseño de estructuras de acero

El Código Estructural permite utilizar parte de los Eurocódigos para el diseño

Artículo 3 Consideraciones generales

Para **justificar que la estructura cumple las exigencias que establece este Código, el autor del proyecto, con la conformidad de la propiedad y la dirección facultativa deberán:**

- a) adoptar soluciones técnicas de acuerdo con los procedimientos que contempla este Código, **o bien:**
- b) **adoptar, para el dimensionamiento y comprobación de la estructura en el proyecto,** los procedimientos establecidos en **los eurocódigos estructurales que se relacionan a continuación,** junto con sus correspondientes AN que se publiquen ..., cuya aplicación puede considerarse un medio para demostrar el cumplimiento de las exigencias establecidas en este Código...

UNE-EN 1990 Bases de cálculo

UNE-EN 1992-1- (1 y 2) Estructuras de hormigón

UNE-EN 1992-2 Puentes de hormigón

UNE-EN 1993-1- (1, 2, 4, 5, 8, 9, 10) Estructuras de acero

UNE-EN 1993-2 Puentes de acero

UNE-EN 1994-1- (1 y 2) Estructuras mixtas

UNE-EN 1994-2 Puentes mixtos

El Código Estructural permite utilizar todos los Eurocódigos para el sector público

Disposición adicional segunda. Sector público

En los **proyectos desarrollados para los órganos o entidades del sector público**, como alternativa a las tres opciones previstas en el artículo 3 del Código Estructural para justificar que la estructura cumple las exigencias establecidas en dicho código,

se podrán adoptar soluciones técnicas de acuerdo con los procedimientos que contemplen los **Eurocódigos** estructurales, constituidos por las normas de la serie **EN 1990 a 1999 ...**

Cuando se publiquen actualizaciones de dichos Eurocódigos, podrán utilizarse, una vez que se apruebe su AN

Código Estructural - Contenido

36 Capítulos - 124 artículos - 32 Anejos

Bases generales (capítulos 1 a 6)

1. Principios generales → Anejo 18

2 Bases para la contribución a la sostenibilidad

3. Bases para el proyecto y seguridad

4. Bases para la ejecución

5. Bases para la calidad

6. Bases para la gestión

Estructuras de hormigón (capítulos 7 a 16)

7. Criterios generales

8. Materiales

9. Durabilidad

10. Dimensionamiento y comprobación → Anejos 19 a 21

11. Ejecución

12, 13, 14 Gestión de la calidad

15. Gestión durante la vida de servicio

16. Deconstrucción

Estructuras de acero (capítulos 17 a 26)

17. Criterios generales

18. Materiales

19. Durabilidad

20. Dimensionamiento y comprobación → Anejos 22 a 29

21. Fabricación y montaje

22, 23, 24 Gestión de la calidad

25 Gestión durante la vida de servicio

26. Deconstrucción




Estructuras mixtas (capítulos 27 a 36)

Estructura similar a los capítulos 7 a 16

Anejos

Muchos de ellos (18 al 32) coinciden con secciones del Eurocódigo

Anejos del Código Estructural - Equivalencia con el Eurocódigo

Anejo 18	Bases de cálculo de estructuras (modificado Anejo A.1)	UNE-EN 1990	
Anejo 19	Estructuras de hormigón. Reglas generales y para edificios	UNE-EN 1992-1-1	
Anejo 20	Estructuras de hormigón sometidas a fuego	UNE-EN 1992-1-2	
Anejo 21	Puentes de hormigón	UNE-EN 1992-2	
Anejo 22	Estructuras de acero. Reglas generales y para edificios	UNE-EN 1993-1-1	
Anejo 23	Estructuras de acero sometidas a fuego	UNE-EN 1993-1-2	
Anejo 24	Aceros inoxidables	UNE-EN 1993-1-4	
Anejo 25	Placas planas cargadas en su plano	UNE-EN 1993-1-5	
Anejo 26	Estructuras de acero. Uniones	UNE-EN 1993-1-8	
Anejo 27	Resistencia a la fatiga	UNE-EN 1993-1-9	
Anejo 28	Tenacidad y fractura	UNE-EN 1993-1-10	
Anejo 29	Puentes de acero	UNE-EN 1993-2	
Anejo 30	Estructuras mixtas hormigón-acero. Reglas generales para edificación	UNE-EN 1994-1-1	
Anejo 31	Estructuras mixtas hormigón-acero sometidas a fuego	UNE-EN 1994-1-2	
Anejo 32	Estructuras mixtas hormigón-acero. Puentes	UNE-EN 1994-2	

Anejos del Código Estructural

Los anejos del Código Estructural **son iguales** que las normas UNE-EN:

- Mismo contenido técnico, notación, ecuaciones, valores, tablas y dibujos
- Misma estructura y numeración de los párrafos
- Las tablas y figuras tienen la misma numeración que en UNE-EN, añadiendo Axx por delante.

Existen diferencias en la redacción del texto, pero con el mismo significado (Se ha eliminado el condicional empleado en UNE-EN)

No se indica en cada Anejo que, en realidad, es una copia de la norma UNE

No todos los Eurocódigos están incluidos en los anejos

En el Anejo 18 se suprime el Anexo A1 (normativo) "Aplicación a edificios" de EN 1990, en el que se dan métodos para establecer las combinaciones de acciones, y en su lugar se hace referencia al Código Técnico.

Eurocódigos no incluidos en el Código Estructural

UNE-EN 1991	Acciones sobre las estructuras
UNE-EN 1993-1-3	Perfiles conformados en frío
UNE-EN 1993-1-6	Resistencia de láminas
UNE-EN 1993-1-7	Placas cargadas transversalmente
UNE-EN 1997	Geotecnia y cimientos
UNE-EN 1998	Diseño sísmico

Acciones. En principio deben determinarse en base al CTE DB-SE-AE Acciones

Cimientos. En principio deben diseñarse en base al CTE DB-SE-AC Cimientos

Diseño sísmico. Debe efectuarse en base a las normas nacionales:

NCSE 02 Norma de Construcción Sismorresistente

NCSP 07 Norma de Construcción Sismorresistente. Puentes

Código Técnico de la Edificación (CTE)

- Aplicable a todas las obras de edificación BOE: RD 314/2006.
No aplica a otras estructuras: puentes, depósitos, antenas, silos, chimeneas, etc.
- Desarrollado por el Ministerio de la Vivienda. Basado en el Eurocódigo 3
- CTE Parte 1: Disposiciones generales
- Documentos básicos DB: especificaciones detalladas

DB SE: Seguridad Estructural

DB SE-AE: Acciones en la edificación

DB SE-A: Acero

DB SE-AC: Cimientos

DB SE-F: Fábrica

DB SE-M: Madera

DB SE-SI: Seguridad contra incendios

DB SE-SUA: Seguridad de utilización y accesibilidad

Otros: DB SE-HR: Ruido, DB SE-HS: Salubridad, DB SE-HE: Energía,

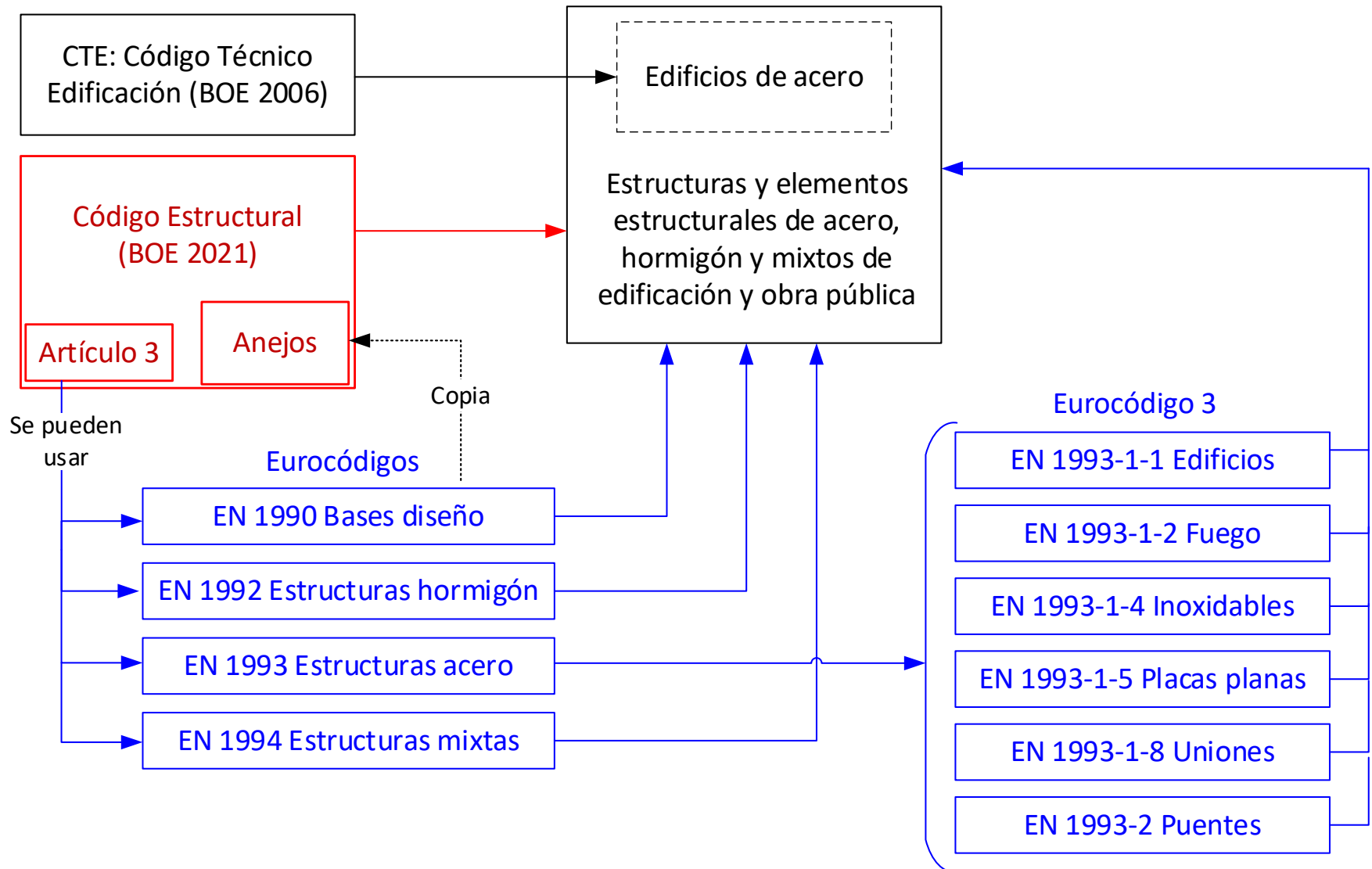
DB SUA: Utilización y accesibilidad,



Código Técnico de la Edificación (CTE)

- CTE está vigente actualmente para edificación.
 - Deroga las normas anteriores NBE EA 95, AE 88.
- Debe usarse conjuntamente con:
 - NCSE-02: Norma sismo-resistente
 - EFHE: Instrucción para forjados de hormigón prefabricados
- Para estructuras existe una norma más actual y general:
 - Código Estructural (2021)

Normativa para diseño de estructuras en acero. Resumen





Acciones sobre las estructuras

UNE-EN 1990
Código Estructural Anejo 18
CTE DB SE-AE

Acciones

- Todos los **efectos que producen esfuerzos o deformaciones** en la estructura. Cada una corresponde a un fenómeno físico.
- Por su **naturaleza**:
 - Fuerzas **directas**: pesos, sobrecargas de uso, viento, nieve...
 - Acciones **indirectas**: temperatura, movimiento de los apoyos, seísmos
- Por su **variación** en el tiempo:
 - **Permanentes** (G) constantes en magnitud y posición: pesos fijos
 - **Variables** (Q): Varían de forma frecuente, no monótona
 - Sobrecargas de uso, acciones climáticas (nieve, viento), grúas
 - **Accidentales** (A): pequeña probabilidad de actuación, pero gran magnitud
 - Seísmo A_E , incendio, impactos
- Por su **respuesta estructural**: estáticas, dinámicas.

Valores de una acción

Valor característico:

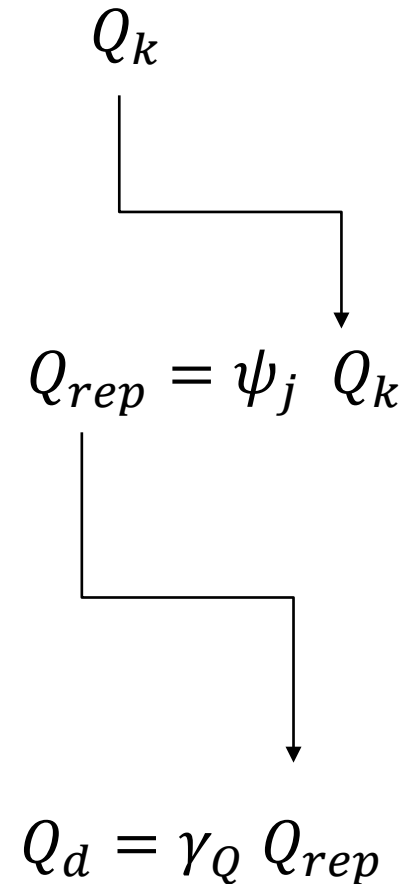
El valor de **referencia** para el diseño Q_k

Valor representativo:

El valor empleado para la comprobación de los estados límites, **combinando** unas acciones y otras. Se tiene en cuenta que todas las acciones no ocurren a la vez (coeficiente de simultaneidad $\psi_j \leq 1$)

Valor de cálculo:

El producto del valor representativo por un **coeficiente de seguridad** (coeficiente parcial de acción) γ_Q



Valor característico de una acción G_k, Q_k

Es el valor de referencia usado para el diseño

Puede ser: valor medio, valor nominal o valor con una probabilidad de no ser superado en la vida útil. Suelen estar basados en un periodo de retorno de 50 años

De forma coloquial: es el valor que realmente puede adoptar la acción en la naturaleza

Están **indicados en las normas:**

Pesos, viento, nieve, sobrecargas de uso en edificios: **DB SE-AE** (o EN 1991-1)

Terreno: DB SE-C, EN 1997

Puentes: IAP e IAPF, EN 1991-2

Incendio: DB-SI, EN 1991-1-2

Sísmicas: NSCE-02, EN 1998

Grúas, máquinas: UNE-EN 1991-3

Ejemplos:

Valor característico de la nieve:

En SS: 0.3 kN/m^2

En Madrid: 0.6 kN/m^2

Sobrecarga de uso:

En viviendas: 2 kN/m^2

En supermercados: 5 kN/m^2

Valor representativo de una acción

Es el valor empleado para la comprobación de los estados límites.

Acciones **permanentes** (G): mismo valor que el característico $G_{rep} \equiv G_k$

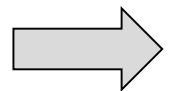
Acciones **accidentales** (A): mismo valor que el característico $A_{rep} \equiv A_k$

Acciones **variables** (Q):

- Es poco probable que todas las acciones variables se presenten a la vez con su valor característico (sobrecargas, viento, nieve, etc.) y que eso ocurra a la vez que las acciones accidentales.
- El valor representativo de una acción variable Q_{rep} , es igual al valor característico afectado de un **coeficiente de simultaneidad** $\psi_j < 1$:

$$Q_{rep} = \psi_j Q_k$$

Existen 3 valores representativos (ψ_0, ψ_1, ψ_2), en función del tipo de acción y de la probabilidad de actuar de forma simultánea entre las distintas acciones variables y accidentales



Acciones variables Q. Valor representativo 0: de combinación

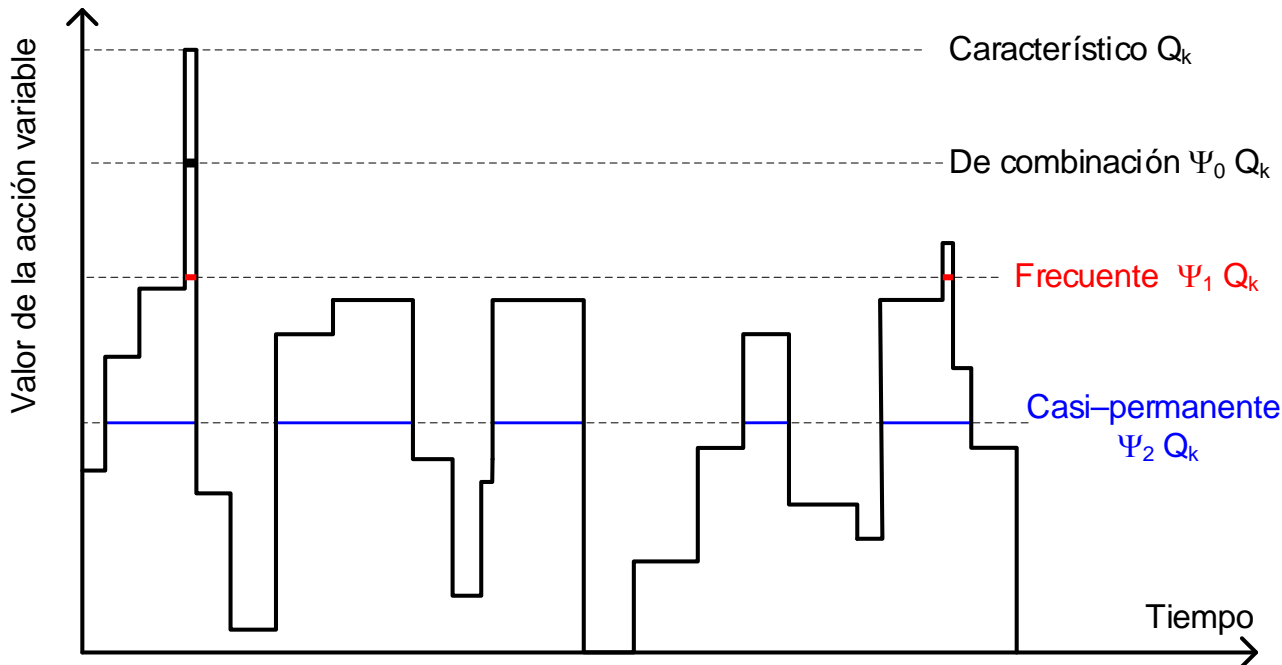
Valor de combinación $\psi_0 Q_{k,j}$: el valor con el que representamos a una acción variable (j) cuando actúa simultáneamente (se combina) con otra (i) cuya intensidad sea máxima (acción determinante i):

Se usa para combinar varias acciones variables entre sí.

$$Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \psi_0 Q_{k,j}$$

$$Q_{k,nieve} + 0.6 Q_{k,viento}$$

$$Q_{k,viento} + 0.5 Q_{k,nieve}$$



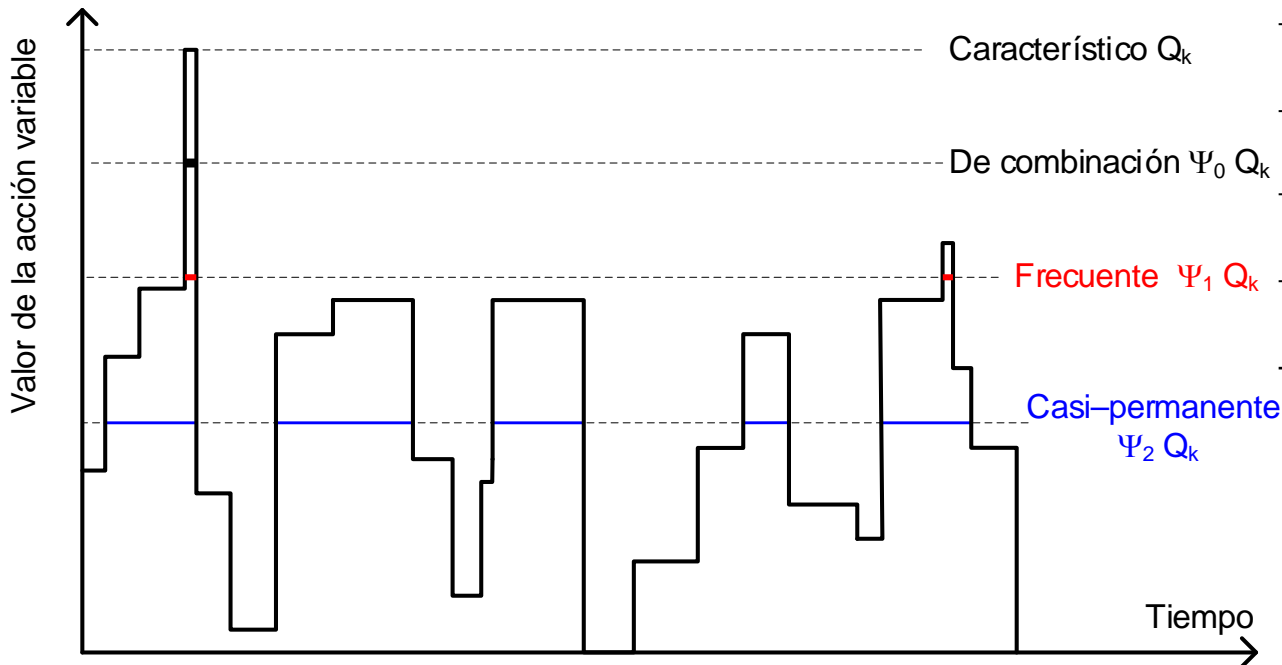
	ψ_0
SC oficinas	0.7
SC comercial	0.7
Viento	0.6
Nieve <1000	0.5
Nieve >1000	0.7
SC cubierta no accesible	0.0

Acciones variables Q. Valores representativos 1 y 2

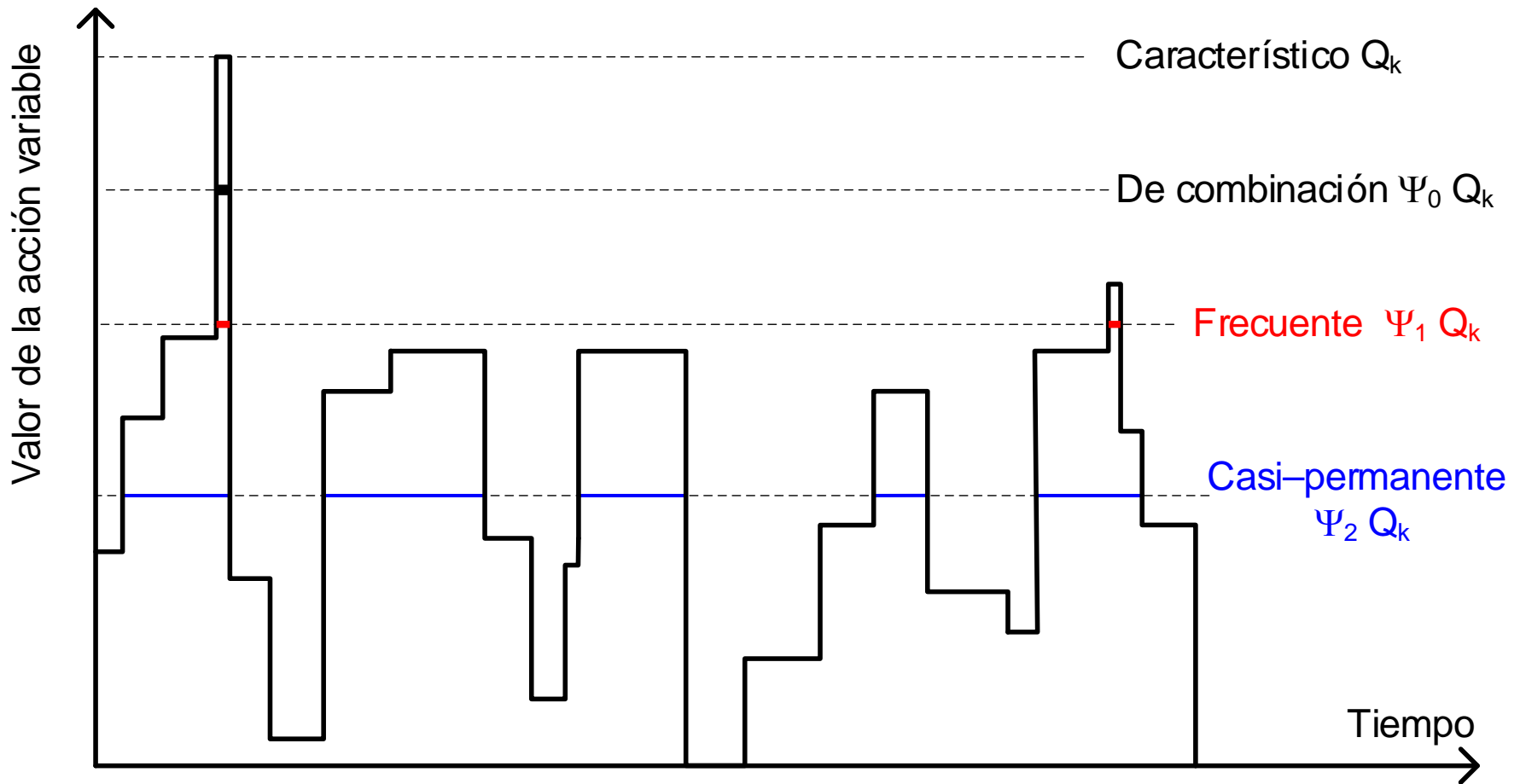
Valor frecuente $\psi_1 Q_{k,i}$: el valor que es sobrepasado sólo en periodos de corta duración durante un tiempo de referencia (0.01 para edificios).

Valor cuasi-permanente $\psi_2 Q_{k,j}$: el valor que es sobrepasado en una gran parte del tiempo de referencia (0.5 para edificios).

	ψ_1	ψ_2
SC oficinas	0.5	0.3
SC comercial	0.7	0.6
Viento	0.5	0.0
Nieve <1000	0.2	0.0
Nieve >1000	0.5	0.2



Valores de las acciones variables



Valor de combinación ($\psi_0 Q_k$): el que se usa para combinar esta acción con el máximo de otra acción

Valor frecuente ($\psi_1 Q_k$) sólo es sobrepasado durante el 0.01 del tiempo de referencia

Valor cuasi-permanente ($\psi_2 Q_k$) es sobrepasado durante el 0.50 del tiempo de referencia

Coeficientes de simultaneidad según el Código Estructural

El anejo 18 del Código Estructural es equivalente a UNE-EN 1990, pero se han eliminado los coeficientes de simultaneidad ψ

En el apéndice A.1 del Anejo 18 no existe la tabla A.1.1, por lo que no se incluyen los valores de los coeficientes de simultaneidad ψ , sino que hace referencia directa a usar lo establecido en el Código Técnico de la Edificación



Coeficientes de simultaneidad según CTE: DB SE tabla 4.2

Sobrecargas de uso según categorías de DB SE-AE	ψ_0	ψ_1	ψ_2
A. Zonas residenciales	0.7	0.5	0.3
B. Zonas administrativas	0.7	0.5	0.3
C. Zonas destinadas al público	0.7	0.7	0.6
D. Zonas comerciales	0.7	0.7	0.6
E. Zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos ligeros con $Peso \leq 30 \text{ kN}$	0.7	0.7	0.6
F. Cubiertas transitables	El del uso desde el que se acceda		
G. Cubiertas accesibles únicamente para mantenimiento	0.0	0.0	0.0

Efectos climáticos	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nieve. Altitud $> 1000 \text{ m}$	0.7	0.5	0.2
Nieve. Altitud $\leq 1000 \text{ m}$	0.5	0.2	0.0
Viento	0.6	0.5	0.0
Acción térmica (no la debida al incendio)	0.6	0.5	0.0
Acciones variables del terreno	0.7	0.7	0.7

Coeficientes de simultaneidad según EN 1990 Tabla A.1.1

Sobrecargas de uso en edificios	ψ_0	ψ_1	ψ_2
A. Zonas residenciales, domésticas	0.7	0.5	0.3
B. Zonas de oficinas	0.7	0.5	0.3
C. Zonas de reunión	0.7	0.7	0.6
D. Zonas comerciales	0.7	0.7	0.6
E. Zonas de almacenamiento	1.0	0.9	0.8
F. Zonas de tráfico. Vehículos ligeros $Peso \leq 30 \text{ kN}$	0.7	0.7	0.6
G. Zonas de tráfico. Vehículos $30 \text{ kN} < Peso \leq 160 \text{ kN}$	0.7	0.5	0.3
H. Cubiertas no accesibles	0.0	0.0	0.0

Efectos climáticos en edificios	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nieve. Altitud $> 1000 \text{ m}$ (o en FI, IS, NO, SU)	0.7	0.5	0.2
Nieve. Altitud $\leq 1000 \text{ m}$	0.5	0.2	0.0
Viento	0.6	0.2 (*)	0.0
Acción térmica (no la debida al incendio)	0.6	0.5	0.0

(*) El CTE emplea $\psi_1 = 0.5$

Valor de cálculo de una acción: coeficiente parcial de acción γ

Es el producto de su valor representativo por un **coeficiente parcial de acción γ** (coeficiente de mayoración o seguridad):

$$G_d = \gamma_G G_k$$

$$Q_d = \gamma_Q Q_{rep} = \gamma_Q \psi_j Q_k$$

Eurocódigo: EN 1990 Anexo A.1, tabla A.1.2(B)

Coeficientes parciales γ para las acciones. Estados límite últimos ELU

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria		Situación accidental	
	Favorable	Desfavorable	Favorable	Desfavorable
Permanente γ_G	1.00	1.35	1.00	1.00
Variable γ_Q	0.00	1.50	0.00	1.00
Accidental γ_A	- -	- -	1.00	1.00

El valor 0 representa que la acción no actúa

Coeficiente parcial de acción γ según Código Estructural y CTE

Código Estructural

En el apéndice A.1 del Anejo 18, no se incluyen valores de los coeficientes de acción γ (no existe la tabla A.1.2), sino que hace referencia directa a usar lo establecido en el Código Técnico de la Edificación

Código Técnico de la Edificación

CTE - DB SE Tabla 4.1. Coeficientes parciales γ para las acciones.
Comprobaciones de resistencia - Estados límite últimos ELU

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria	
	Favorable	Desfavorable
Peso propio, peso terreno γ_G	0.80	1.35
Permanente: Empuje del terreno γ_G	0.70	1.35
Permanente: Presión del agua γ_G	0.90	1.20
Variable γ_Q	0.00	1.50

El valor 0 representa que la acción no actúa

Coeficiente parcial de las acciones para estados límites de estabilidad en CTE

El CTE emplea para el estado límite de estabilidad valores diferentes de los demás estados límite (Documento Básico SE tabla 4.1)

Coeficientes parciales γ para las acciones.
Estados límite de estabilidad. DB SE

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria	
	Estabilizadora	Desestabilizadora
Peso propio, peso del terreno γ_G	0.90	1.10
Permanente: Empuje del terreno γ_G	0.80	1.35
Permanente: Presión del agua γ_G	0.95	1.05
Variable γ_Q	0.00	1.50

Se refiere a las comprobaciones de equilibrio y desequilibrio (p. e. vuelco), no se refiere a la estabilidad como el pandeo.

Coeficiente parcial γ para EL de servicio

Valores según EN 1990 Anexo A.1 y CTE

Todos los coeficientes parciales γ son 1 o 0

Para EL de servicio se emplean los valores de combinación (no los de cálculo) de las acciones

Coeficientes parciales γ para las acciones. Estados límite de servicio ELS

Tipo de acción	Favorable	Desfavorable
Permanente γ_G	1.00	1.00
Variable γ_Q	0.00	1.00
Accidental γ_A	- -	- -

Código Estructural: en el apéndice A.1 del Anejo 18, se indica que se debe usar lo establecido en el Código Técnico de la Edificación

Combinación de acciones para comprobar Estados Límite

Las distintas acciones se deben combinar, a su valor de cálculo (con γ y ψ) para calcular su **efecto sobre la estructura** (E_d) y comprobar que no se superan los estados límite

Efecto de las acciones sobre la estructura (E_d): es cualquier esfuerzo ($N_{Ed}, M_{Ed}, V_{Ed}, R_{Ed}$) o deformación (Δ, θ)

Las **combinaciones son distintas** para ELU y ELS

Comprobación de los **estados límite últimos ELU** (EN 1990 §6.4, Anejo 18)

- (1) ELU en situaciones **persistentes** o transitorias
- (2) ELU en situación accidental **sísmica**
- (3) ELU en situaciones **accidentales**

(1) Combinación para ELU en situaciones **persistentes o transitorias**

EN 1990 6.4.3.2

CTE DB SE 4.2.2

- Todas las acciones permanentes $G_{k,j}$ a valor de cálculo (con γ_G)
- Una acción variable predominante $Q_{k,i}$ a valor de cálculo (con γ_Q)
- Las restantes acciones variables acompañantes $Q_{k,j}$ a valor de combinación (con γ_Q y $\psi_{0,j}$)

$$\sum \gamma_G G_{k,j} + \overset{\text{Predominante}}{\downarrow} \gamma_{Q,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \overset{\text{Acompañantes}}{\downarrow} \gamma_{Q,j} \psi_{0,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables determinantes (i), si no hay una que sea evidente.

$\gamma_G = 1.35, \gamma_Q = 1.5$ si el efecto de la acción es **desfavorable**: se **añade** a las demás

$\gamma_G = 1.0, \gamma_Q = 0$. si el efecto de la acción es **favorable**: se **resta** de las demás

(2) Combinación para ELU en situación accidental **sísmica**

EN 1990 6.4.3.4

CTE DB SE 4.2.2

- Todas las acciones permanentes a valor característico G_k
- La acción sísmica A_{Ed} a valor de cálculo $A_{Ed} = A_{Ek}$
- Todas las acciones variables $Q_{k,j}$ a valor cuasi permanente ($\psi_{2,j}$)

$$\sum_j G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_j \psi_{2,j} Q_{k,j}$$

Valor cuasi permanente: el sobrepasado durante el 50% del tiempo de referencia

En este caso todos los coeficientes parciales γ valen 1 o 0.

Los símbolos $+$ y Σ indican "combinación": sumar a las demás si el efecto de la acción es desfavorable (se suma), y no sumar si es favorable (se resta de las demás).

(3) Combinación para ELU en situaciones **accidentales**

EN 1990 6.4.3.3

CTE DB SE 4.2.2

- Todas las acciones permanentes G a valor característico G_k
- La acción accidental A_d a valor de cálculo, $A_d = A_k$
- Una acción variable $Q_{k,i}$ (predominante) a valor frecuente ($\psi_{1,j}$)
- Restantes acciones variables $Q_{k,j}$ (acompañantes) a valor cuasi permanente ($\psi_{2,j}$)

$$\sum_j G_{k,j} + A_d + \psi_{1,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \psi_{2,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables determinantes (i) si no hay una que sea evidente.

En este caso todos los coeficientes parciales γ valen 1 o 0.

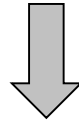
Los símbolos $+$ y Σ indican "combinación": sumar a las demás si el efecto de la acción es desfavorable (se suma), y no sumar si es favorable (se resta de las demás).

Combinación de acciones para Estados Límite de Servicio ELS

EN 1990 6.5 y Anejo A

Se consideran **sólo las situaciones persistentes y las transitorias**, no las accidentales

Se consideran las acciones **a valor de combinación** (no de cálculo).



En la comprobación de ELS los coeficientes parciales γ valen: $\gamma = 1$ (acción desfavorable) o $\gamma = 0$ (acción favorable).

Combinaciones a efectuar:

- (1) Combinación **poco probable**, de **corta duración**
- (2) Combinación de tipo **frecuente**, de **corta duración**, reversible
- (3) Combinación **cuasi permanente**, de **larga duración**

(1) ELS: Combinación **característica, poco probable, de corta duración**

Empleada para estados límite **irreversibles** (p. e. grietas en tabiques)

- Todas las acciones permanentes $G_{k,j}$ a valor característico
- Una acción variable predominante $Q_{k,i}$ a valor característico
- Las restantes acciones variables acompañantes $Q_{k,j}$ a valor de combinación ($\psi_{0,j}$)

$$\sum_j G_{k,j} + \underset{\uparrow}{Q_{k,i}} + \sum_{j \neq i} \psi_{0,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables predominantes (i) si no hay una que sea evidente.

Los símbolos + y Σ indican "combinación": sumar a las demás si el efecto de la acción es desfavorable, y no sumar si es favorable (se resta de las demás).

(2) ELS: Combinación de tipo **frecuente**, de corta duración

Empleada para estados límite **reversibles** (p. e. confort de los usuarios)

- Todas las acciones permanentes $G_{k,j}$ a valor característico
- Una acción **variable predominante** $Q_{k,i}$ a valor **frecuente** ($\psi_{1,i}$)
- Las restantes **acciones acompañantes** $Q_{k,j}$ a valor **casi permanente** ($\psi_{2,j}$)

$$\sum_j G_{k,j} + \psi_{1,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \psi_{2,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables predominantes (i) si no hay una que sea evidente.

Los símbolos + y Σ indican “combinación”: sumar a las demás si el efecto de la acción es desfavorable, y no sumar si es favorable (se resta de las demás).

(3) ELS: Combinación **cuasi permanente**, de larga duración

Empleada para estados límite **reversibles** (p. e. aparición de la estructura)

- Todas las acciones permanentes $G_{k,j}$ a valor característico
- Todas las **acciones variables** $Q_{k,j}$ a valor **casi permanente** ($\psi_{2,j}$)

$$\sum_j G_{k,j} + \sum_j \psi_{2,j} Q_{k,j}$$

Los símbolos + y Σ indican "combinación": sumar a las demás si el efecto de la acción es desfavorable (se suma), y no sumar si es favorable (se resta de las demás).



Acciones

Valores característicos

Normativa:

- CTE DB SE-AE Acciones en la edificación
- Código Estructural: refiere al CTE DB SE-AE
- EN 1991 Acciones en estructuras (no incluido en el Código Estructural)

Acciones permanentes

Fijas en el espacio y su variabilidad es pequeña

Peso de los elementos estructurales y no estructurales: tabiquería, solados, falsos techos, revestimientos, cerramientos, cubiertas, aislamiento, instalaciones fijas.

Pretensado y acciones del terreno

Valores: $\left\{ \begin{array}{l} \text{CTE: DB SE-AE Anejo C} \\ \text{EN 1991-1-1 §5} \end{array} \right.$

Tabiquería con peso $\leq 1.2 \text{ kN/m}^2$: se asimila a una carga equivalente distribuida uniformemente sobre la superficie q_{tab}

$$q_{tab} = \frac{\text{Peso tabiques}}{A_{planta}} = \frac{P_{m2alzado} A_{tabiques}}{A_{planta}}$$

Tabiquería en viviendas: en general se puede adoptar 1 kN/m^2 (DB SE-AE §2.1)

Peso de fachadas y elementos de compartimentación pesados: se aplicarán sobre los elementos estructurales que realmente los soporten

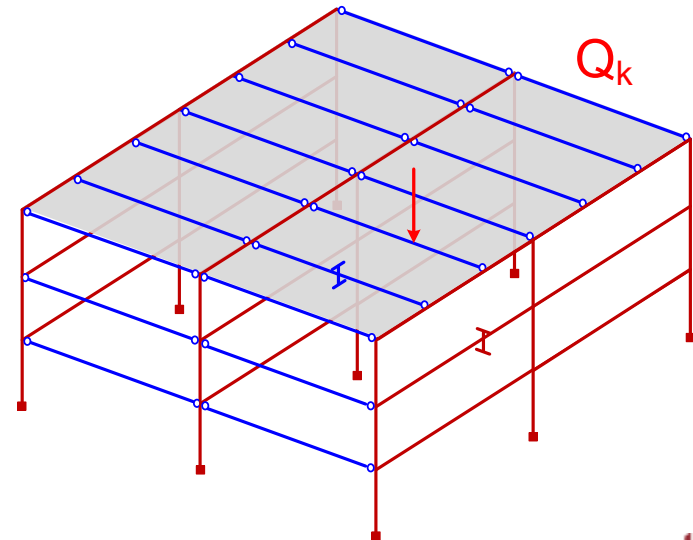
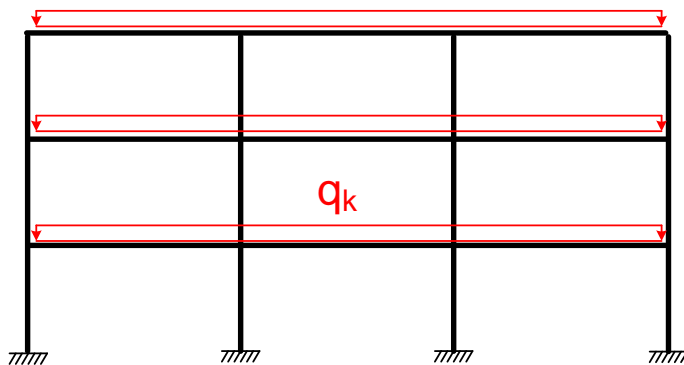
Sobrecargas de uso

Peso de lo que puede gravitar sobre la estructura por razón de su uso: personas, mobiliario, tabiques móviles, vehículos, almacenamiento de objetos. Tanto en el uso habitual como no habitual

Valores: $\left\{ \begin{array}{l} \text{CTE: DB SE-AE §3} \\ \text{EN 1991-1-1 §6} \end{array} \right.$

Aplicación de la sobrecarga: como carga uniforme q_k

Además: carga puntual Q_k usada para verificar la resistencia local de vigas y forjados. No es simultánea con la carga uniforme, salvo en zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos



Sobrecargas de uso según CTE: DB SE-AE 3.1 (Tabla 3.1)

Categoría de uso		Subcategoría de uso		Uniforme $q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	Concentrada $Q_k (kN)$
A	Zonas residenciales	A1	Viviendas, habitaciones, hospitales, hoteles	2	2
		A2	Trasteros	3	2
B	Zonas administrativas			2	2
C	Zonas de acceso al público (excepto zonas A, B, D)	C1	Zonas con mesas y sillas	3	4
		C2	Zonas con asientos fijos	4	4
		C3	Zonas sin obstáculos que impidan el libre movimiento de las personas: vestíbulos de edificios públicos, administrativos, hoteles, museos, etc.	5	4
		C4	Gimnasios o actividades físicas	5	7
		C5	Zonas de aglomeración (estadios, conciertos, etc.)	5	4
D	Zonas comerciales	D1	Locales comerciales	5	4
		D2	Supermercados, grandes superficies	5	7
E	Zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos ligeros (Peso total < 30 kN)			2	20 ⁽¹⁾
F	Cubiertas transitables, accesibles sólo privadamente ⁽²⁾			1	2
G	Cubiertas accesibles solamente para conservación ⁽³⁾	G1 ⁽⁷⁾	Cubiertas con inclinación inferior a 20º	1 ⁽⁴⁾ ⁽⁶⁾	2
			Cubiertas ligeras sobre correas, sin forjado ⁽⁵⁾	0.4 ⁽⁴⁾	1
		G2	Cubiertas con inclinación superior a 40º	0	2

Más detalles en DB SE-AE 3.1

Sobrecargas de uso según CTE: DB SE-AE 3.1 (Tabla 3.1)

- (1) Debe descomponerse en dos cargas de 10 kN separadas 1.8 m. Pueden sustituirse por una carga uniforme de 3 kN/m^2 para cálculo de elementos secundarios, de 2 kN/m^2 para forjados y de 1 kN/m^2 para vigas y soportes.
- (2) Cubiertas de uso público: la sobrecarga correspondiente a la zona desde la que se acceda
- (3) Para inclinaciones entre 20° y 40° , emplear una interpolación lineal entre los valores correspondientes a las categorías G1 y G2
- (4) Valor por proyección horizontal de la superficie de cubierta
- (5) Cubierta ligera: aquella cuya carga permanente propia sea $\leq 1 \text{ kN/m}^2$
- (6) Se puede emplear un área tributaria inferior al área total de la cubierta, pero mayor que 10 m^2 , situada en la parte más desfavorable, si se especifica en el plan de mantenimiento del edificio.
- (7) La sobrecarga de uso de tipo G1 se considera que no es concomitante con el resto de las cargas variables

Sobrecargas de uso según UNE-EN 1991-1-1

Categoría de uso		Subcategoría de uso		Uniforme $q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	Concentrada Q_k (kN)
A	Zonas domésticas y residenciales	Habitaciones en edificios residenciales y viviendas, hospitales, hoteles, hostales			
			Suelos	1.5 a <u>2.0</u>	<u>2.0</u> a 3.0
			Escaleras	<u>2.0</u> a 4.0	<u>2.0</u> a 4.0
			Balcones	<u>2.5</u> a 4.0	<u>2.0</u> a 3.0
B	Zonas de oficinas		2.0 a <u>3.0</u>	1.5 a <u>4.5</u>	
C	Zonas donde pueda congregarse la gente (excepto zonas A, B, D)	C1	Zonas con mesas y sillas: colegios, cafés, comedores	2.0 a <u>3.0</u>	3.0 a <u>4.0</u>
		C2	Zonas con asientos fijos: teatros, cines, salas de reunión	3.0 a <u>4.0</u>	2.5 a 7 (<u>4.0</u>)
		C3	Zonas sin obstáculos para el movimiento de personas: accesos a edificios públicos, administrativos, hoteles, museos, hospitales, accesos a estaciones de ferrocarril.	3.0 a <u>5.0</u>	<u>4.0</u> a 7.0
		C4	Actividades físicas: gimnasios, salas de baile, escenarios	4.5 a <u>5.0</u>	3.5 a <u>7.0</u>
		C5	Zonas de reunión de grandes masas para celebraciones públicas: palacios de deportes, estadios, conciertos, y zonas de acceso y andenes de tren	<u>5.0</u> a 7.5	3.5 a <u>4.5</u>
D	Zonas comerciales	D1	Zonas con tiendas al detalle	<u>4.0</u> a 5.0	3.5 a 7 (<u>4.0</u>)
		D2	Zonas en grandes almacenes	4.0 a <u>5.0</u>	3.5 a <u>7.0</u>

El AN adopta los valores recomendados (subrayados)

Más detalles en UNE-EN 1991-1-1 §6

Sobrecargas de uso según UNE-EN 1991-1-1

Categoría de uso		Subcategoría de uso		Uniforme $q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	Concentrada Q_k (kN)
E	Zonas de almacenamiento	E1	Zonas de acumulación de mercancías, incluso sus accesos	7.5	7.0
		E2	Uso industrial	Según su uso	

Los valores indicados son mínimos. Los valores de las cargas deberían deducirse, en función del peso específico de los materiales y su altura de apilamiento

Categoría de uso		Ejemplos	Uniforme $q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	Concentrada Q_k (kN)
F	Zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos ligeros (peso bruto ≤ 30 kN y número de asientos ≤ 8)	Garajes, aparcamientos	1.5 a <u>2.5</u>	10 a <u>20</u> (1)
G	Zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos medios (peso bruto > 30 kN y peso bruto ≤ 160 kN, sobre 2 ejes)	Zonas de acceso, carga y descarga; acceso a camiones de bomberos con peso ≤ 160 kN	5.0	40 a <u>90</u> (1)

El AN adopta los valores recomendados (subrayados)

(1) Dos cargas de $Q_k/2$ separadas 1.8 m

Categoría de uso		Ejemplos	Uniforme $q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	Concentrada Q_k (kN)
H	Cubiertas no accesibles, excepto para su mantenimiento (Esta carga no se combina con las restantes acciones variables, §3.3.2)	Inclinación $\leq 20^\circ$	0.4	1
		Inclinación $\geq 40^\circ$	0	1
		Inclinación entre 20° y 40°	Interpolación lineal	
I	Cubiertas accesibles, con una ocupación según las categorías A a G.		La correspondiente a la categoría de uso	

Reducción de sobrecargas de uso – Elementos horizontales

Dada la baja probabilidad de que se den simultáneamente las condiciones de sobrecargas de uso máximas, se pueden aplicar reducciones a la suma de las sobrecargas que actúan sobre elementos horizontales, para las categorías A, B, C, D.

CTE:

DB SE-AE: tabla 3.2

CTE: Reducción de sobrecarga de una misma categoría, en elementos resistentes horizontales (vigas, forjados, etc.)			
Superficie tributaria del elemento (m^2)			
16	25	50	100
1.0	0.9	0.8	0.7

EN 1991-1-1

Factor de reducción α_A

$$\alpha_A = \frac{5}{7} \Psi_0 + \frac{10}{A} \quad \Psi_0 = 0.7 \quad A: \text{superficie cargada (} m^2 \text{)}$$

$$\alpha_A \leq 1.0$$

$$\text{Categorías C y D: } \alpha_A \geq 0.6$$

EN 1991-1-1: factor de reducción de sobrecarga de una misma categoría α_A , en elementos resistentes horizontales			
Superficie tributaria del elemento (m^2)			
16	25	50	100
1.0	0.9	0.7	0.6

Reducción de sobrecargas de uso – Elementos verticales

Para el dimensionamiento de un poste se puede reducir la suma de las sobrecargas de un mismo tipo que graviten sobre él, para las categorías A, B, C, D.

CTE:
DB SE-AE: tabla 3.2

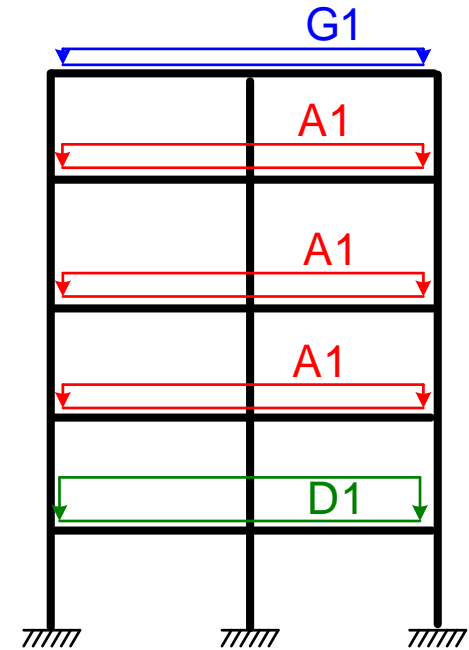
CTE: Reducción de sobrecarga en elementos resistentes verticales		
Número de plantas del mismo uso por encima		
1 o 2	3 o 4	≥ 5
1.0	0.9	0.8

EN 1991-1-1
Factor de reducción α_n

$$\alpha_n = \frac{2 + (n - 2)\psi_0}{n}$$

$$\Psi_0 = 0.7$$

n : número de pisos por encima ($n > 2$)



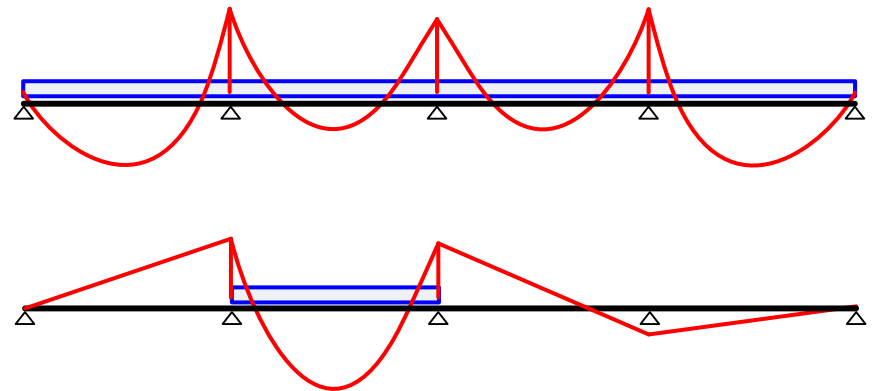
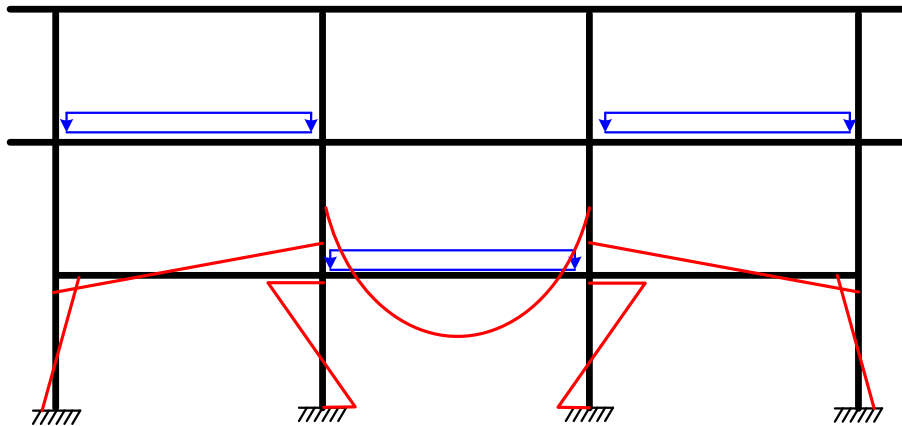
EN 1991-1-1: Reducción de sobrecarga en elementos resistentes verticales							
Número de plantas del mismo uso por encima							
1 o 2	3	4	5	6	7	10	12
1.0	0.90	0.85	0.82	0.80	0.78	0.76	0.75

Alternancia de sobrecargas

CTE: Los valores de la sobrecarga ya incluyen el efecto de la alternancia de sobrecargas (DB SE-AE §3.1.1, 7).

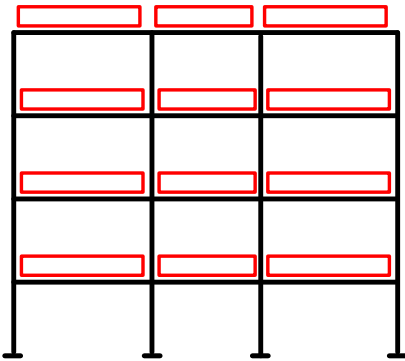
Debe efectuarse la alternancia de sobrecargas, en el caso de zonas de aglomeración o voladizos

La alternancia de sobrecargas, genera los momentos máximos en los vanos centrales de las vigas cargadas y en los pilares interiores, así como la flecha máxima en las vigas cargadas

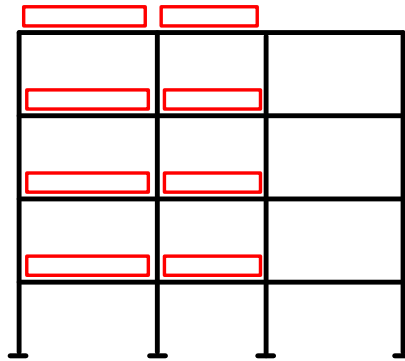


Situaciones de alternancia de sobrecarga típicas en pórticos en altura

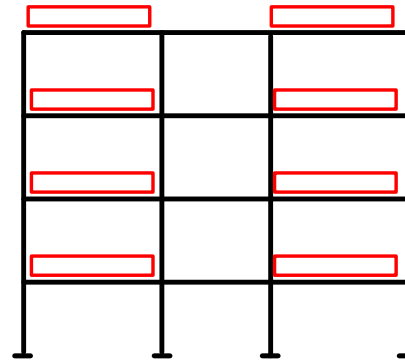
Q1



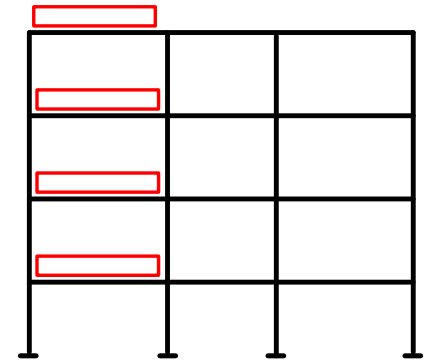
Q2



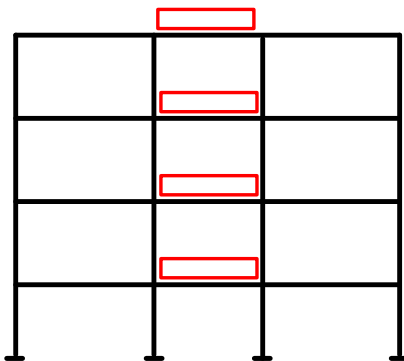
Q3



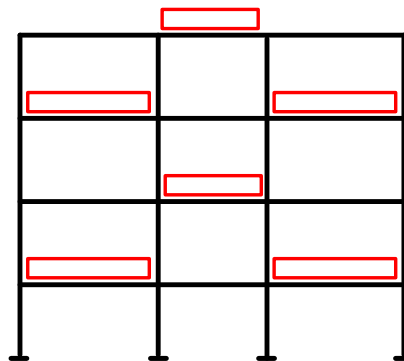
Q4



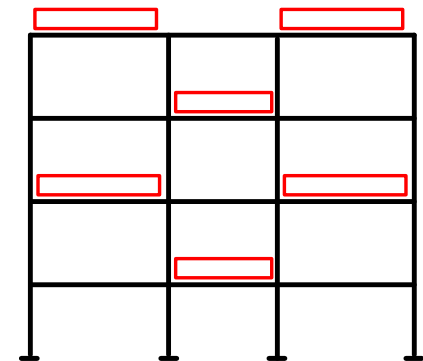
Q5



Q6



Q7



Otras sobrecargas

Barandillas y elementos divisorios

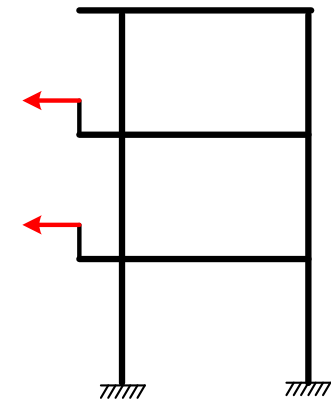
Fuerza horizontal uniformemente distribuida, situada a una altura = borde superior, pero $\nless 1.2$ m

Categoría CTE	kN/m
C5	3.0
C3, C4, E (tráfico), F (cubiertas)	1.6
Resto	0.8

Categoría EN 1991-1-1	q_k kN/m
C5	<u>3.0</u> a 5.0
C2, C3, C4	0.8 a <u>1.0</u>
A, B, C1	0.2 a 1.0 (<u>0.5</u>)
E (almacenes)	0.8 a <u>2.0</u>
F, G (tráfico)	Anexo B

CTE. En zonas de tráfico:

Fuerza horizontal uniformemente distribuida sobre 1 m, situada a una altura = borde superior, pero $\nless 1.2$ m, de valor mínimo 50 kN.



Acción del viento DB SE-AE §3.3

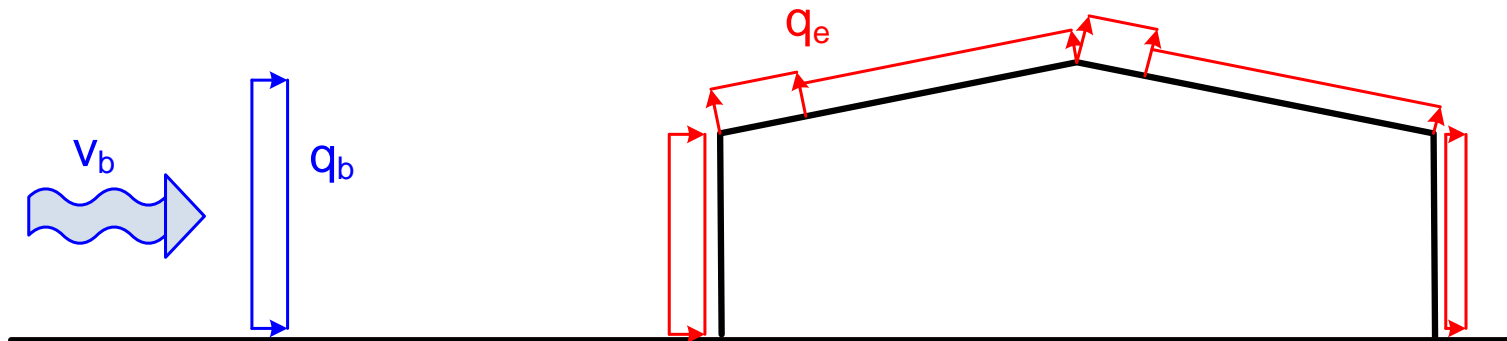
Presión estática equivalente a la acción del viento q_e

$$q_e = q_b c_e c_p$$

q_b Presión dinámica debida a la velocidad del viento v_b

c_e : coeficiente de exposición, depende de la altura y del entorno del edificio

c_p : coeficiente de presión (eólico), depende de la forma y dimensiones del edificio



Acción del viento. Presión dinámica q_b

Valor simplificado: $q_b = 0.5 \text{ kN/m}^2$

Valor más preciso: $q_b = \frac{1}{2} \delta v_b^2$

Densidad del aire: $\delta = 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Valor básico de la velocidad: v_b

Velocidad media en 10 min,
zona llana, 10 m de altura,
probabilidad 1/50



Zona	v_b (m/s)	q_b (kN/m ²)
A	26	0.42
B	27	0.45
C	29	0.52

Figura D.1 de SE-AE

Acción del viento. Coeficiente de exposición c_e

Grado de aspereza del entorno	Altura del punto considerado (m) sobre la rasante							
	3	6	9	12	15	18	24	30
I Borde del mar o de un lago, con una superficie de agua en la dirección del viento de al menos 5 km de longitud	2.2	2.5	2.7	2.9	3.0	3.1	3.3	3.5
II Terreno rural llano sin obstáculos ni arbolado de importancia	2.1	2.5	2.7	2.9	3.0	3.1	3.3	3.5
III Zona rural accidentada o llana con algunos obstáculos aislados, como árboles o construcciones pequeñas	1.6	2.0	2.3	2.5	2.6	2.7	2.9	3.1
IV Zona urbana en general, industrial o forestal	1.3	1.4	1.7	1.9	2.1	2.2	2.4	2.6
V Centro de negocio de grandes ciudades, con profusión de edificios en altura	1.2	1.2	1.2	1.4	1.5	1.6	1.9	2.0

Tabla 3.4 de SE-AE

Altura $z > 30$ m y $z < 200$ m

$$c_e = F(F + 7k)$$

$$F = k \ln \left(\frac{\max(z, Z)}{L} \right)$$

Grado de aspereza	k	L (m)	Z (m)
I	0.15	0.003	1.0
II	0.17	0.01	1.0
III	0.19	0.05	2.0
IV	0.22	0.3	5.0
V	0.24	1.0	10

Tabla D.2 de SE-AE

Edificios sobre laderas con $\alpha > 40^\circ$. La altura se mide desde su base

Edificios urbanos de hasta 8 plantas: puede tomarse un valor constante $c_e = 2.0$, independiente de la altura.

Acción del viento. Coeficiente de presión c_p (eólico)

Depende de la forma del edificio, de la orientación de cada superficie respecto del viento y de la distancia de cada punto a los bordes de la superficie

Positivo: presión, negativo: succión

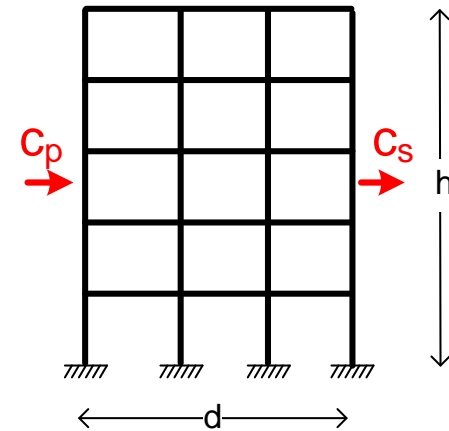
A. Coeficiente de presión en edificios de pisos

Con forjados que conectan todas las plantas, herméticos o con huecos pequeños, compartimentados interiormente

Coeficientes globales a barlovento c_p y sotavento c_s

	Esbeltez en el plano paralelo al viento: h/d					
	< 0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	≥ 5.00
Coeficiente eólico de presión c_p	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8
Coeficiente eólico de succión c_s	-0.3	-0.4	-0.4	-0.5	-0.6	-0.7

Tabla 3.5 de SE-AE



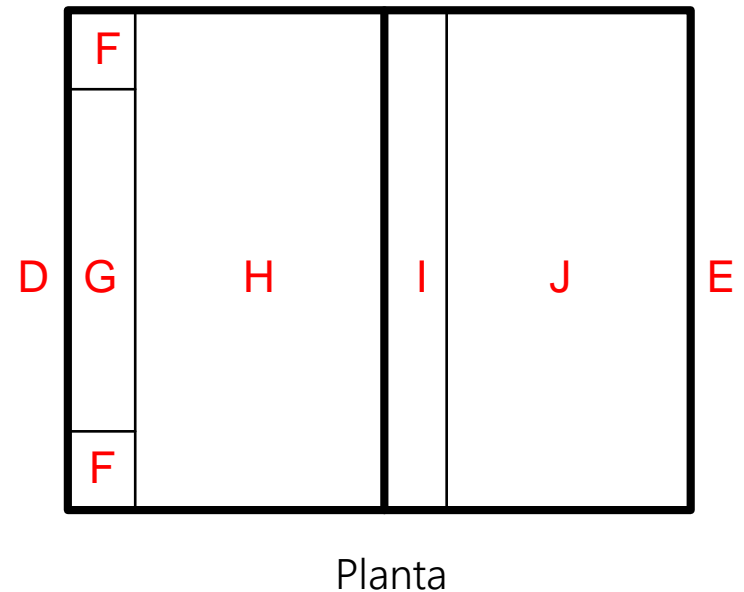
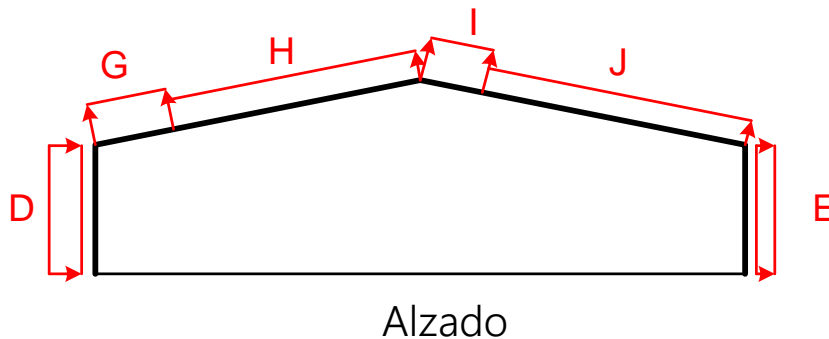
Viento en cubierta plana de edificios de pisos, generalmente de succión (favorable): puede despreciarse (CTE SE-AE §3.3.4-2)

Acción del viento. Coeficiente de presión c_p (eólico)

B. Coeficiente de presión en naves y edificios diáfanos

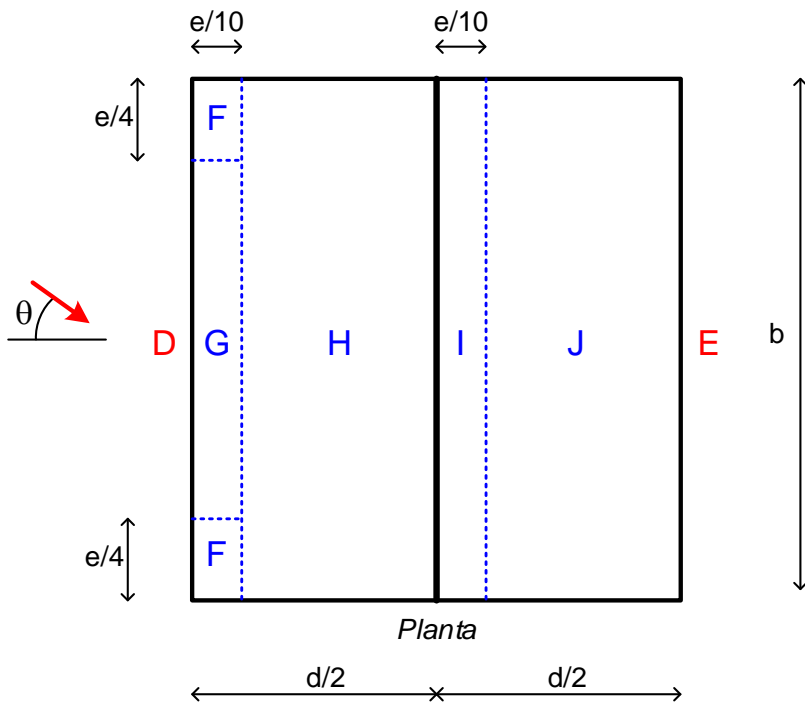
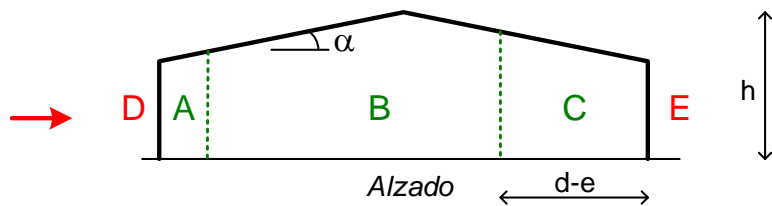
Sin forjados que conectan las plantas: coeficiente de presión diferente en cada elemento de la superficie exterior.

Valores de c_p en **DB SE-AE Anejo D.3**, para distintas configuraciones de edificios, en sus diferentes zonas



Si en al menos dos de los lados existen huecos con un área mayor del 30% del área del lado, se considera el edificio como una marquesina o pared libre

Ejemplo: coeficientes de presión DB SE-AE Anejo D.3



Edificio a dos aguas

Fachadas: Tabla D.3: A, B, C, D, E

Cubierta: Tabla D.6(a): F, G, H, I, J

Cubierta: $\alpha = 15^\circ$

$$e = \min(b, 2h)$$

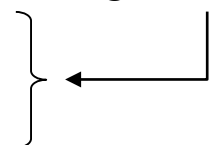
Viento transversal

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

Coeficientes de presión, para un elemento con área tributaria $\geq 10 \text{ m}^2$

Considerar dos condiciones de carga

A (m^2)	h/d	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\geq 10 \text{ m}^2$	0.5	-1.2	-0.8	-0.5	0.75	-0.4	-1.9	-0.8	-0.3	-0.4	-1.0
							0.2	0.2	0.2	0.0	0.0



Presión interior

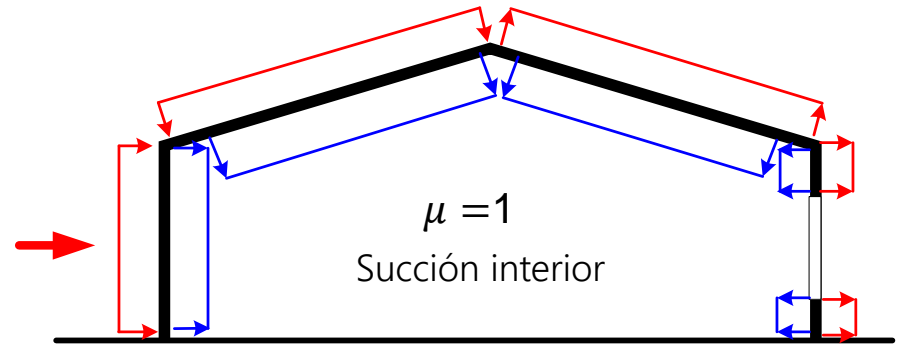
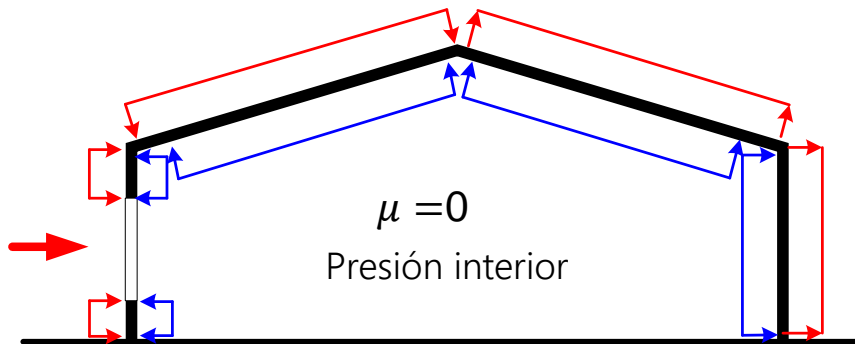
Edificio con grandes huecos: además de la presión exterior hay presión en el interior, que se añade a la exterior

c_{ei} coeficiente de exposición: altura del punto medio del hueco

c_{pi} se considera único en todos los paramentos interiores

Esbeltez en el plano paralelo al viento	$\mu = \frac{\text{Área de huecos en zonas de succión } (c_{pe} < 0)}{\text{Área total de huecos}}$										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
≤ 1	0.7	0.7	0.6	0.4	0.3	0.1	0.0	-0.1	-0.3	-0.4	-0.5
≥ 4	0.5	0.5	0.4	0.	0.2	0.1	0.0	-0.1	-0.2	-0.3	-0.3

Tabla 3.6 de SE-AE



Nieve DB SE-AE §3.5

Cubiertas planas de edificios de plantas, en altitud < 1000 m: $q_n = 1 \text{ kN/m}^2$

Otros casos: q_n carga de nieve por unidad de superficie en proyección horizontal

$$q_n = \mu s_k$$

μ : coeficiente de forma de la cubierta. La carga de nieve puede ser diferente en cada faldón

s_k : valor característico de la carga de nieve sobre terreno horizontal (tabla E.2)
Depende de la zona geográfica (1 a 7, figura E2) y de la altitud



Figura E.2 Zonas climáticas de invierno

Tabla E.2 Sobrecarga de nieve en un terreno horizontal (kN/m²)

Altitud (m)	Zona de clima invernal, (según figura E.2)						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0,3	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
200	0,5	0,5	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2
400	0,6	0,6	0,2	0,3	0,4	0,2	0,2
500	0,7	0,7	0,3	0,4	0,4	0,3	0,2
600	0,9	0,9	0,3	0,5	0,5	0,4	0,2
700	1,0	1,0	0,4	0,6	0,6	0,5	0,2
800	1,2	1,1	0,5	0,8	0,7	0,7	0,2
900	1,4	1,3	0,6	1,0	0,8	0,9	0,2
1.000	1,7	1,5	0,7	1,2	0,9	1,2	0,2
1.200	2,3	2,0	1,1	1,9	1,3	2,0	0,2
1.400	3,2	2,6	1,7	3,0	1,8	3,3	0,2
1.600	4,3	3,5	2,6	4,6	2,5	5,5	0,2
1.800	-	4,6	4,0	-	-	9,3	0,2
2.200	-	8,0	-	-	-	-	-

Nieve DB SE-AE §3.5

Valores de s_k en capitales de provincia: tabla 3.7 de DB SE-AE

Tabla 3.7 Sobrecarga de nieve en capitales de provincia y ciudades autónomas

Capital	Altitud m	s_k kN/m ²	Capital	Altitud m	s_k kN/m ²	Capital	Altitud m	s_k kN/m ²
Albacete	690	0,6	Guadalajara	680	0,6	Pontevedra	0	0,3
Alicante / Alacant	0	0,2	Huelva	0	0,2	Salamanca	780	0,5
Almería	0	0,2	Huesca	470	0,7	SanSebastián/Donostia	0	0,3
Ávila	1.130	1,0	Jaén	570	0,4	Santander	0	0,3
Badajoz	180	0,2	León	820	1,2	Segovia	1.000	0,7
Barcelona	0	0,4	Lérida / Lleida	150	0,5	Sevilla	10	0,2
Bilbao / Bilbo	0	0,3	Logroño	380	0,6	Soria	1.090	0,9
Burgos	860	0,6	Lugo	470	0,7	Tarragona	0	0,4
Cáceres	440	0,4	Madrid	660	0,6	Tenerife	0	0,2
Cádiz	0	0,2	Málaga	0	0,2	Teruel	950	0,9
Castellón	0	0,2	Murcia	40	0,2	Toledo	550	0,5
Ciudad Real	640	0,6	Orense / Ourense	130	0,4	Valencia/València	0	0,2
Córdoba	100	0,2	Oviedo	230	0,5	Valladolid	690	0,4
Coruña / A Coruña	0	0,3	Palencia	740	0,4	Vitoria / Gasteiz	520	0,7
Cuenca	1.010	1,0	Palma de Mallorca	0	0,2	Zamora	650	0,4
Gerona / Girona	70	0,4	Palmas, Las	0	0,2	Zaragoza	210	0,5
Granada	690	0,5	Pamplona/Iruña	450	0,7	Ceuta y Melilla	0	0,2

Cuando la construcción esté protegida de la acción de viento, el valor de carga de nieve podrá reducirse en un 20%.

Si la construcción se encuentra en un emplazamiento fuertemente expuesto, el valor deberá aumentarse en un 20%.

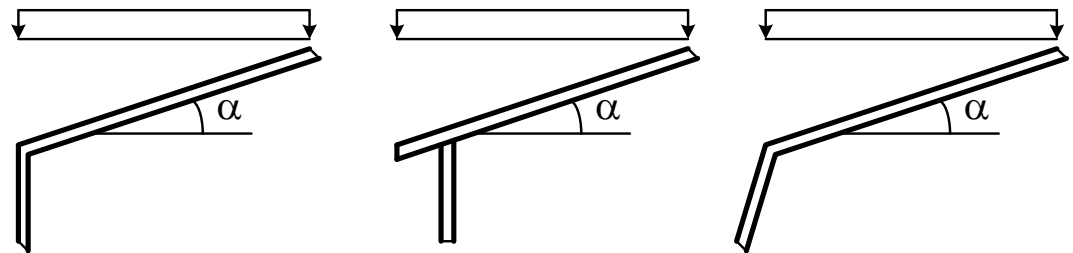
Coeficiente de forma de la cubierta μ

A. Faldón limitado inferiormente por pared, cornisa u otro faldón (limatesa) que no impidan el deslizamiento

$$\alpha \leq 30^\circ \rightarrow \mu = 1$$

$$\alpha > 60^\circ \rightarrow \mu = 0$$

$$30^\circ < \alpha < 60^\circ \rightarrow \text{Interp. 0 y 1}$$



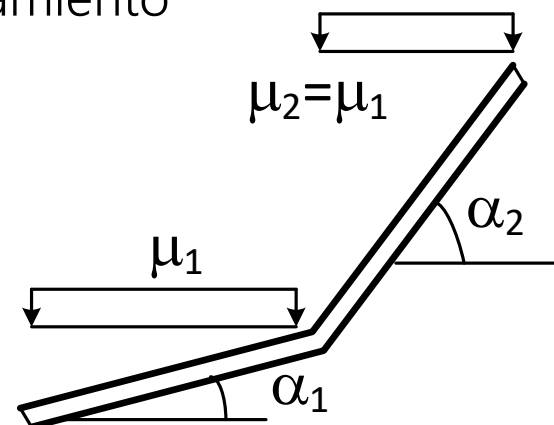
Si en el borde del faldón hay impedimento: $\mu = 1$

B. Faldón limitado inferiormente por otro faldón sucesivo inclinado en el mismo sentido (limahoya) que impida el deslizamiento

Faldón inferior con menor inclinación

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2$$

$\mu_2 = \mu_1$ Tomar el factor de forma del faldón inferior



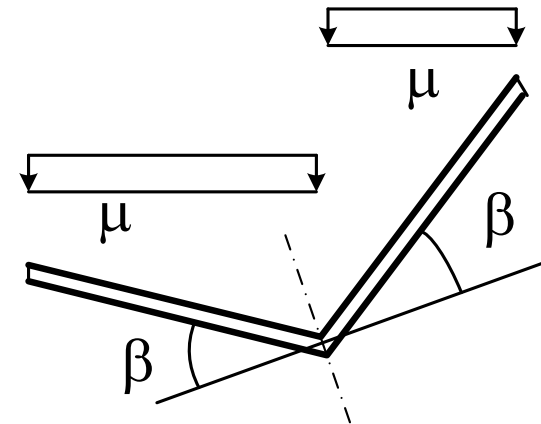
Coeficiente de forma de la cubierta μ

C. Faldón limitado inferiormente por otro faldón sucesivo, inclinado en sentido contrario (limahoya) que impida el deslizamiento: los dos faldones el mismo μ

β : Semisuma de las inclinaciones

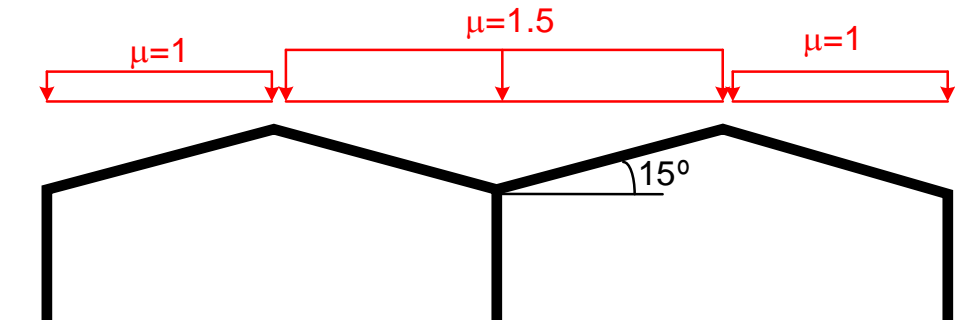
$$\beta > 30^\circ \quad \mu = 2$$

$$0 \leq \beta \leq 30^\circ \quad \mu = 1 + \frac{\beta}{30^\circ}$$



Ejemplo:

$$\beta = 15^\circ$$



Acumulación de nieve por descargas

Faldón en cuyo límite inferior no se impida el deslizamiento (limatesa), y con $\mu < 1$: se descarga parte de la nieve aguas abajo.

Descarga de nieve total, por unidad de longitud del edificio:

$$p_d = (1 - \mu) L s_k$$

L : proyección horizontal del faldón

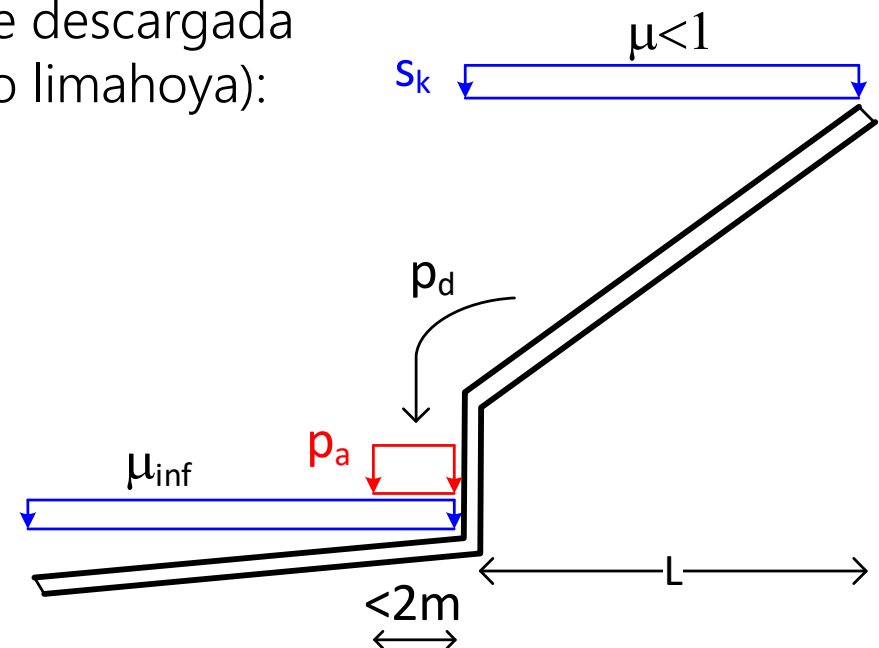
Se producen acumulaciones de nieve aguas abajo, si hay cambios de nivel o limahoyas.

Modelización de la acumulación de nieve descargada en una discontinuidad (cambio de nivel o limahoya): carga lineal p_a

$$p_a = \min(\mu_{inf}, 1) p_d$$

p_a se aplica de forma uniforme sobre una anchura < 2 m

Si $p_a < p_d$ ($\mu_{inf} < 1$) se repite el proceso hasta llegar al final del edificio

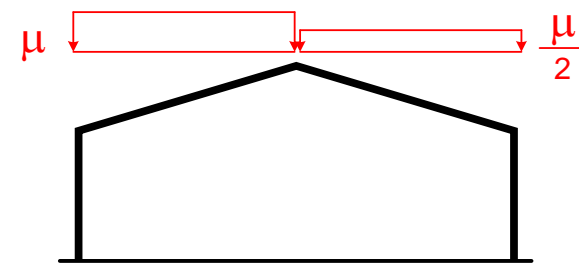
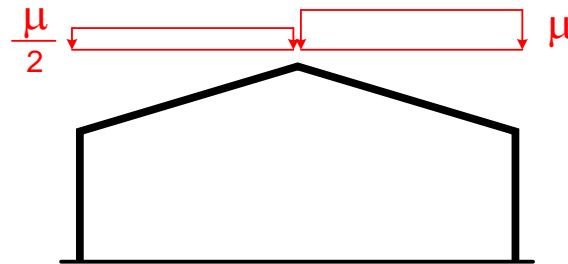
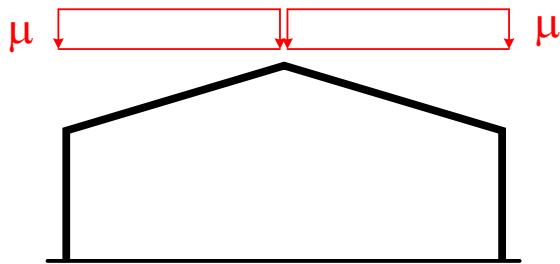


Distribución asimétrica de la nieve

Pueden producirse distribuciones asimétricas de nieve, debidas al transporte de la misma por efecto del viento.

Se reduce a la mitad el factor de forma μ en las zonas en las que la acción es favorable.

Tres hipótesis de carga distintas



Acción térmica DB SE-AE §3.4.2

En edificios ordinarios, de hormigón o acero, puede no considerarse la acción térmica si se disponen **juntas de dilatación** de forma que no existan elementos de más de 40 m de longitud.

Efectos de la acción térmica: a través de la variación de la temperatura media de los elementos de la estructura, respecto de la temperatura a la que se construyeron.

Temperatura de construcción: la media del emplazamiento, o 10°C.

Temperatura máxima: límite superior del intervalo de temperatura anual máxima del aire (DB SE-AE Figura E.1)

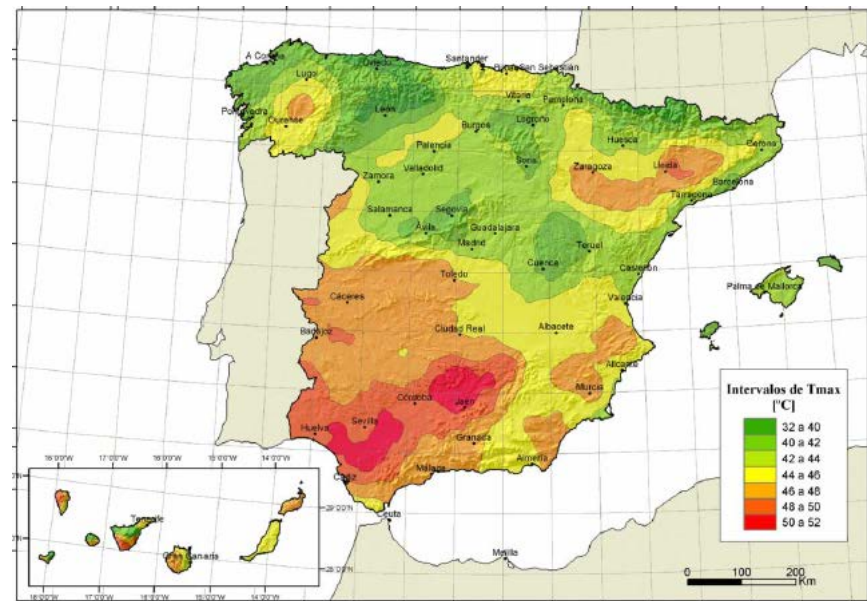


Figura E.1 de SE-AE

Acción térmica DB SE-AE §3.4.2

Temperatura mínima: depende de la altitud y de la zona climática

DB SE-AE Tabla E1

Zonas climáticas 1 a 7: las empleadas para la carga de nieve

Tabla E.1 Temperatura mínima del aire exterior (°C)

Altitud (m)	Zona de clima invernal, (según figura E.2)						
	1	2	3	4	5	6	7
0	-7	-11	-11	-6	-5	-6	6
200	-10	-13	-12	-8	-8	-8	5
400	-12	-15	-14	-10	-11	-9	3
600	-15	-16	-15	-12	-14	-11	2
800	-18	-18	-17	-14	-17	-13	0
1.000	-20	-20	-19	-16	-20	-14	-2
1.200	-23	-21	-20	-18	-23	-16	-3
1.400	-26	-23	-22	-20	-26	-17	-5
1.600	-28	-25	-23	-22	-29	-19	-7
1.800	-31	-26	-25	-24	-32	-21	-8
2.000	-33	-28	-27	-26	-35	-22	-10

Efecto de la radiación solar en elementos a la intemperie

Temperatura máxima en verano = temperatura del aire + incremento debido a la radiación

Orientación de la superficie	Color de la superficie		
	Muy claro	Claro	Oscuro
Norte y Este	0 °C	2 °C	4 °C
Sur y Oeste	18 °C	30 °C	42 °C

Tabla 3.7 de SE-AE



Bases de cálculo

Método de los estados límite

Bases de cálculo. Estados límite

EN 1990 §3 - Código Estructural Anejo 18 §3

- **Estados límite EL**

Situaciones que, de ser superadas, hacen que la estructura deje de cumplir alguna de las funciones para las que se proyectó.

- Debe comprobarse que la estructura no supere ningún EL para:

Todas las situaciones de proyecto, considerando:

- los **valores de cálculo de las acciones** G_d, Q_d (con ψ y γ)
- la **resistencia de cálculo de los materiales** f_{yd} (con γ_{M0})
- los datos geométricos.

- **Situaciones de proyecto:**

Persistentes: uso normal de la estructura

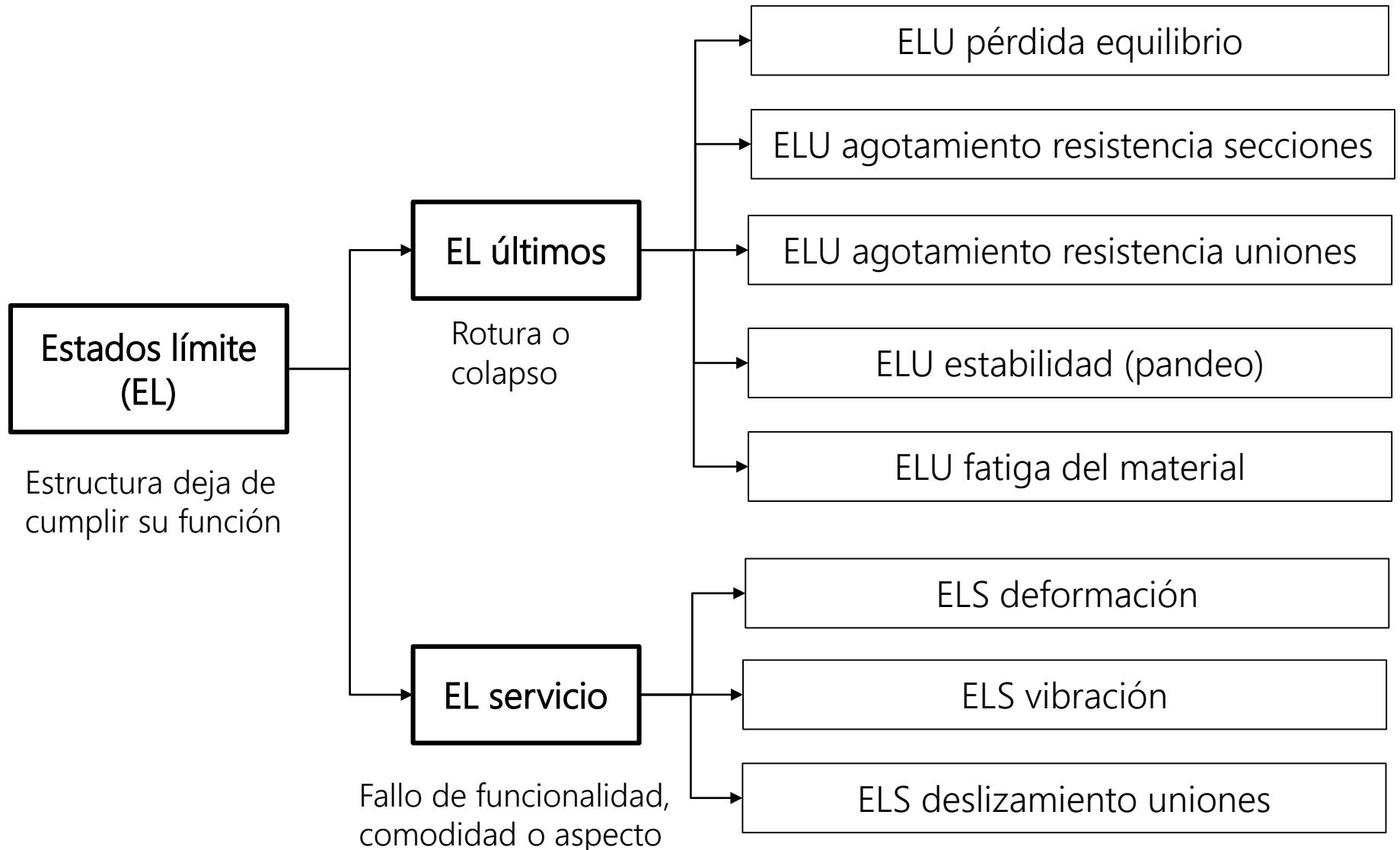
Transitorias: durante la construcción o reparación

Accidentales: excepcionales (seísmo, impacto)

Estados límite

- **Estados límite últimos ELU:** situaciones que, de ser superadas, producen un fallo de la estructura, por **rotura o colapso** total o parcial. EN 1990 §6.4, Código Estructural Anejo 18 §6.4
 1. Pérdida de **equilibrio** total o parcial como sólido rígido (vuelco)
 2. Agotamiento de la **resistencia de las secciones**
 3. Agotamiento de la **resistencia de las uniones**
 4. Pérdida de **estabilidad** de algún elemento o total (**pandeo**)
 5. Fallo por deterioro progresivo bajo cargas repetidas (**fatiga**)
- **Estados límites de servicio ELS:** situaciones que, de ser superadas, producen un **fallo de funcionalidad**, comodidad, durabilidad o aspecto
 - Valor excesivo de: **deformaciones**, vibraciones, deslizamiento de uniones

Estados límite



(1) ELU de pérdida equilibrio

EN 1990 §6.4.2 - Código Estructural Anejo 18 §6.4.2

Comprobar que bajo la combinación de cargas más desfavorable no se sobrepasan los límites de equilibrio: vuelco, deslizamiento...

Se debe cumplir que el efecto de las acciones **desestabilizantes** debe ser **menor** que el de las acciones **estabilizantes**, en valores de cálculo.

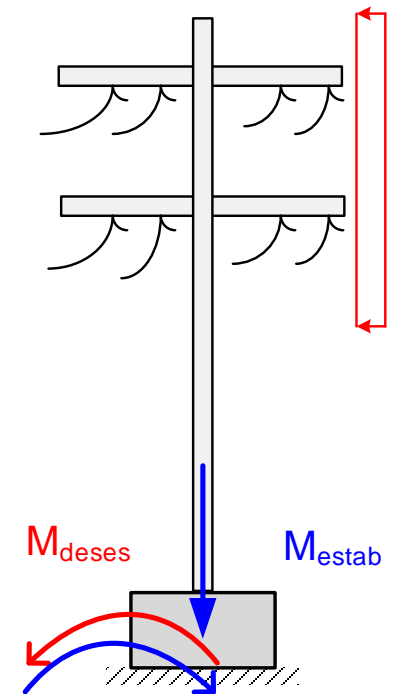
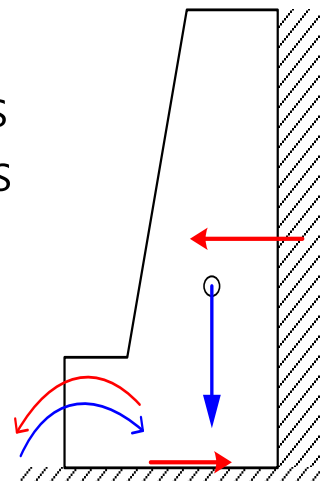
$$E_{d,desest} \leq E_{d,estab}$$

$E_{d,desest}$ Valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras

$E_{d,estab}$ Valor de cálculo de los efectos de las acciones estabilizadoras

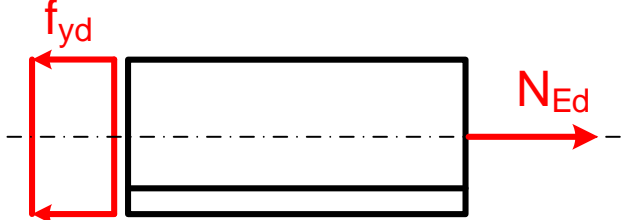
$$F_{empuje} \leq F_{rozam}$$

$$\Sigma M_{desest} \leq \Sigma M_{estab}$$



(2) ELU de agotamiento de **resistencia de las secciones**

Para cualquier magnitud, **el efecto de las acciones** exteriores debe ser menor que la **resistencia** de la estructura (en valores de cálculo)

$$E_d \leq R_d \quad N_{Ed} \leq N_{t,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$


E_d **Efecto de las acciones** (valor de cálculo):
Los esfuerzos (N, M, V) o tensiones σ **producidos por las acciones exteriores**

R_d **Resistencia de la estructura** (valor de cálculo):
Los esfuerzos (N, M, V) o tensiones σ **máximos admisibles**

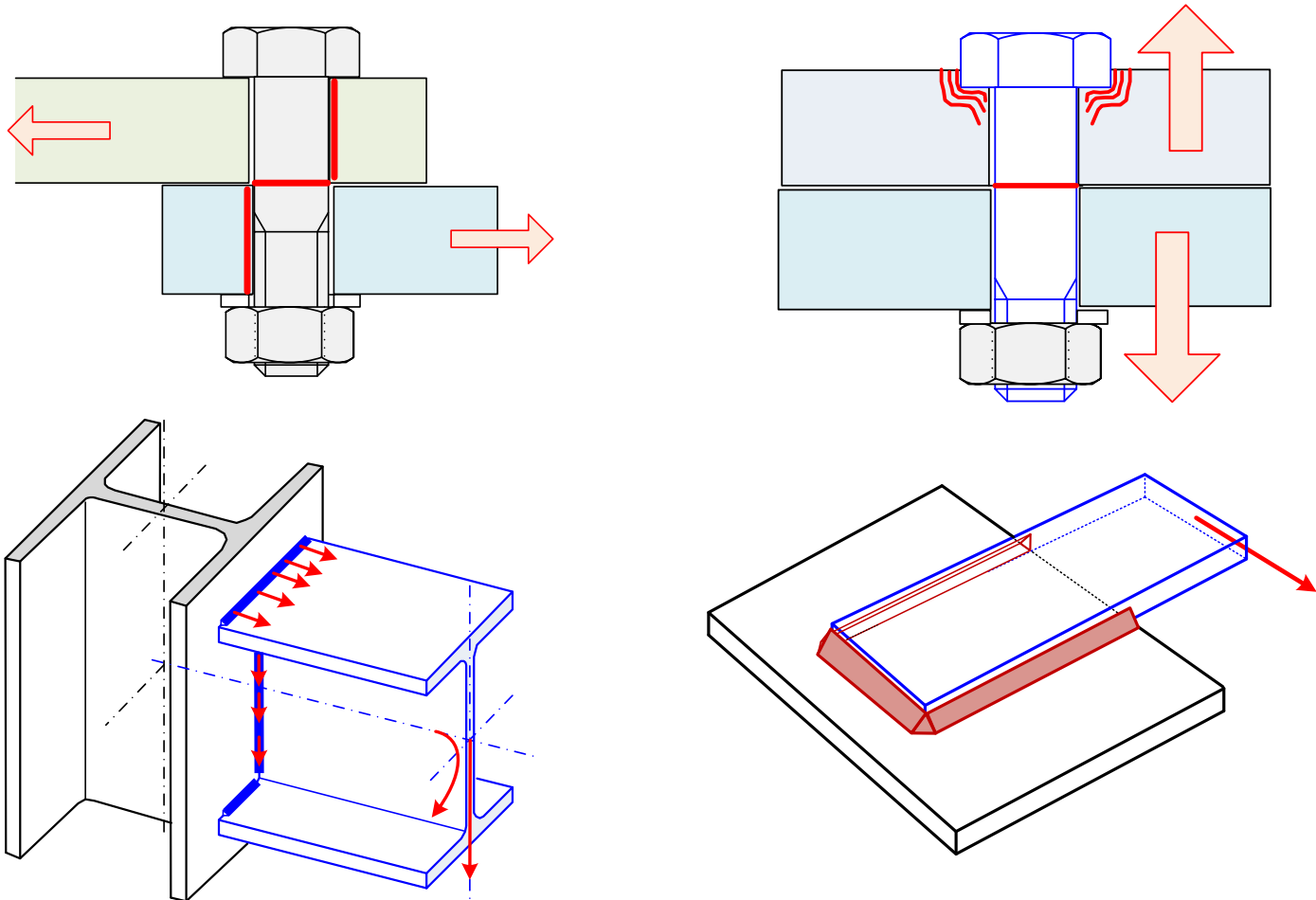
Comprobar para

Esfuerzos individuales: axial, flector, cortante, torsión.

Esfuerzos combinados: flector + cortante, axial + flector, ...

(3) ELU de agotamiento de resistencia de las uniones

No se llega al agotamiento de la resistencia del material en ninguna unión de la estructura, bajo los esfuerzos que debe transmitir.

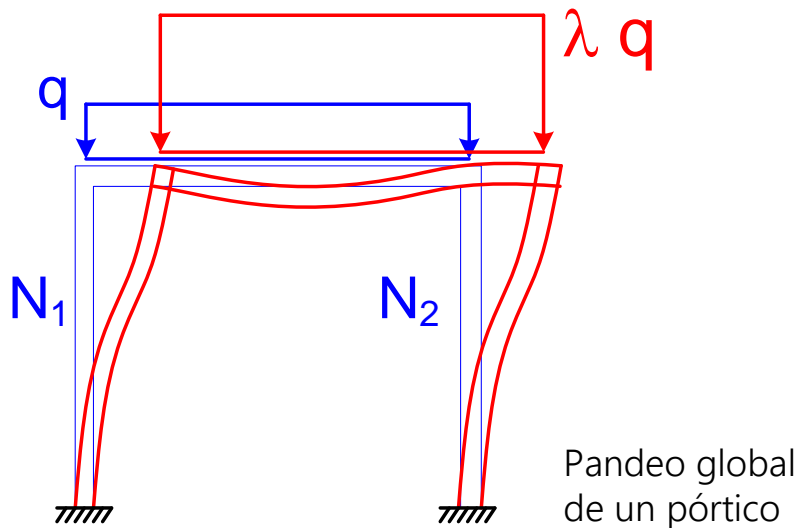


(4) Estado límite último de estabilidad (pandeo)

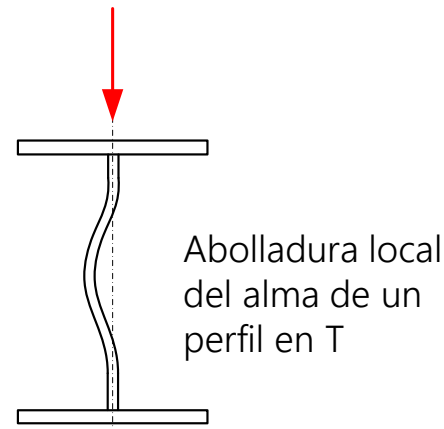
Inestabilidad: deformación incontrolada sin aumento apreciable de la fuerza aplicada

No se debe producir inestabilidad:

- A. De **una pieza** de la estructura (pandeo de pieza)
- B. Del **conjunto** de la estructura (pandeo global)
- C. De una **zona local** de una pieza (abolladura)

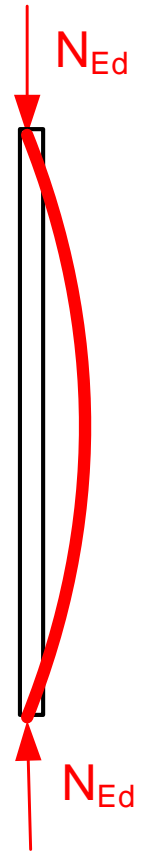


$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G(N))\Phi = \mathbf{0}$$



Pandeo de una pieza

$$N_{Ed} \leq \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$



Estados límite de servicio ELS

Normativa:

EN 1990 §6.5

Código Estructural Anejo 18, equivalente a UNE-EN 1990

Código Técnico DB-SE §4.3

Estados límite de servicio ELS

Situaciones que, de ser superadas, producen un **fallo de funcionalidad, comodidad, durabilidad o aspecto**.

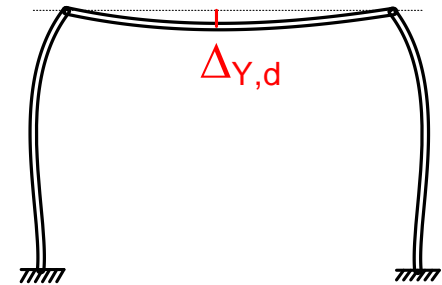
El efecto de las acciones exteriores E_d , debe ser menor que el valor límite admisible C_d

$$E_d \leq C_d$$

Ejemplo: $\Delta_{Y,d} \leq 2 \text{ mm}$

E_d **Efecto de las acciones:**
las deformaciones, vibraciones... producidas por los valores de cálculo de las acciones exteriores

C_d **Valor límite admisible** para el efecto, dado en normas (p.e. deformación máxima)

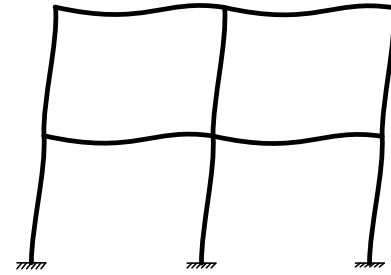


La respuesta de la estructura (deformaciones, vibraciones) se obtiene por **análisis global elástico**.

Estados límite de servicio

Edificios:

- Límites a la **deformación vertical** de los forjados y cubierta
- Límites a la **deformación lateral** de toda la estructura
- Uso público o industrial: límites a la **vibración**
- Uniones atornilladas pretensadas: límite al **deslizamiento** entre los elementos unidos

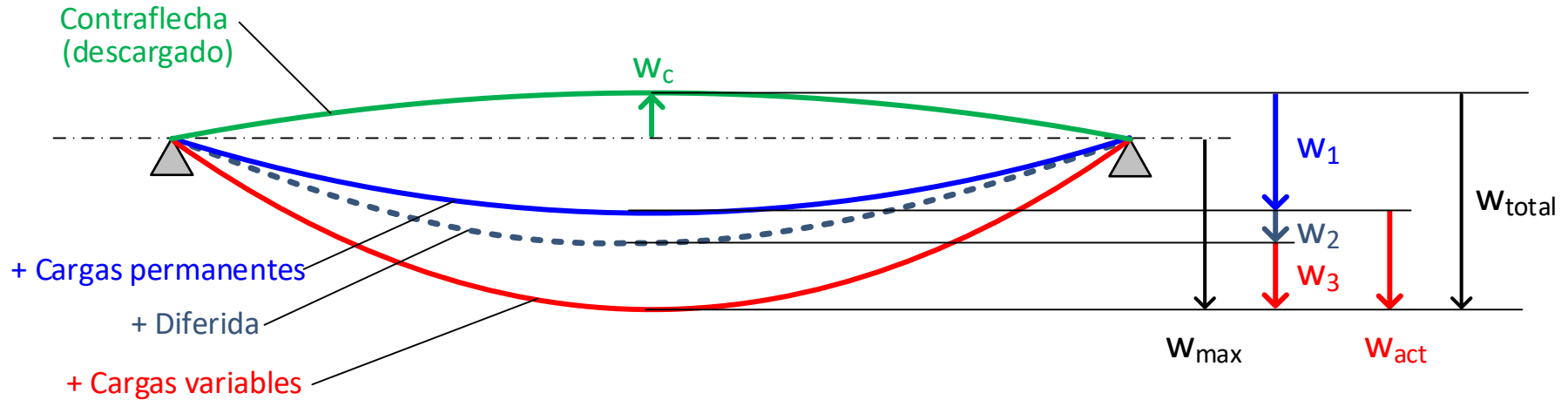


Puentes:

- Límites a la deformación vertical de los forjados
- Límites a la deformación transversal
- Límite a la vibración
- Límite a las plastificaciones locales

Flechas - EN 1990 Anexo A1

CTE no incluye estas definiciones ni la figura. Siempre habla de $w_{relativa}$



w_c : **Contraflecha** de ejecución en taller con el elemento descargado

w_1 : Flecha inicial debida a todas las **cargas permanentes**

w_2 : Flecha **diferida** debida a las cargas permanentes (sólo estructuras mixtas)

w_3 : Flecha debida a las **cargas variables**

w_{total} : Flecha total $w_{total} = w_1 + w_2 + w_3$

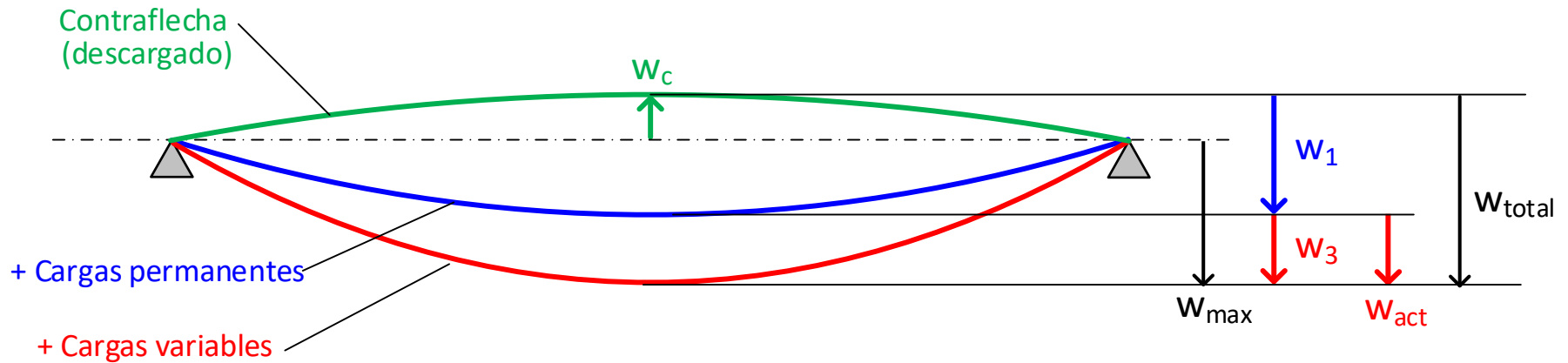
La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

w_{max} : Flecha total aparente, descontando la contraflecha $w_{max} = w_{total} - w_c$

w_{activa} : Flecha activa $w_{activa} = w_2 + w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.

Flechas en estructuras de acero con contraflecha - EN 1990 Anexo A1



w_c : **Contraflecha** de ejecución en taller con el elemento descargado

w_1 : Flecha inicial debida a todas las **cargas permanentes**

w_3 : Flecha debida a las **cargas variables**

w_{total} : Flecha total $w_{total} = w_1 + w_3$

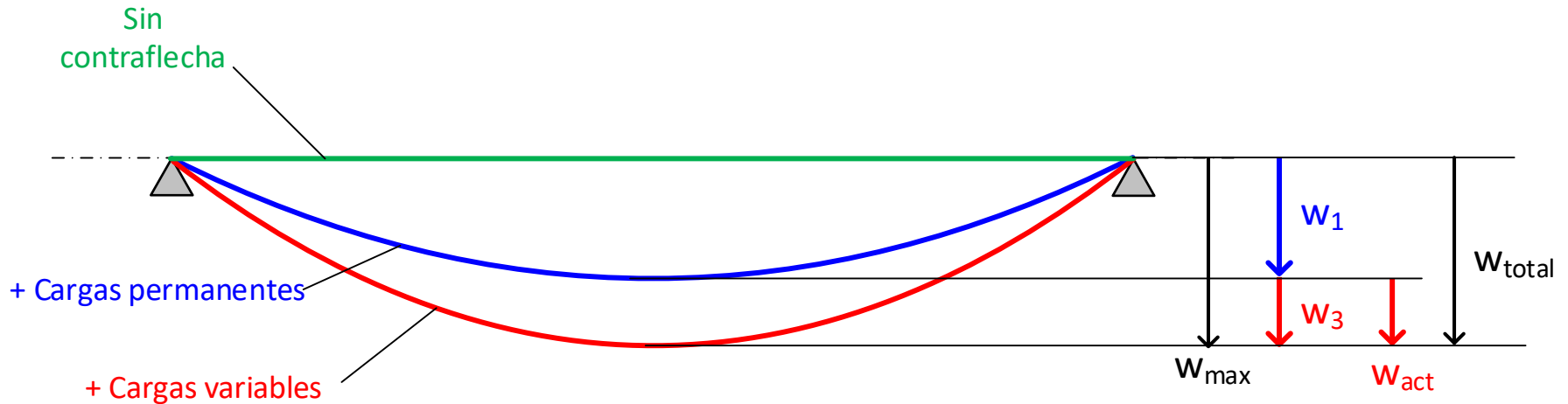
La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

w_{max} : Flecha total aparente, descontando la contraflecha $w_{max} = w_{total} - w_c$

w_{activa} : Flecha activa $w_{activa} = w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.

Flechas en estructuras de acero - EN 1990 Anexo A1



w_1 : Flecha inicial debida a todas las cargas permanentes

w_3 : Flecha debida a las cargas variables

w_{total} : Flecha total $w_{total} = w_1 + w_3$

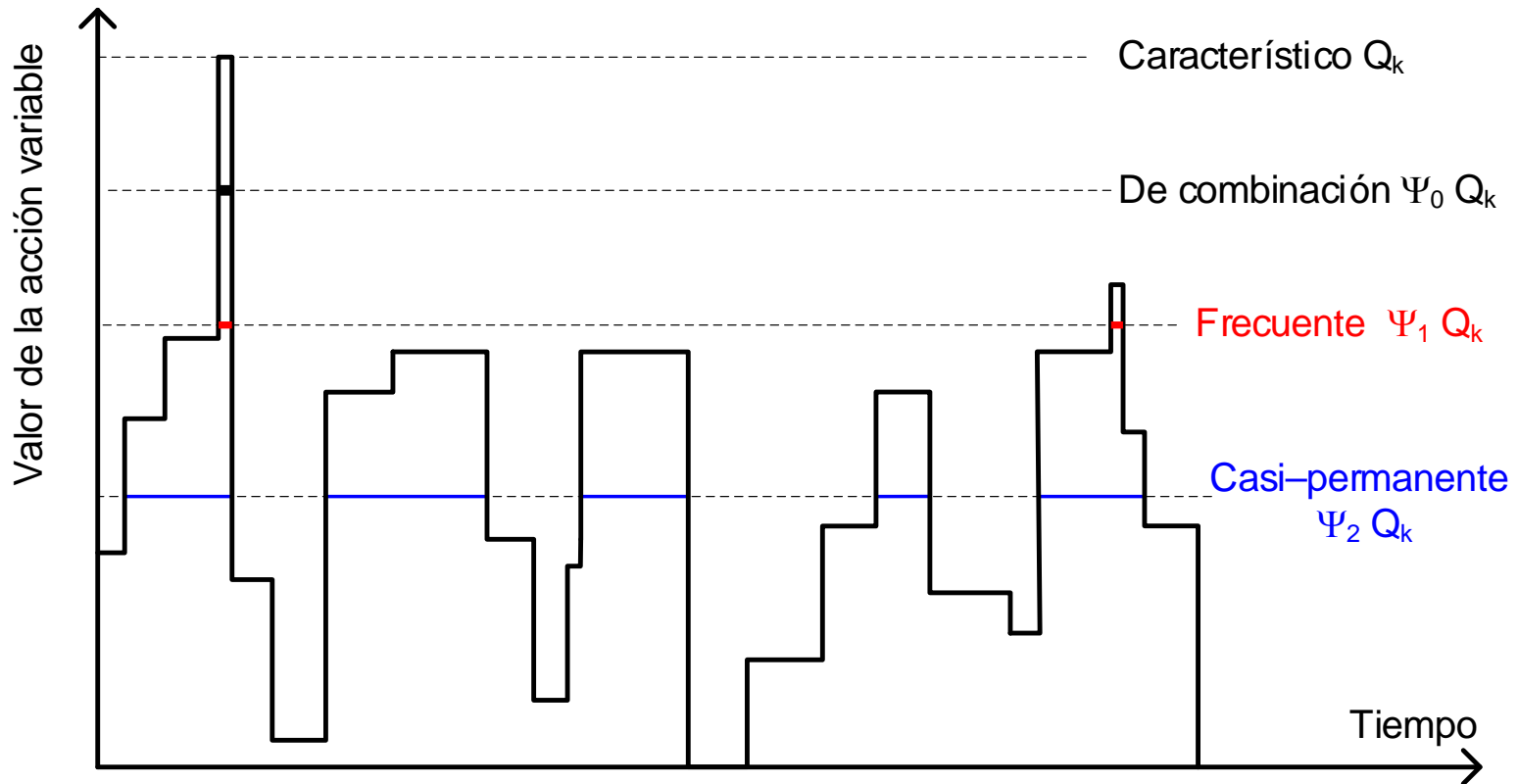
La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

w_{max} : Flecha total aparente $w_{max} = w_{total}$

w_{activa} : Flecha activa $w_{activa} = w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.

Valores de las acciones variables



Valor de combinación $\psi_0 Q_{k,j}$: el valor de la acción cuando actúa simultáneamente con otra acción cuya intensidad sea máxima:

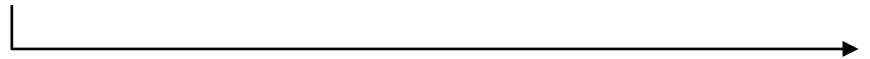
Valor frecuente $\psi_1 Q_{k,i}$: sólo es sobrepasado en periodos de corta duración (1%).

Valor cuasi-permanente $\psi_2 Q_{k,j}$: es sobrepasado en una gran parte de la vida de la estructura (50%).

Coeficientes de simultaneidad según el Código Estructural

El anejo 18 del Código Estructural es equivalente a UNE-EN 1990, pero con la diferencia de que se han eliminado los coeficientes de simultaneidad ψ

En el apéndice A.1 del Anejo 18 no existe la tabla A.1.1, por lo que no se incluyen los valores de los coeficientes de simultaneidad ψ , sino que hace referencia directa a usar lo establecido en el Código Técnico de la Edificación



Coeficientes de simultaneidad según CTE: DB SE tabla 4.2

Sobrecargas de uso según categorías de DB SE-AE	ψ_0	ψ_1	ψ_2
A. Zonas residenciales	0.7	0.5	0.3
B. Zonas administrativas	0.7	0.5	0.3
C. Zonas destinadas al público	0.7	0.7	0.6
D. Zonas comerciales	0.7	0.7	0.6
E. Zonas de tráfico y aparcamiento de vehículos ligeros con $Peso \leq 30 \text{ kN}$	0.7	0.7	0.6
F. Cubiertas transitables	El del uso desde el que se acceda		
G. Cubiertas accesibles únicamente para mantenimiento	0.0	0.0	0.0

Efectos climáticos	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nieve. Altitud $> 1000 \text{ m}$	0.7	0.5	0.2
Nieve. Altitud $\leq 1000 \text{ m}$	0.5	0.2	0.0
Viento	0.6	0.5	0.0
Acción térmica (no la debida al incendio)	0.6	0.5	0.0
Acciones variables del terreno	0.7	0.7	0.7

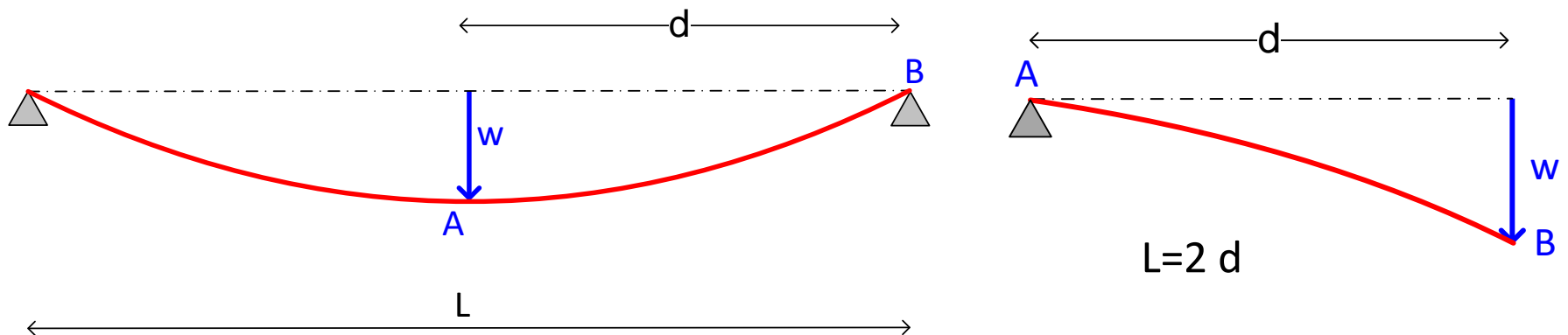
Límites de deformaciones verticales en edificios

AN/EN 1993-1-1 §7 y
Código Estructural Anejo 22 → se refieren al CTE SE 4.3.3.1.

Limitaciones para:

1. Proteger los **elementos no estructurales frágiles**, sensibles a la deformación
2. **Confort** de los usuarios y **funcionamiento** de los equipos
3. **Apariencia** general de la construcción

La limitación de flecha debe verificarse entre dos puntos cualesquiera de la planta, tomando como luz el doble de la distancia entre ellos.



1. Límites de deformaciones verticales en edificios para proteger la integridad de los elementos constructivos

Elementos constructivos no estructurales frágiles, que pueden ser dañados por la deformación (tabiques, suelos, cerramientos, puertas...)

Ante cualquier **combinación característica** de acciones (sin γ) de **corta duración**, poco probable, que pueda tener efectos **irreversibles**.

Considerando sólo las **acciones posteriores** a la puesta en obra del elemento: las **variables** y las **permanentes aplicadas después** de su puesta en obra, si las hay.

La flecha activa ($w_{act} = w_2 + w_3$) debe ser menor que:

- L/500 en pisos con tabiques frágiles (p.e. yeso) o pavimentos rígidos sin juntas
- L/400 en pisos con tabiques ordinarios o pavimentos rígidos con juntas
- L/300 en el resto de los casos.

$$w_{act} = \sum_{j=post} w(G_{k,j}) + w(Q_{k,i}) + \sum_{j \neq i} \psi_{0,j} w(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

Sólo las posteriores a la puesta en obra Acción variable determinante Acciones variables acompañantes a valor de combinación Repetir para todas las acciones variables determinantes

2. Límites de deformaciones verticales en edificios por el confort de los usuarios o funcionamiento de equipos

Ante cualquier **combinación frecuente**, a valores característicos (sin γ) sólo con las **acciones variables de corta duración reversibles**

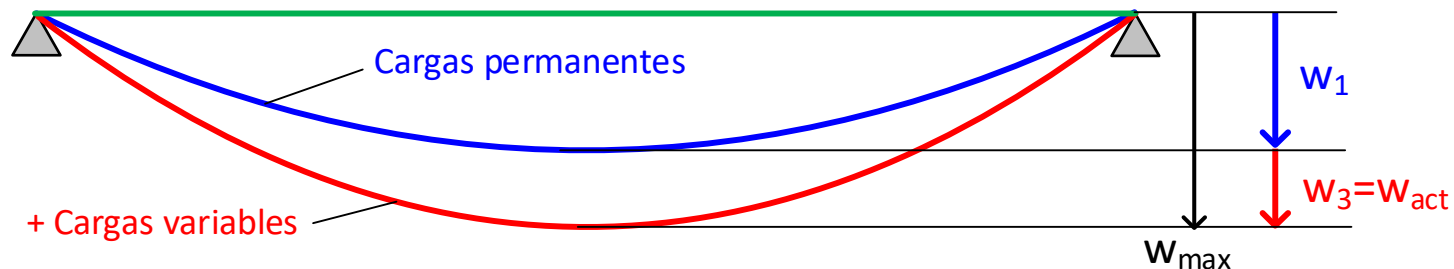
La flecha activa ($w_{act} = w_2 + w_3$) instantánea debe ser menor que $\frac{L}{350}$

$$w_{act} = \psi_{1,i} w(Q_{k,i}) + \sum_{j \neq i} \psi_{2,j} w(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

Determinante. **Valor frecuente** de corta duración (<1%)

Otras: **Valor casi-permanente**

Repetir para todas las acciones variables determinantes



3. Límites de deformaciones verticales en edificios por su apariciencia

Ante cualquier combinación de **acciones de larga duración (combinación casi permanente)**, con valores característicos (sin γ)

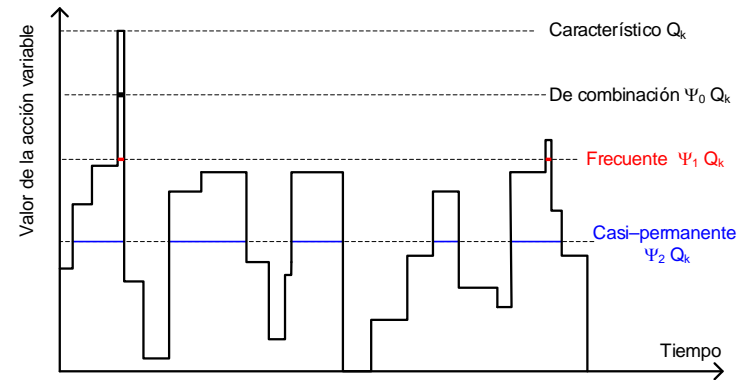
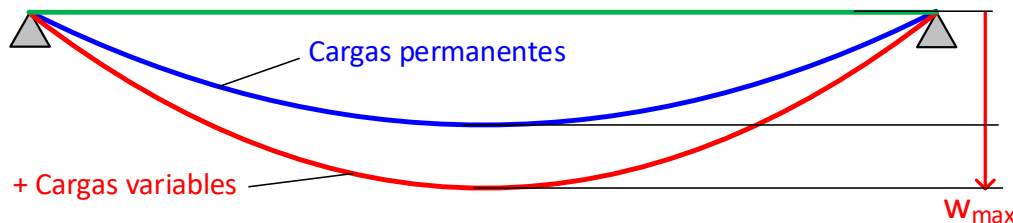
La flecha máxima w_{max} debe ser menor que $\frac{L}{300}$

$$w_{max} = \sum_j w(G_{k,j}) + \sum_j \psi_{2,j} w(Q_{k,j})$$

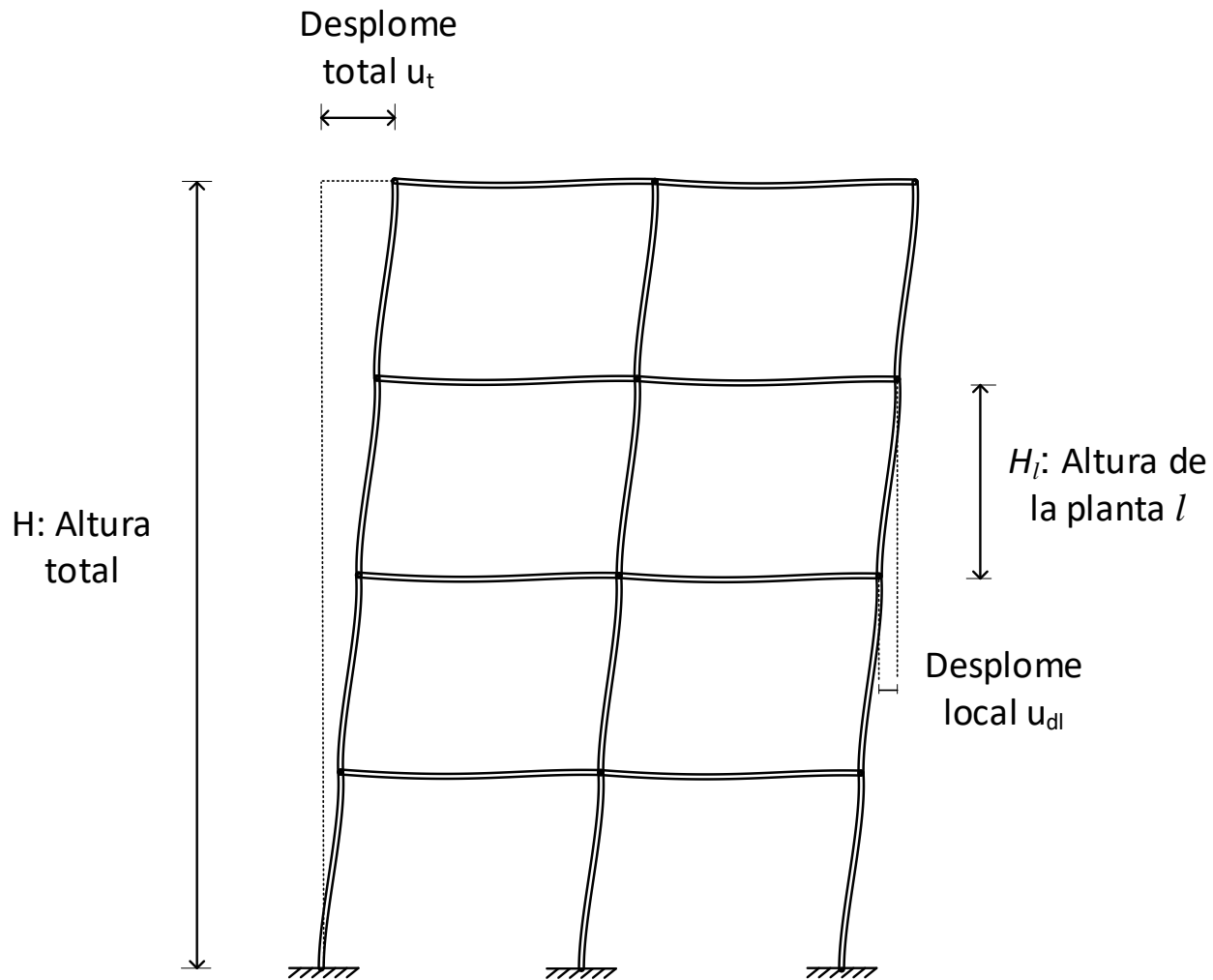
Valor de G

Valor casi-permanente de Q

La apariencia se refiere a la excesiva deformación o fisuración, no a la estética



Límites de deformaciones horizontales (u) en edificios



Límites de deformaciones horizontales (u) en edificios

AN/EN 1993-1-1 §7 y Código Estructural Anejo 22 se refieren al CTE SE 4.3.3.2.

1. Por integridad de los elementos constructivos (tabiques, cerramientos):

Ante cualquier combinación de acciones **característica**:

a. Desplome total $u_t < H/500$ H : altura total del edificio

b. Desplome local $u_{dl} < H_l/250$ H_l : altura de la planta l

$$u = \sum_j u(G_{k,j}) + u(Q_{k,i}) + \sum_{j \neq i} \psi_{0,j} u(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

2. Por apariencia:

Ante cualquier combinación de acciones **casi permanente**, el desplome relativo (confuso) es menor que 1/250. Es el local: $u_{dl} < H_l/250$

$$u_{dl} = \sum_j u(G_{k,j}) + \sum_j \psi_{2,j} u(Q_{k,j})$$

Comprobar en dos direcciones ortogonales

Límite de vibraciones en edificios - DB-SE 4.3.4

1. Comportamiento dinámico adecuado: las frecuencias propias se deben alejar suficientemente de las frecuencias de excitación.
2. Cálculo de las frecuencias propias: tener en cuenta las contribuciones de cerramientos, tabiquerías, revestimientos, solados,...
3. Si las vibraciones pueden producir el colapso de la estructura portante (por fenómenos de resonancia, o por fatiga) se tendrá en cuenta en la verificación de la capacidad resistente
4. Una planta de piso susceptible de sufrir vibraciones por efecto rítmico de las personas es suficientemente rígida, si la **frecuencia propia es mayor** de:
 - a. 8 Hz, en gimnasios y polideportivos
 - b. 7 Hz en salas de fiesta y locales de concurrencia pública sin asientos fijos
 - c. 3.4 Hz en locales de espectáculos con asientos fijos
 - d. 3 Hz en oficinas, centros comerciales (recomendación)

Estado límite de plastificaciones locales

A veces interesa limitar el nivel de tensiones en los perfiles de acero para garantizar una respuesta lineal, evitar la acumulación de deformaciones plásticas bajo cargas repetitivas o limitar la histéresis.

No es necesario comprobarlo en estructuras sometidas a cargas estáticas o formadas por secciones clase 3 o 4.

Es necesario comprobarlo en:

- a) Estructuras sometidas a cargas repetitivas (vigas carril, puentes)
- b) Elementos de responsabilidad, con detalles complejos donde puedan aparecer concentraciones de tensiones (cargas concentradas, cambios bruscos de sección, nudos de celosías, anclajes...)

Comprobar: para la combinación poco probable de acciones más desfavorable

$$\sigma_{Ed,ser} \leq f_y \quad \tau_{Ed,ser} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \sigma_{comp,Ed,ser} = \sqrt{\sigma_{Ed}^2 + 3 \tau_{Ed}^2} \leq f_y$$

Para la combinación frecuente de sobrecargas más desfavorable: mismas comprobaciones anteriores con límite $1.5 f_y$



Materiales para estructuras de acero

Aceros para perfiles estructurales y chapas

Aceros para tornillería

Material de aporte para soldadura

Recubrimientos de protección

Aceros para perfiles estructurales y chapas

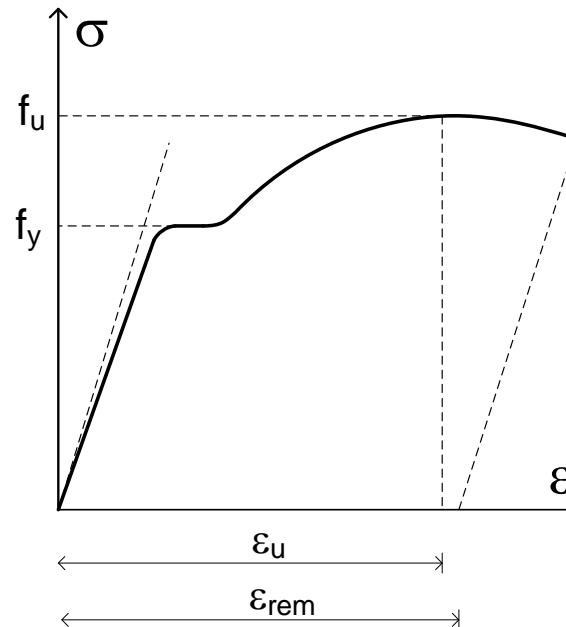
- A. Aceros no aleados laminados en caliente (los únicos en el CTE)
- B. Aceros con características especiales:
 - De grano fino, soldables, en estado normalizado (N)
 - Ídem. con laminación termomecánica (M)
 - Resistencia mejorada a la corrosión atmosférica (W)
 - Otros: templados (Q), especiales
- Características generales:
 - Buena ductilidad
 - Buena soldabilidad
 - Aptitud al doblado

Aceros estructurales - Características generales

EN 1993-1-1 §3.2, Código Estructural Artículo 82.3

- Límite elástico f_y
- Deformación unitaria para el límite elástico $\epsilon_y = 0.002 + \frac{f_y}{E}$ $\epsilon_y \approx 0.003$
- Resistencia a la tracción $f_u \geq 1.10 f_y$ ⁽¹⁾
- Deformación unitaria para la resistencia a la tracción $\epsilon_u \geq 15 \epsilon_y$
- Deformación unitaria remanente de rotura $\epsilon_{rem} \geq 15\%$

(1) El CTE pide $f_u = 1.2 f_y$



Designación de aceros para perfiles estructurales y chapas

- Normalizados según UNE-EN 10025-2 a UNE-EN 10025-6
- Designación: **S NNN** XX Y

NNN: clase de acero (limite elástico f_y en MPa= N/mm^2)

NNN: 235, 275, 355, 420, 450, 460

XX: características de resiliencia

XX: JR, J0, J2, K2

Soldabilidad creciente JR → K2

Y: características físicas

M (laminación termomecánica)

L (trabajo a bajas temperaturas)

N (Normalizado)

W (autopatinable, resistente a la corrosión atmosférica)

H Secciones huecas

Temp.	>27 J	> 40 J
20 °C	JR	KR
0 °C	J0	K0
-20 °C	J2	K2

No son posibles todas las combinaciones, ni existen todos comercialmente en todas las formas.

Aceros no aleados de uso general en construcción

Designación EN 10025-2	Límite elástico f_y (MPa)		Resistencia a la tracción f_u (MPa)	
	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$
S 235	235	215	360	360
S 275	275	255	430	410
S 355	355	335	510 ⁽²⁾	470
S 450 ⁽¹⁾	440	410	550	550

Son los únicos incluidos en el CTE.

(1) Difícil de encontrar comercialmente

Valores de f_u según AN / EN 1993-1-1.

(2) $f_u = 490$ en Código Estructural Anejo 22

Grados de resiliencia

Grado EN 10025-2	Temperatura de ensayo	Resiliencia (J) $t < 150$ mm
JR	+20°	27
J0	0°	27
J2	-20°	27
K2	-20°	40

Aceros de grano fino con laminación termomecánica (M)

Laminación en la que la deformación final se hace en unas condiciones de temperatura controlada, que produce una microestructura de grano más fino, con mejores valores de resiliencia y soldabilidad.

Permite alcanzar mayores límites elásticos (420, 460)

Designación EN 10025-4	Límite elástico f_y (MPa)		Resistencia a la tracción f_u (MPa)	
	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$
S 275 M / ML ⁽¹⁾	275	255	370	360
S 355 M / ML	355	335	470	450
S 420 M / ML	420	390	520	500
S 460 M / ML	460	430	540	530

(1) Poco habitual en perfiles con laminación termomecánica

Valores de f_u según AN / EN 1993-1-1 y Cod. Estructural Anejo 22 tabla 3.1.

Grados L: trabajo a baja temperatura. Resiliencia igual que grados N / NL

Aceros de grano fino en condición de normalizado (N)

Laminación en la que la deformación final se hace en unas condiciones de temperatura que producen un estado equivalente a la normalización.

Muy habituales en chapas. Menos habituales en perfiles

Designación EN 10025-3	Límite elástico f_y (MPa)		Resistencia a la tracción f_u (MPa)	
	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$
S 275 N / NL	275	255	390	370
S 355 N / NL	355	335	490	470
S 420 N / NL	420	390	520	520
S 460 N / NL	460	430	540	540

Valores de f_u según AN / EN 1993-1-1
y Cod. Estructural Anejo 22

Grados L: trabajo a baja temperatura.

	Resiliencia (J)	
	-20 °C	-50 °C
N	40	
NL	47	27

Otros aceros

Aceros con resistencia mejorada a la corrosión atmosférica (W).
Habitualmente no pintados. Autoprotegidos ante la corrosión

Designación EN 10025-5	Límite elástico f_y (MPa)		Resistencia a la tracción f_u (MPa)	
	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$
S 235 W	235	215	360	340
S 355 W	355	335	510 (1)	490

(1) $f_u = 490$ Código Estructural Anejo 22

Acero de alto límite elástico, templado y revenido (Q)

Sólo para piezas especiales: bulones, etc. (no perfiles)

Designación EN 10025-6	Límite elástico f_y (MPa)		Resistencia a la tracción f_u (MPa)	
	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$	$t \leq 40$ mm	$40 < t \leq 80$
S 460 Q	460	440	570	550

Valores de f_u según AN / EN 1993-1-1 y Cod. Estructural Anejo 22

Propiedades físicas del acero para el proyecto

Módulo de elasticidad: $E = 210 \text{ GPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$

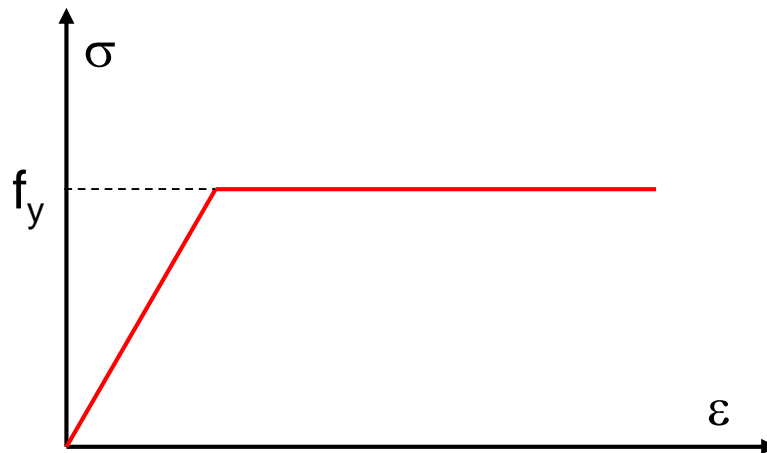
Módulo de Poisson: $\nu = 0.3$

Módulo de cortadura: $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 81 \text{ GPa} = 81000 \text{ N/mm}^2$

Coefficiente de dilatación lineal: $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Densidad $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

Modelo tensión – deformación unitaria: elástico – plástico perfecto. Igual en tracción y compresión.



Los más utilizados

Tendencia actual:

- S235-S275 para piezas con bajos niveles de tensión: piezas a flexión ligeras, donde el criterio dimensionante es la deformación, no la tensión, y en elementos auxiliares.
- S355 para piezas donde el criterio dimensionante es la tensión
- Introduciéndose el S420 en piezas muy cargadas
- S460 especial para piezas con grandes esfuerzos.

Resistencia de cálculo del acero (1)

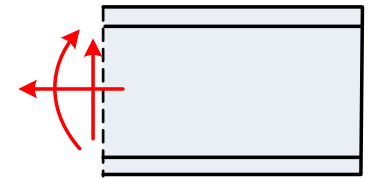
Resistencia de cálculo R_d : cociente del valor característico (R_k) de una propiedad del material y el coeficiente parcial de seguridad para la resistencia (γ_M)

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Normativa: AN/UNE-EN 1993-1-1 §2.4.3, §6.1
Código Estructural Anejo 22, §6.1

A. Resistencia de cálculo para la **resistencia de las secciones**

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



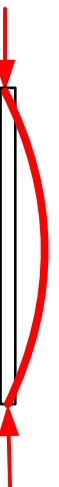
Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia de las secciones: $\gamma_{M0} = 1.05$

B. Resistencia de cálculo frente a la **inestabilidad (pandeo)**:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Coeficiente parcial de seguridad frente a la inestabilidad: $\gamma_{M1} = 1.05$

Nota: El EC3 y el Código Estructural permiten utilizar $\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = 1.00$ en edificios, bajo tolerancias más estrictas, garantías adicionales para el límite elástico del acero y control de ejecución intenso



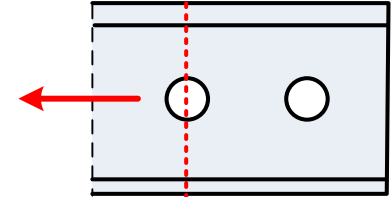
Resistencia de cálculo del acero (2)

C. Resistencia de cálculo a la rotura de las secciones transversales a tracción (límite último):

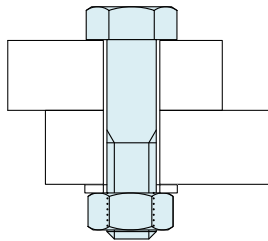
$$f_{ud} = \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$$

Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia a la rotura de las secciones transversales a tracción

$$\gamma_{M2} = 1.25$$



D. Resistencia de cálculo a la rotura de las uniones (límite último):

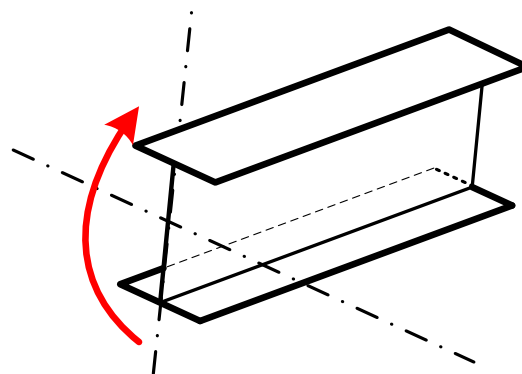


$$f_{ud} = \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

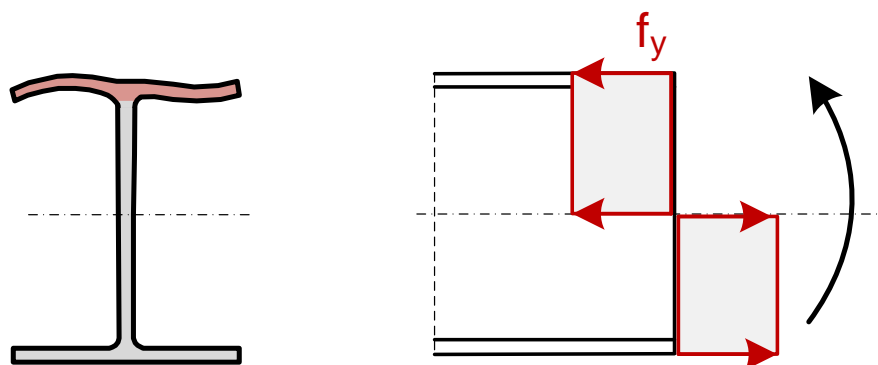
f_{ub} : resistencia de rotura del elemento de unión (p.e. tornillo)

Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia a la rotura de las uniones

$$\gamma_{M2} = 1.25$$

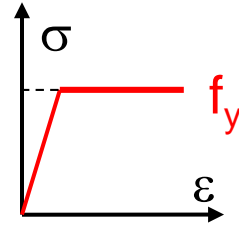


Clases de secciones de perfiles de acero



Comportamiento de las secciones de perfiles de acero

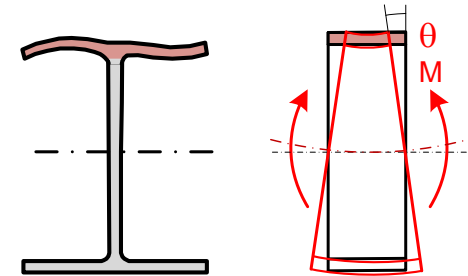
- Normas actuales **permiten trabajar en régimen plástico** (mayor aprovechamiento del acero)



- Perfil formado por chapas planas, sometido a flexión y esfuerzo axial: **dos fenómenos** condicionan su comportamiento

a) **Plastificación** total o parcial

b) **Abolladura** (inestabilidad local) en las zonas comprimidas



- Influyen sobre:

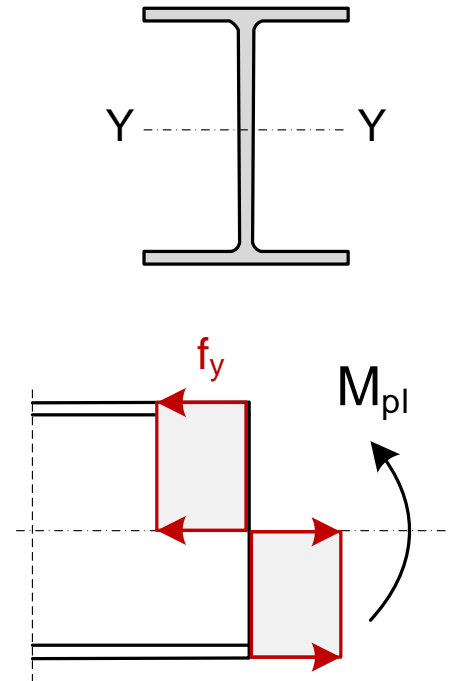
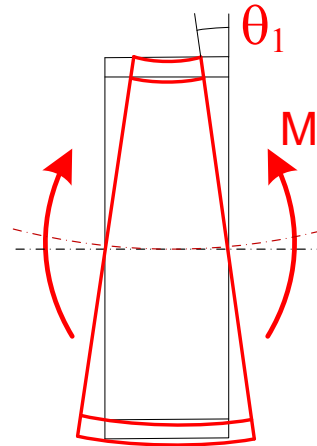
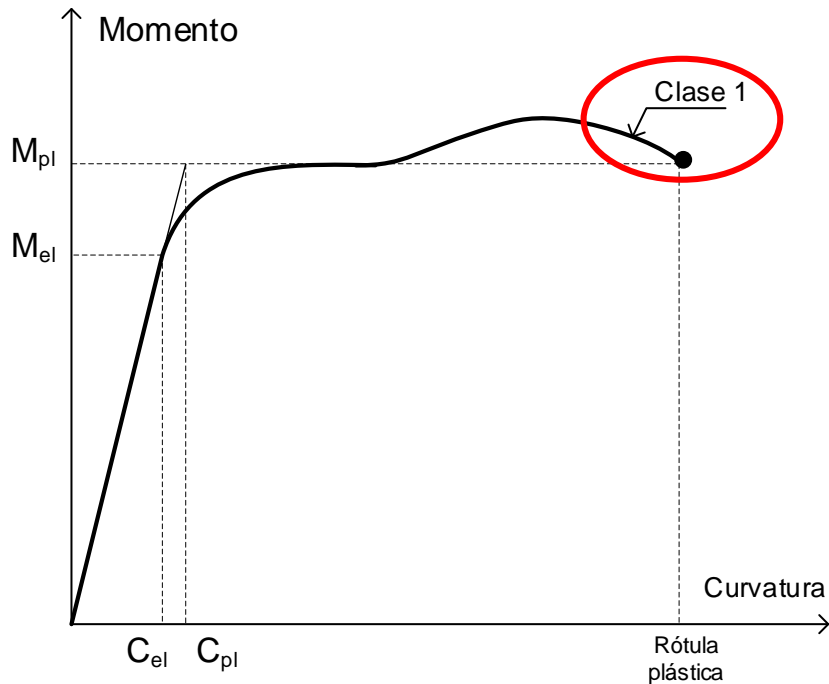
- Su **resistencia**: capacidad para absorber el momento elástico o plástico.
- Su **capacidad de rotación**: alcanzar una curvatura suficiente para poder estudiarla con métodos plásticos.

- En función de estos dos parámetros de comportamiento, las secciones transversales de los perfiles se clasifican en 4 tipos.

- Normativa: EN 1993-1-1 §5.5, Código Estructural Anejo 22

Secciones clase 1 (plásticas)

Alcanzan su momento plástico (plastificación total) sin producirse abolladura. Permiten la formación de una rótula plástica con capacidad de giro suficiente para permitir el cálculo plástico de los esfuerzos en la estructura.

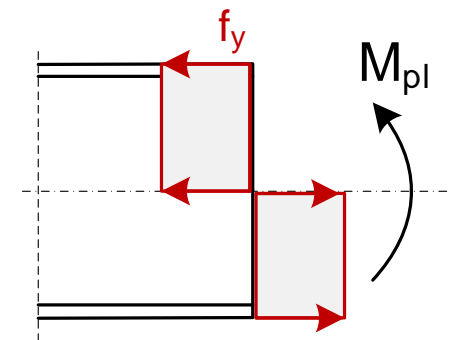
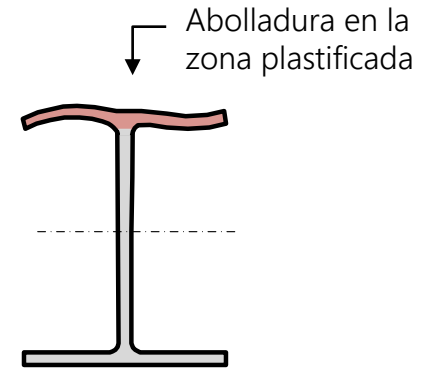
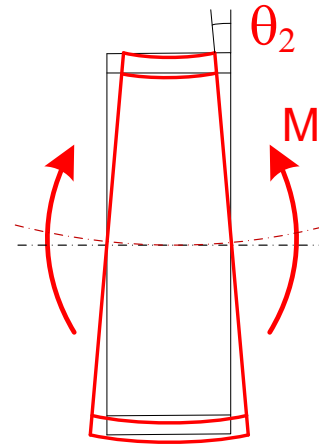
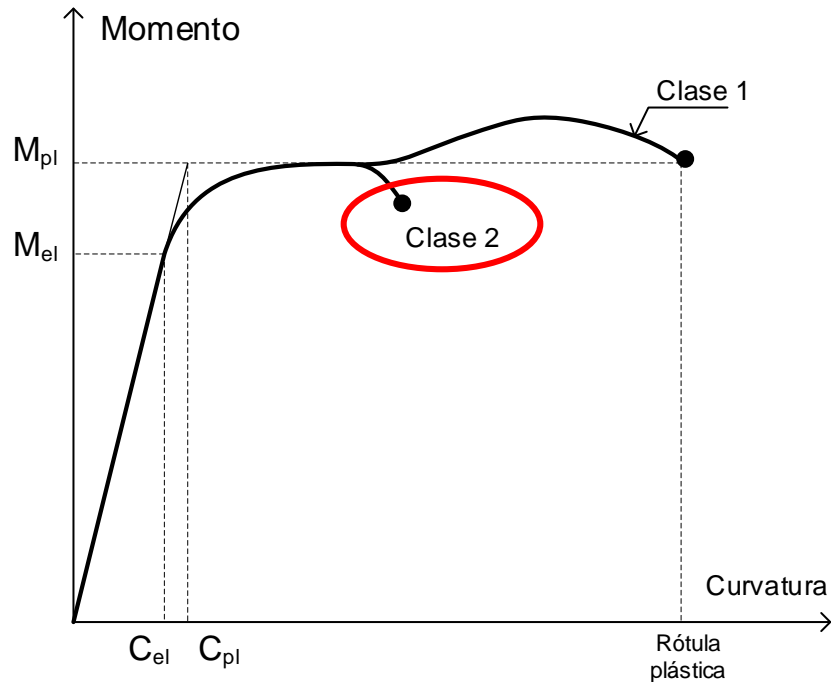


$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

W_{pl} : módulo plástico de la sección ($S_{G,sup} + S_{G,inf}$)

Secciones clase 2 (compactas)

Alcanzan su momento plástico (plastificación total): pero se produce abolladura en la zona comprimida, lo que limita su capacidad de giro, que es insuficiente para permitir el cálculo plástico de los esfuerzos en la estructura.

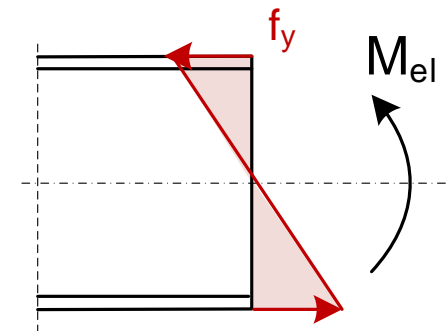
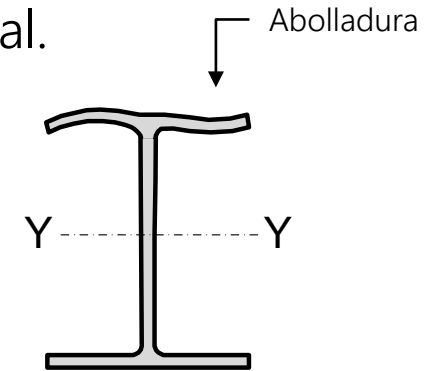
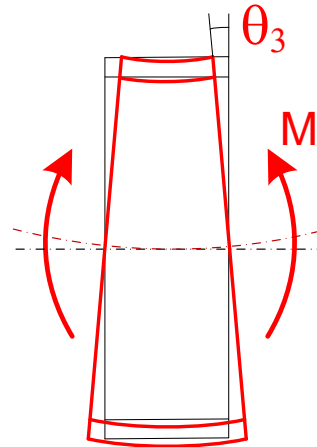
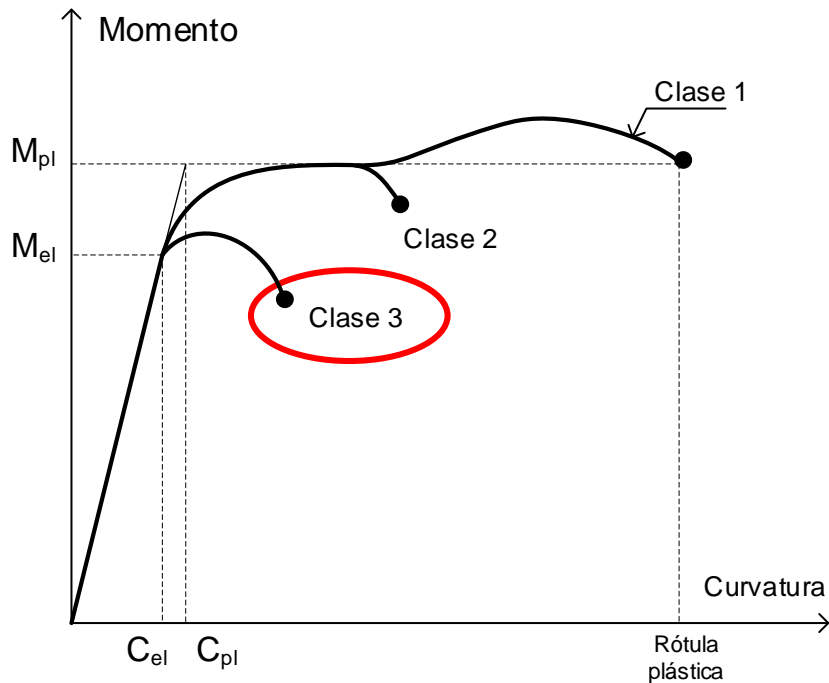


$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

W_{pl} : módulo plástico de la sección ($S_{G,sup} + S_{G,inf}$)

Secciones clase 3 (semicomcompactas - elásticas)

La tensión en la fibra más comprimida (calculada de forma elástica) puede **alcanzar el límite elástico f_y** , pero la **abolladura local** impide alcanzar las deformaciones necesarias para absorber el momento plástico. Ley de tensiones lineal.



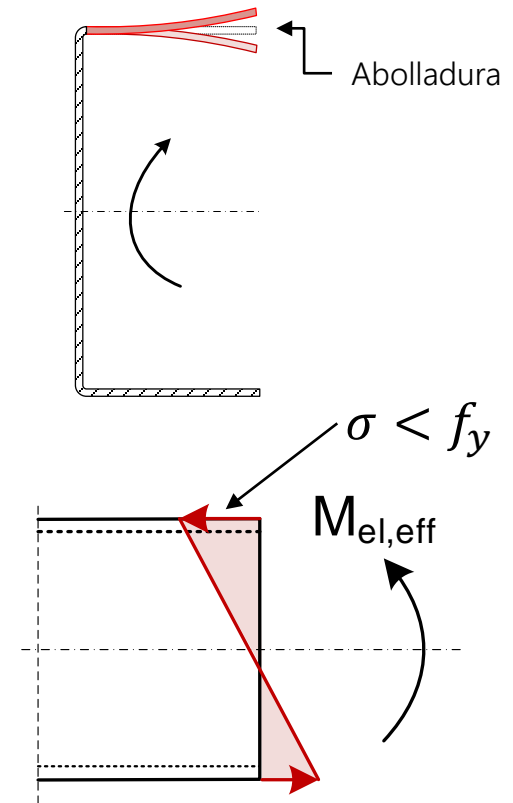
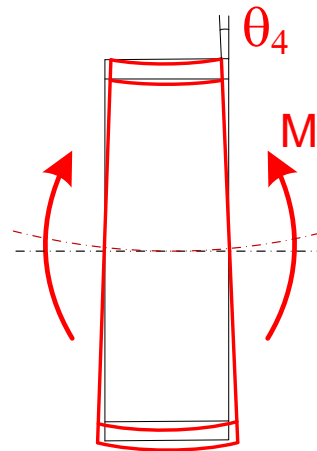
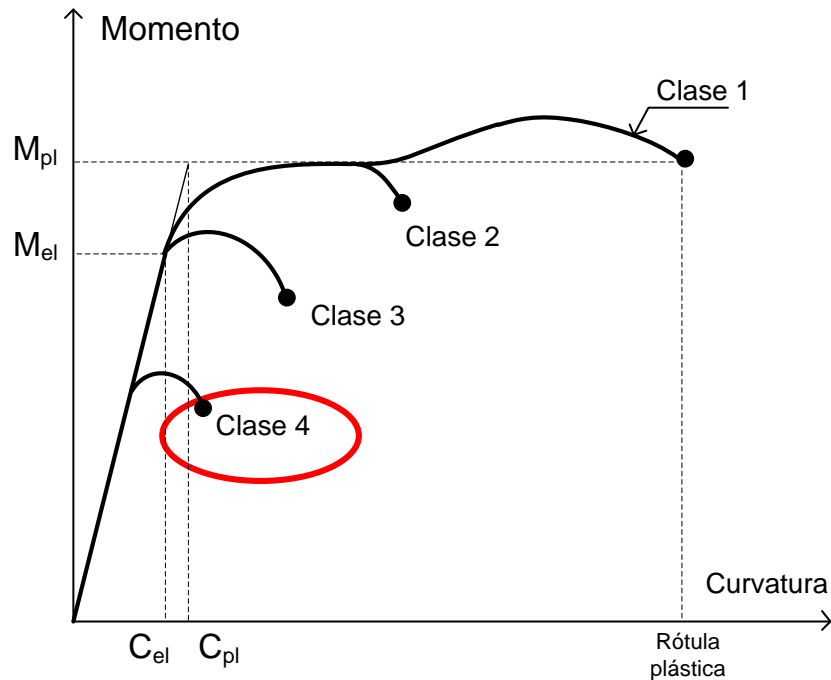
$$M_{Rd} \equiv M_{el} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$W_{el,min} = \frac{I_Y}{z_{max}}$$

Secciones clase 4 (esbeltas)

Se produce una **abolladura local** de las chapas comprimidas antes de alcanzarse el límite elástico f_y en la fibra más comprimida. La zona abollada no trabaja. Chapas esbeltas: perfiles en frío y perfiles de chapa soldada (armados)

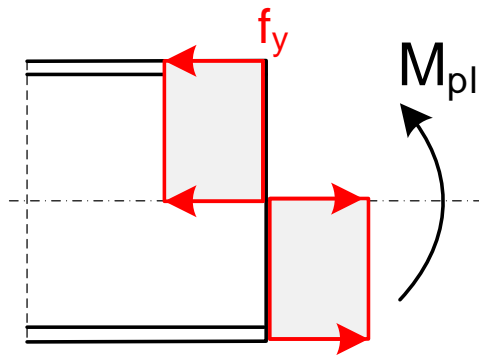
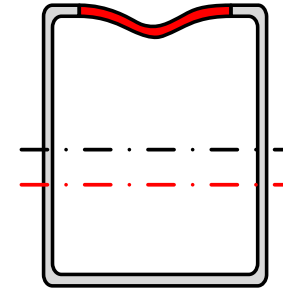
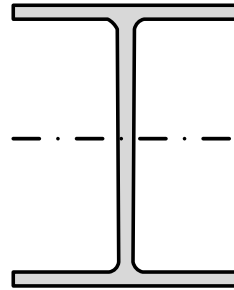
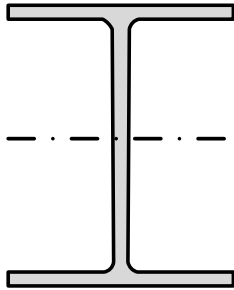
No se alcanza el momento elástico.



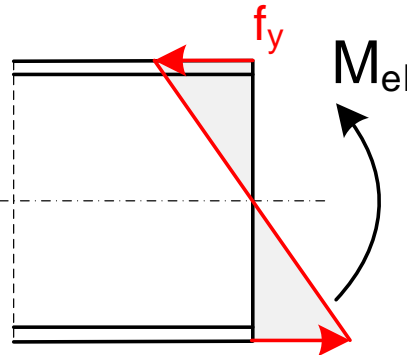
$$M_{Rd} \equiv M_{el,eff} = W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$W_{eff} < W_{el}$$

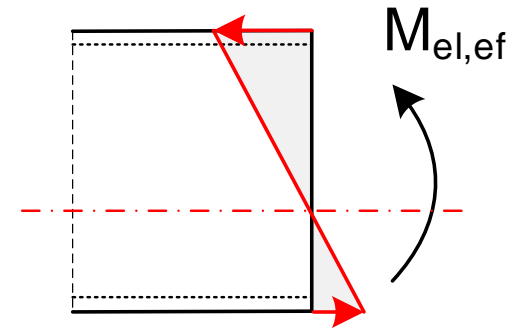
Resumen



Clases 1 y 2



Clase 3



Clase 4

$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M_{Rd} \equiv M_{el} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

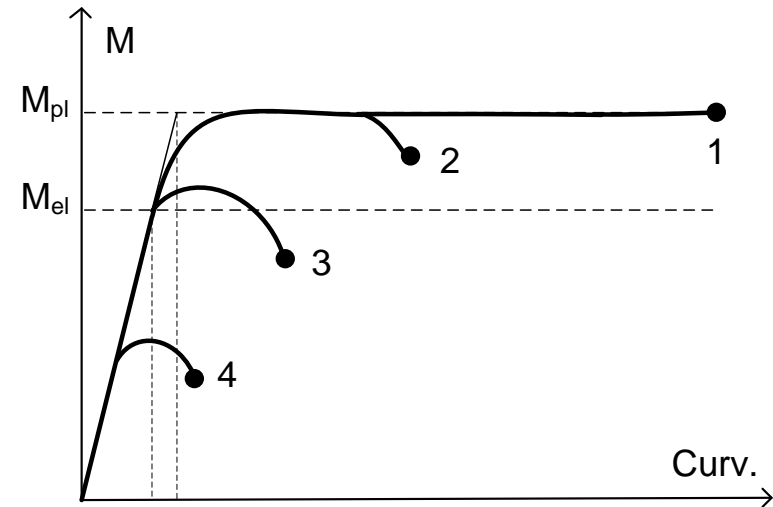
$$M_{Rd} \equiv M_{el,ef} < M_{el}$$

En perfiles I,H normalizados: $W_{pl} > W_{el}$

IPE 300 $W_{pl} = 628 \text{ cm}^3$
 $W_{el} = 557 \text{ cm}^3$

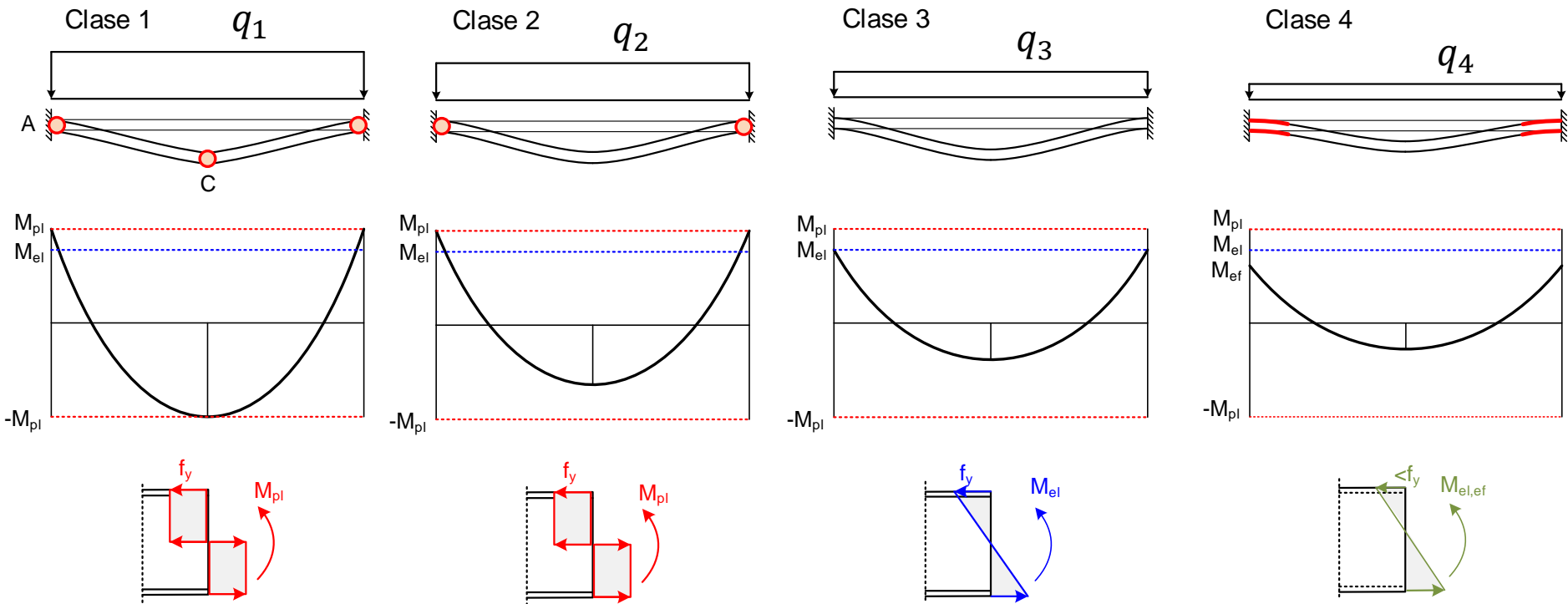
Métodos de cálculo según la clase de sección

Clase	Resistencia de cálculo la sección	Capacidad de rotación de la sección	Método de análisis de la estructura
1	Plástica	Importante	Plástico (1) o elástico
2	Plástica	Limitada	Elástico
3	Elástica	Ninguna	Elástico
4	Elástica con sección reducida	Ninguna	Elástico con rigidez reducida



(1): Para el análisis global plástico se requiere una buena capacidad de rotación en las rótulas: todas las secciones donde se puedan formar rótulas plásticas deben ser clase 1, etc.
Ver EN 1993-1-1 §5.4 y §5.6 y Anejo 22

Viga empotrada: métodos de cálculo según la clase de sección



$$M_A = M_C = M_{pl}$$

$$M_A = M_{pl}$$

$$M_A = \frac{q_3 L^2}{12}$$

$$M_A = M_{el,ef}$$

$$\frac{q_1 L^2}{16} \leq M_{pl}$$

$$\frac{q_2 L^2}{12} \leq M_{pl}$$

$$\frac{q_3 L^2}{12} \leq M_{el}$$

$$\frac{q_4 L^2}{12} \leq M_{el,ef}$$

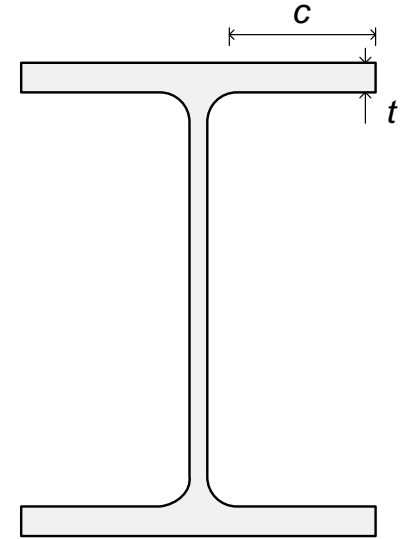
$$M_C = q_2 L^2 / 8 - M_{pl}$$

$$M_C = q_3 L^2 / 24$$

Clase de una sección formada por varias chapas

Para cada chapa depende de:

- Su esbeltez $\frac{\text{longitud}}{\text{espesor}} = \frac{c}{t}$
- Sujeción de sus extremos
- Estado de tensiones (uniforme, lineal)
- Límite elástico del acero (parámetro ϵ)



$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

f_y (N/mm ²)	235	275	355	420	460
ϵ	1	0.92	0.81	0.75	0.71

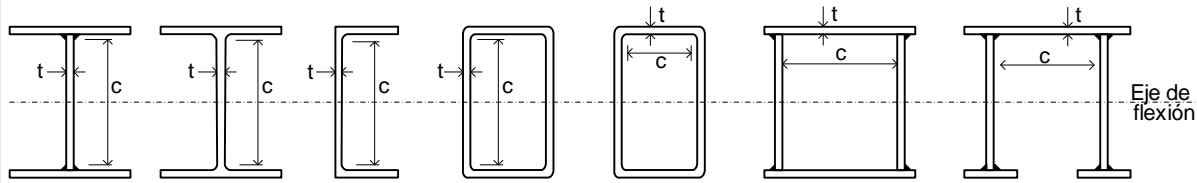
Cada ala o alma tiene una clase diferente, en función de su esbeltez (c/t).

La clase de la sección es la mayor de todas (menos favorable)

La clase depende del tipo de esfuerzo

Toda alma o ala que no cumpla las proporciones límite es de clase 4.

Esbeltez máxima para paneles comprimidos interiores (apoyados en sus bordes)



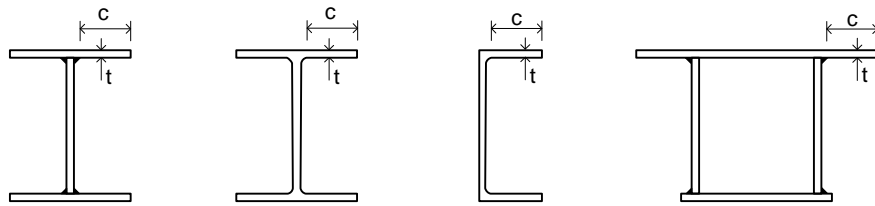
EN 1993-1-1
Tabla 5.2

Clase	Panel flectado	Panel comprimido	Panel a flexión - compresión	
Ley de tensiones (Positivo a compresión)				
1	$c/t \leq 72 \varepsilon$	$c/t \leq 33 \varepsilon$	$\alpha > 0.5$ $c/t \leq \frac{396 \varepsilon}{13 \alpha - 1}$	$\alpha \leq 0.5$ $c/t \leq \frac{36 \varepsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83 \varepsilon$	$c/t \leq 38 \varepsilon$	$\alpha > 0.5$ $c/t \leq \frac{456 \varepsilon}{13 \alpha - 1}$	$\alpha \leq 0.5$ $c/t \leq \frac{41.5 \varepsilon}{\alpha}$
Ley de tensiones (Positivo a compresión)				
3	$c/t \leq 124 \varepsilon$	$c/t \leq 42 \varepsilon$	$\psi > -1$ $c/t \leq \frac{42 \varepsilon}{0.67 + 0.33 \psi}$ $\psi \leq -1$ $c/t \leq 62 \varepsilon (1 - \psi) (-\psi)^{1/2}$	

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

El valor $\psi \leq -1$ se emplea cuando la tensión de compresión es $\sigma_c \leq f_y$

Esbeltez máxima para paneles comprimidos exteriores (alas voladas)



EN 1993-1-1
Tabla 5.2

Clase	Panel comprimido	Panel flexocomprimido	
		Extremo comprimido	Extremo traccionado
Ley de tensiones (Positivo compresión)			
1	$c/t \leq 9 \epsilon$	$c/t \leq \frac{9 \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9 \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10 \epsilon$	$c/t \leq \frac{10 \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10 \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
Ley de tensiones (Positivo compresión)			
3	$c/t \leq 14 \epsilon$	$c/t \leq 21 \epsilon \sqrt{k_\sigma}$	

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

k_σ : coeficiente de abolladura de la chapa

$$k_\sigma = 0.57 - 0.21 \psi + 0.07 \psi^2$$

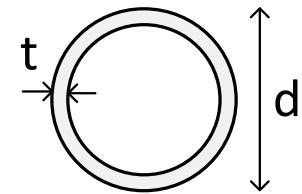
Clase de tubos y angulares

EN 1993-1-1
Tabla 5.2

Tubos circulares

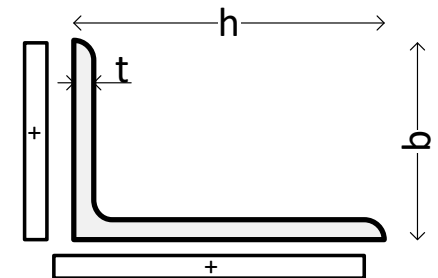
Clase	Sección flectada y/o comprimida
1	$d/t \leq 50 \epsilon^2$
2	$d/t \leq 70 \epsilon^2$
3	$d/t \leq 90 \epsilon^2$

Para $d/t > 90 \epsilon^2$ ver EN 1993-1-6



Angulares

Clase	Sección comprimida
3	$\frac{h}{t} \leq 15\epsilon$ y $\frac{b+h}{2t} \leq 11.5\epsilon$

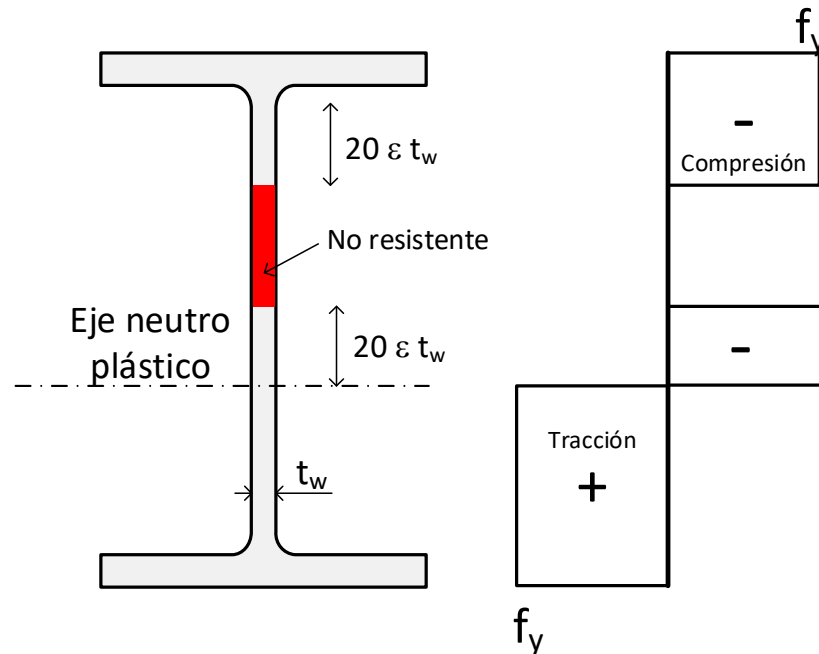


Secciones con clases diferentes

Secciones con alma clase 3 y alas clases 1, 2:

Se pueden clasificar como clase 2 si se toma un alma eficaz reducida:

Zona del alma en compresión se sustituye por una zona de $20 \epsilon t_w$ adyacente al ala comprimida y otra zona de $20 \epsilon t_w$ adyacente a la fibra neutra plástica de la sección eficaz. Resto del alma no resistente



Clase de los perfiles normalizados S235 IPE

S235	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo) (1)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 240	1	1	1	**	--	--
270	2	1	1	335	**	--
300	2	1	1	371	**	--
330	2	1	1	401	**	--
360	2	1	1	441	**	--
IPE 400	3	1	1	493	653	**
450	3	1	1	557	749	**
500	3	1	1	626	851	**
550	4	1	1	732	999	3135
600	4	1	1	835	1148	3558
750	4	1	1	697	1075	3142

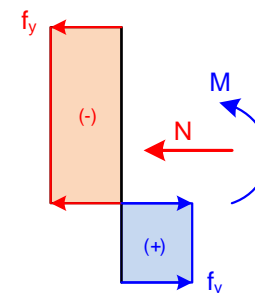
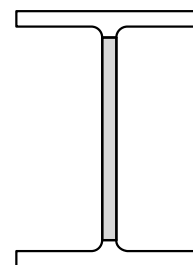
(1) Máximo esfuerzo axial de compresión para ser de la clase indicada.

(**) No existe un esfuerzo axial máximo para ser de la clase indicada.

(--) La clase no se produce a flexión + compresión (alma totalmente a compresión).

Clase de los perfiles normalizados S235 HEA, HEB, HEM

S235	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
HEA	100 a 450	1	1	**	--	--
	500	1	1	1088	**	--
	550	2	1	1148	**	--
	600	2	1	1163	**	--
HEB	100 a 600	1	1	**	--	--
	650	2	1	1966	**	--
	700	2	1	2170	**	--
	800	3	1	2039	2703	**
HEM	100 a 600	1	1	**	--	--



Clase de los perfiles normalizados S275 IPE, UPE

S275	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 220	1	1	1	**	--	--
240	2	1	1	321	**	--
270	2	1	1	337	**	--
300	2	1	1	370	**	
330	3	1	1	398	530	**
360	3	1	1	435	586	**
IPE 400	3	1	1	483	657	**
450	4	1	1	540	747	2567
500	4	1	1	600	844	2850
550	4	1	1	700	990	3248
600	4	1	1	795	1133	3682
750	4	1	1	595	1003	3197
UPE 80 a 400	1	1				

Clase de los perfiles normalizados S275 HEA, HEB, HEM

S275	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)			
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3	
	100 a 260	1	1	1	**	--	--
	280 a 300	2	2	2	**	--	--
	320 a 450	1	1	1	**	--	--
HEA	500	2	1	1	1091	**	--
	550	2	1	1	1146	**	--
	600	3	1	1	1147	1544	--
	100 a 550	1	1	1	**	--	--
	600	2	1	1	1968	**	--
HEB	650	2	1	1	1977	**	--
	700	2	1	1	2174	**	--
	800	3	1	1	1998	2717	**
HEM	100 a 600	1	1	1	**	--	--

Clase de los perfiles normalizados S355 IPE

S355	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 160	1	1	1	**	--	--
180	2	1	1	262	**	--
200	2	1	1	284	**	--
220	2	1	1	298	**	--
240	2	1	1	322	**	--
270	3	1	1	331	447	**
300	4	1	1	357	491	1840
IPE 330	4	1	1	379	529	2040
360	4	1	1	409	579	2251
400	4	1	1	446	644	2490
450	4	1	1	485	721	2700
500	4	1	1	526	803	2984
550	4	1	1	609	937	3396
600	4	1	1	681	1065	3841
750	4	1	1	350	815	3221

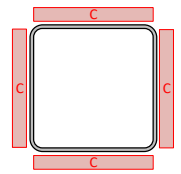
Clase de los perfiles normalizados S355 HEA, UPE

S355	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
100 a 160	1	1	1	**	--	--
180 a 240	2	2	2	**	--	--
260 a 300	3	3	3	**	--	--
320	2	2	2	**	--	--
340 a 360	1	1	1	**	--	--
400	2	1	1	1145	**	--
HEA 450	2	1	1	1139	**	--
500	3	1	1	1128	1512	**
550	4	1	1	1105	1521	7235
600	4	1	1	1076	1527	6992
650	4	1	1	1042	1527	6809
700	4	1	1	1165	1725	7164
UPE 80 a 400	1	1				

Clase de los perfiles normalizados S355 HEB, HEM

S355	Compresión simple	Flexión simple		Flexión eje Y + Compresión (kN máximo)			
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3	
HEB	100 a 450	1	1	1	**	--	--
	500	2	1	1	2001	**	--
	550	2	1	1	1986	**	--
	600	3	1	1	1965	2605	**
	650	3	1	1	1938	2621	**
	700	4	1	1	2113	2884	10847
	800	4	1	1	1846	2662	9837
	900	4	1	1	1743	2656	9606
HEM	100 a 650	1	1	1	**	--	--
	700	2	1	1	4089	**	**
	800	3	1	1	3508	4684	**

Clase de los tubos cuadrados a compresión



S275	Espesor (mm)						
	2	3	4	5	6	7	8
40	1	1	1	1			
50	1	1	1	1			
60	1	1	1	1			
70	2	1	1	1			
80	3	1	1	1	1		
90		1	1	1	1		
100		1	1	1	1	1	
120		3	1	1	1	1	
140		4	2	1	1		
150		4	2	1	1		
160			3	1	1		
180			4	2	1	1	1
200			4	3	2	1	1
220			4	4	2	1	1
250			4	4	3	2	1

S355	Espesor (mm)						
	2	3	4	5	6	7	8
40	1	1	1	1			
50	1	1	1	1			
60	1	1	1	1			
70	3	1	1	1			
80	4	1	1	1	1		
90		1	1	1	1		
100		2	1	1	1	1	
120		4	1	1	1	1	
140		4	3	1	1		
150		4	3	1	1		
160			4	2	1		
180			4	3	1	1	1
200			4	4	2	1	1
220			4	4	3	1	1
250			4	4	4	2	1

Secciones de clase 4

Normativa:

EN 1993-1-5 Design of plated structures, §4
Código Estructural Anejo 25, §4

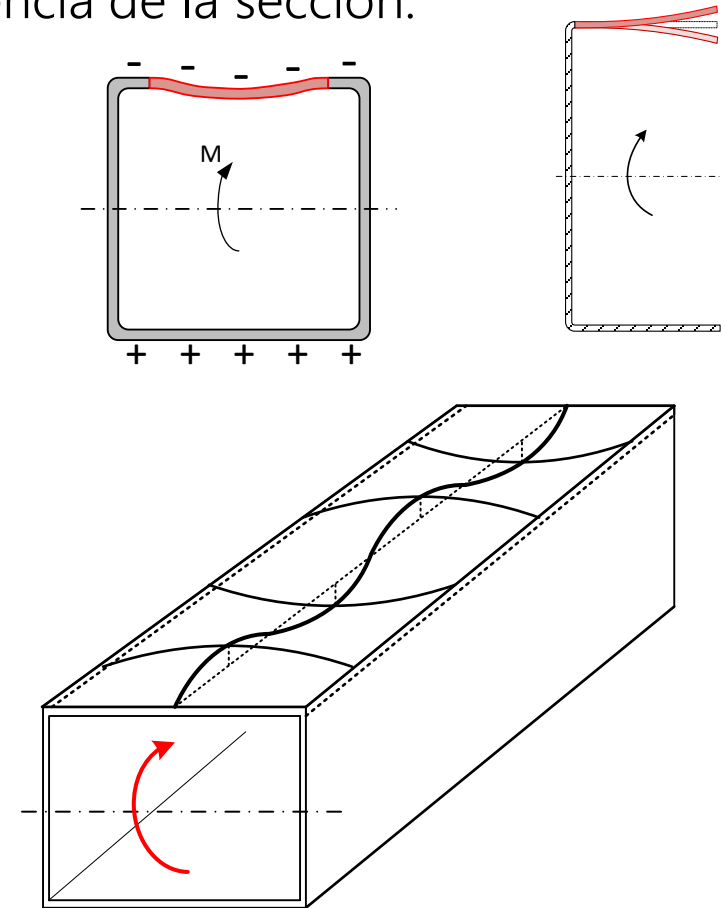
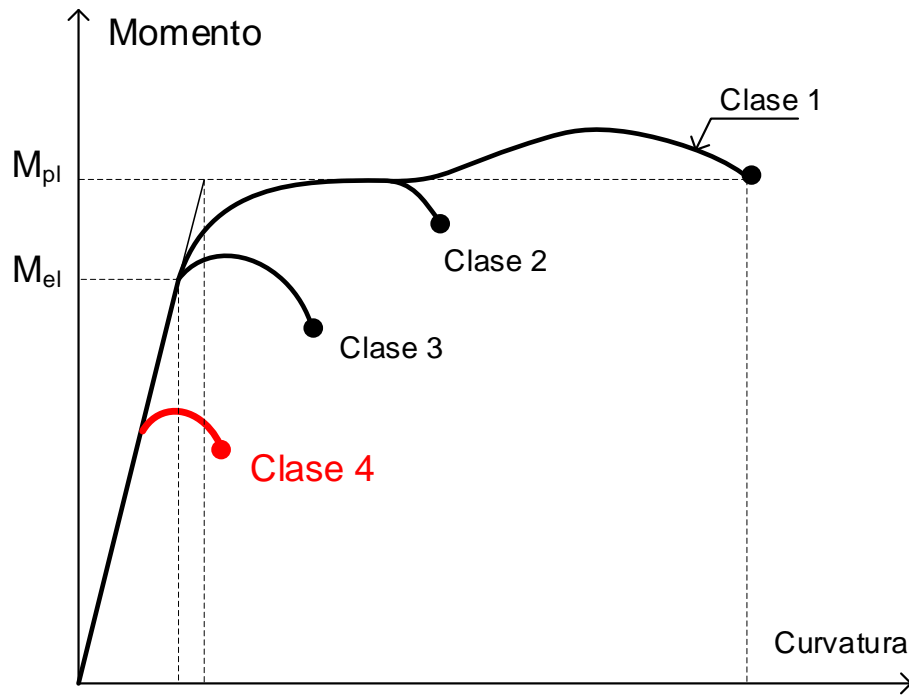
Bibliografía

"Design of Plated Structures", D. Beg, U. Kuhlmann, L. Davaine, B. Braun,
ECCS Eurocode Design Manuals, Ernst & Sohn, 2010

Secciones de clase 4

Se produce una **abolladura local de las chapas comprimidas** antes de alcanzarse el límite elástico f_y en la fibra más comprimida. No se alcanza el momento elástico (clase 3).

La zona abollada no contribuye a la resistencia de la sección.



Método de la anchura efectiva

Se reduce la sección transversal en la parte abollada, adoptando una anchura efectiva b_{eff} menor que la real, con la que se permite calcular llegando al límite elástico a la sección

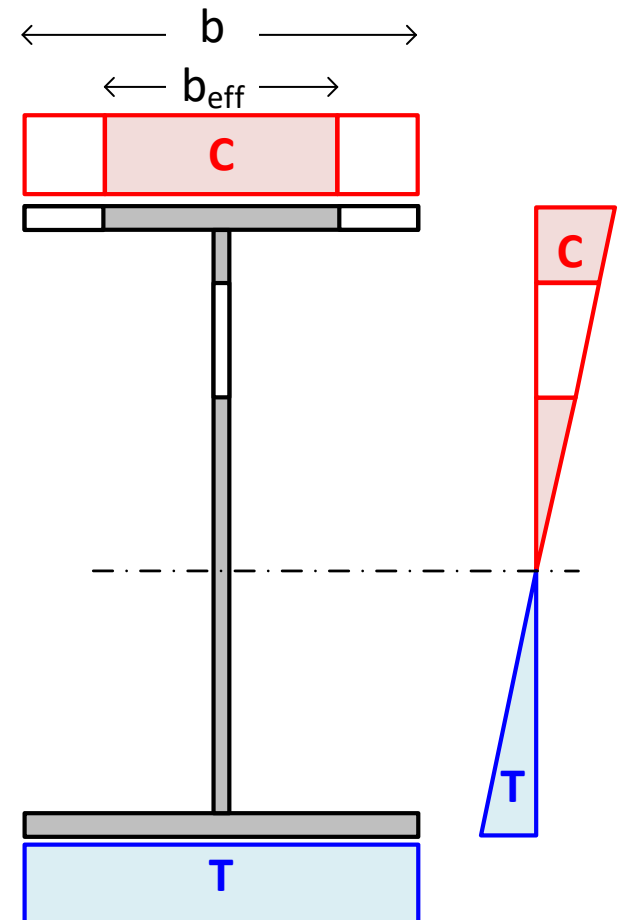
$$A_{c,eff} = \rho A_c = \rho b t = b_{eff} t$$

$A_{c,eff}$ Área reducida^(p) a compresión

ρ factor de reducción por abolladura de la chapa

$A_c = b t$ Área bruta a compresión

El índice ^p en el área reducida indica que es un área reducida por abolladura de la chapa '*plate buckling*', para distinguirla de otras áreas reducidas, debidas a otros efectos (EN 1993-1-5, 1.3.4)



Tensión crítica de pandeo (abolladura) de una chapa a compresión

Compresión uniforme, espesor t , ancho \bar{b} , longitud a , dos lados apoyados

σ_{cr} Tensión de compresión crítica $\sigma_{cr} = k_{\sigma} \sigma_E$

k_{σ} Coeficiente de abolladura, depende de la condición de apoyo en los lados, de la ley de tensiones y de la relación entre lados (a/\bar{b}) de la placa

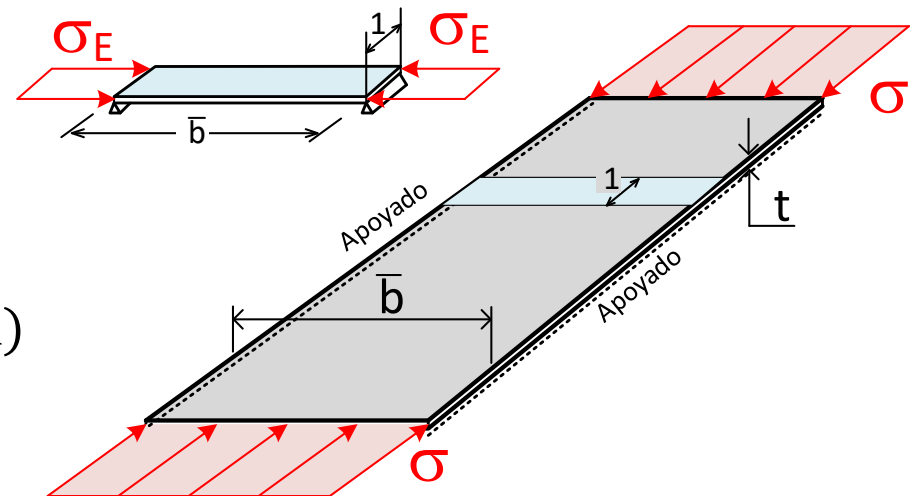
Dos lados apoyados $k_{\sigma} = 4$

σ_E Tensión crítica de Euler: tensión de pandeo de una columna de longitud \bar{b} , ancho 1, espesor t y módulo de elasticidad $\frac{E}{1-\nu^2}$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{\bar{b}} \right)^2$$

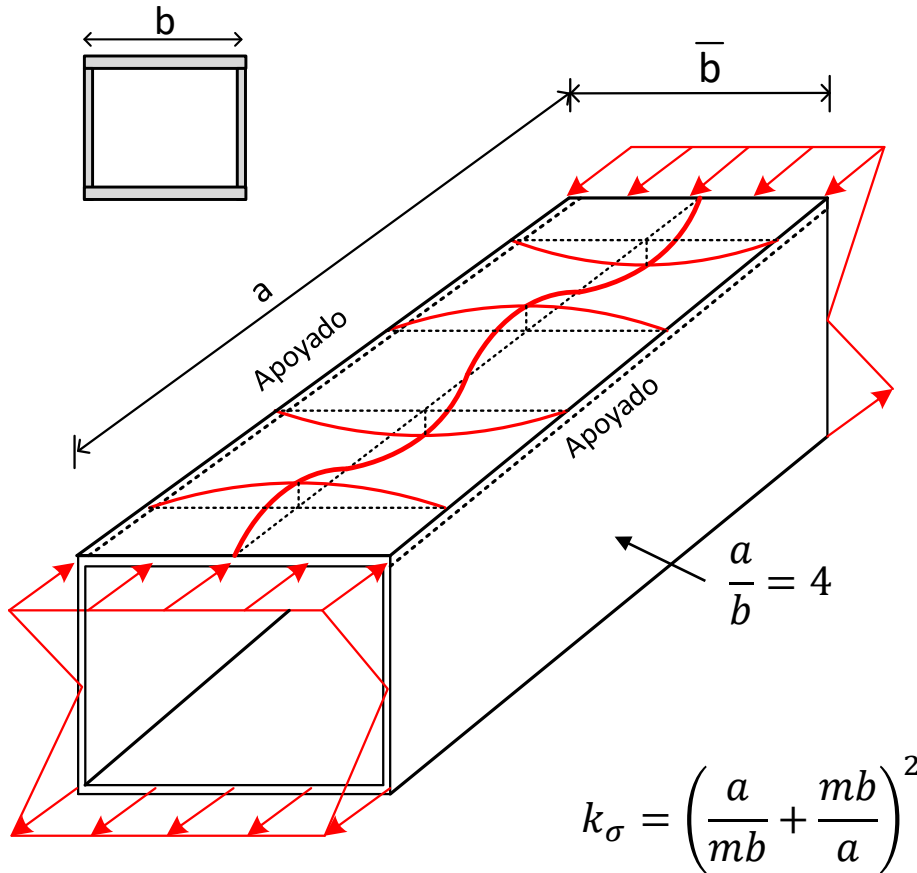
Dando valores para acero:

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} 189800 \left(\frac{t}{\bar{b}} \right)^2 \quad (\text{MPa})$$



Abolladura de alas a compresión

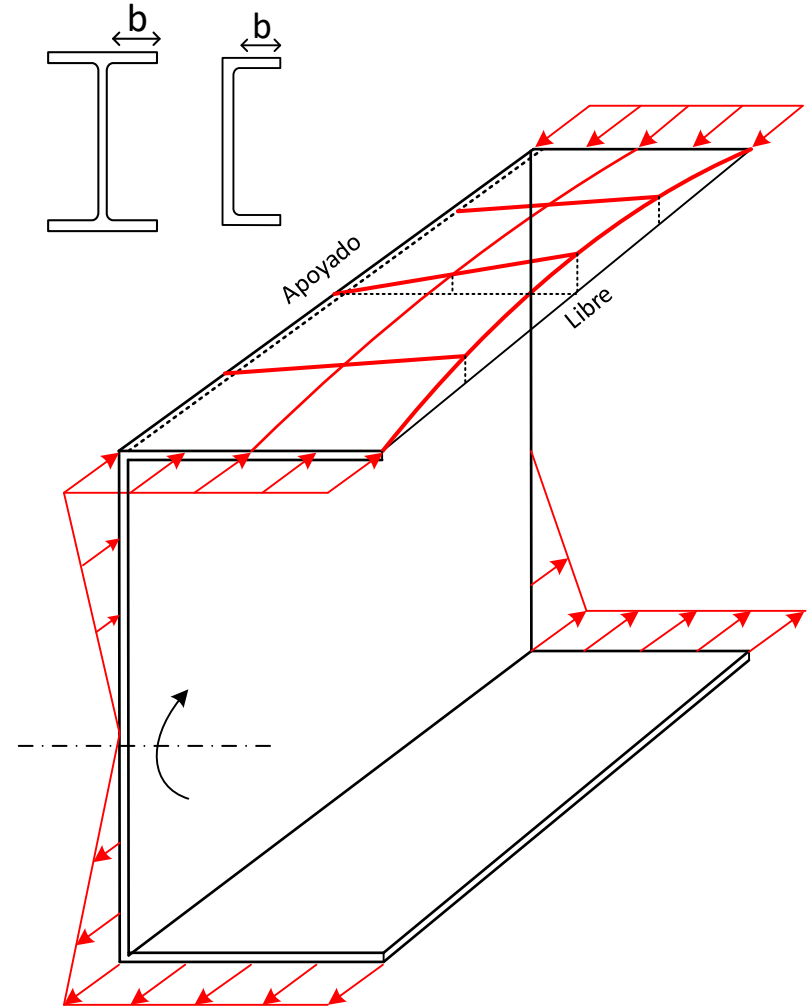
Dos lados apoyados $k_\sigma = 4$



Modos de pandeo (m : número de semiondas) dependen de la relación a/b

Para placas muy largas ($\frac{a}{b}$ muy grande), el número de semiondas es $m \approx \frac{a}{b}$ y $k_\sigma \rightarrow 4$

Un lado apoyado, un lado libre
 $k_\sigma = 0.43$



Esbeltez de una chapa a compresión $\bar{\lambda}_p$

En lugar de la tensión crítica de pandeo σ_{cr} se emplea la esbeltez de la chapa a compresión

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$$

Sustituyendo σ_{cr}

$$\bar{\lambda}_p = \frac{(\bar{b}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

El valor de la anchura \bar{b} depende del tipo de chapa

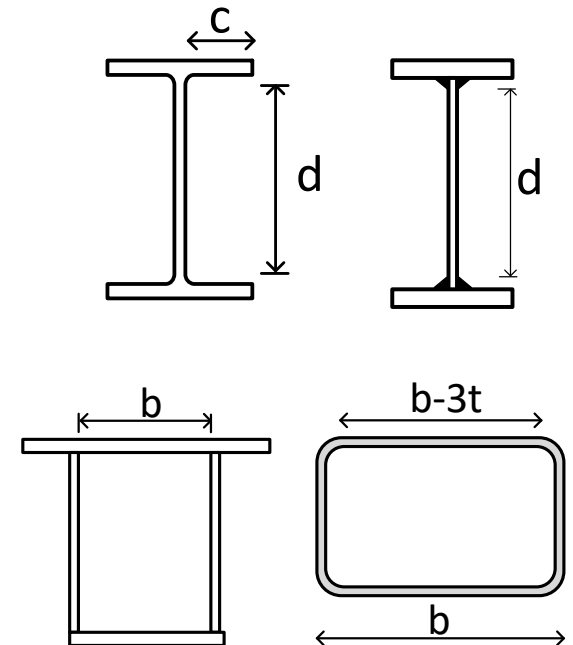
Alas de perfiles en H: vuelo de la semi-ala $\bar{b} = c$

Alas interiores (salvo rectangulares huecas): $\bar{b} = b$

Alas de secciones rectangulares huecas: $\bar{b} = b - 3t$

Almas de perfiles en H: altura recta del alma $\bar{b} = d$

Almas de perfiles en H soldados: distancia entre cordones de soldaduras $\bar{b} = d$



A. Paneles de chapa comprimidos de forma uniforme

Alas de piezas en H, Z, C, Ω a flexión en el eje fuerte.

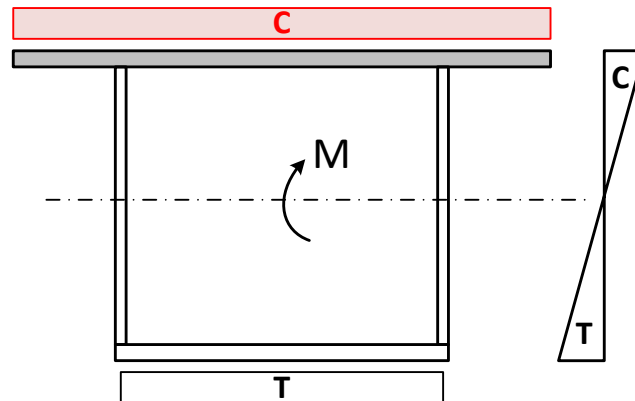
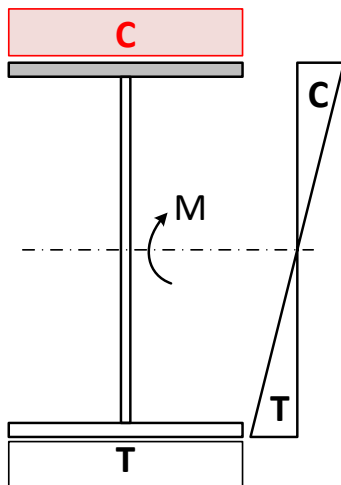
Piezas en cajón: chapas paralelas al eje de flexión

Todas las chapas en piezas a compresión

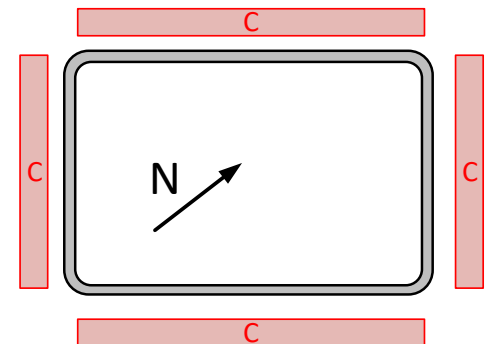
Dos casos:

Chapas **voladas** (un extremo libre) y chapas **interiores** (entre dos almas)

Flexión



Compresión



A.1 Alas voladas comprimidas de forma uniforme

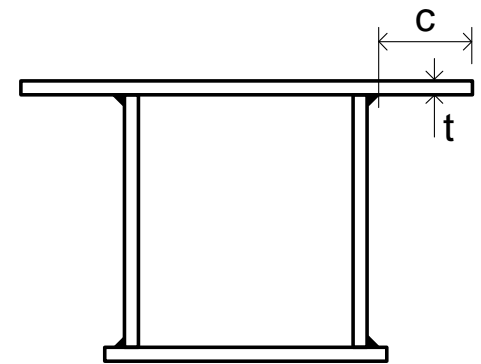
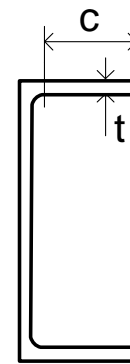
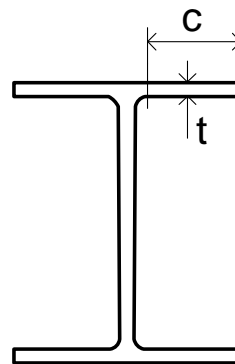
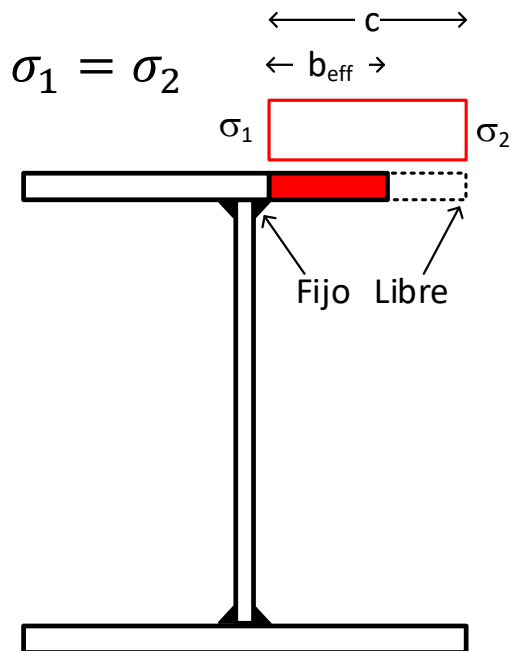
Anchura de la chapa $\bar{b} \equiv c$

Esbeltez
$$\bar{\lambda}_p = \frac{(c/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

Factor de abolladura para chapas voladas con tensión σ uniforme: $k_\sigma = 0.43$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_p \leq 0.748 & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.748 & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

Anchura efectiva $b_{eff} = \rho c$



A.2 Alas internas comprimidas de forma uniforme

Esbeltez $\bar{\lambda}_p = \frac{(\bar{b}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_p \leq 0.673 & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.673 & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.22}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

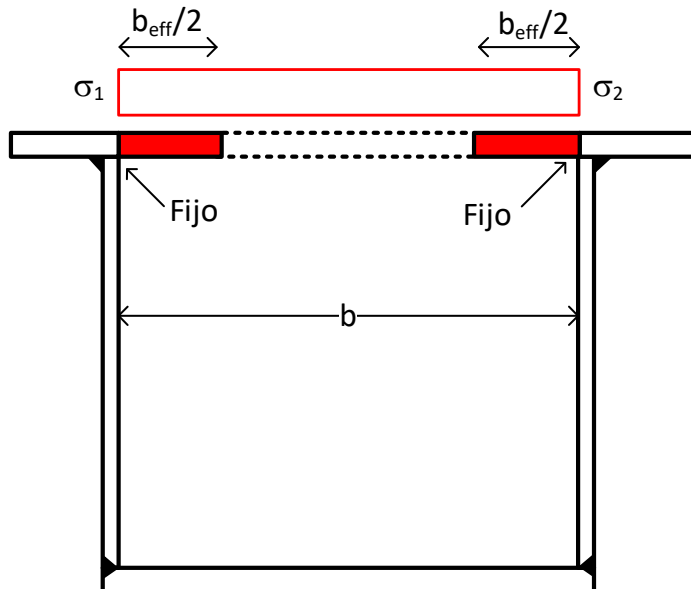
Factor de abolladura para chapas interiores con tensiones uniformes

$k_\sigma = 4$

Anchura efectiva $b_{eff} = \rho \bar{b}$

Cajón soldado

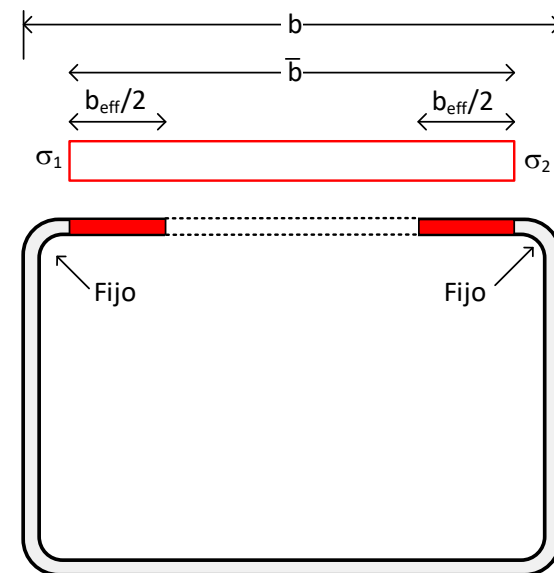
Anchura de la chapa $\bar{b} = b$



$\sigma_1 = \sigma_2$

Sección rectangular hueca

Anchura de la chapa $\bar{b} = b - 3t$

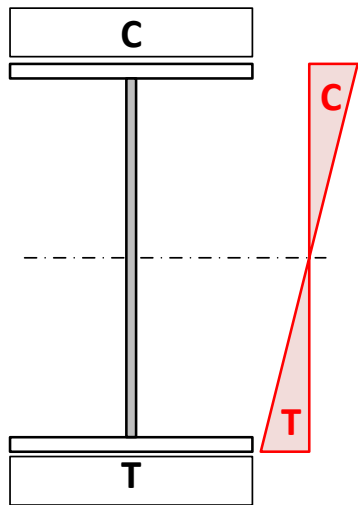


B. Paneles de chapa a flexión-compresión

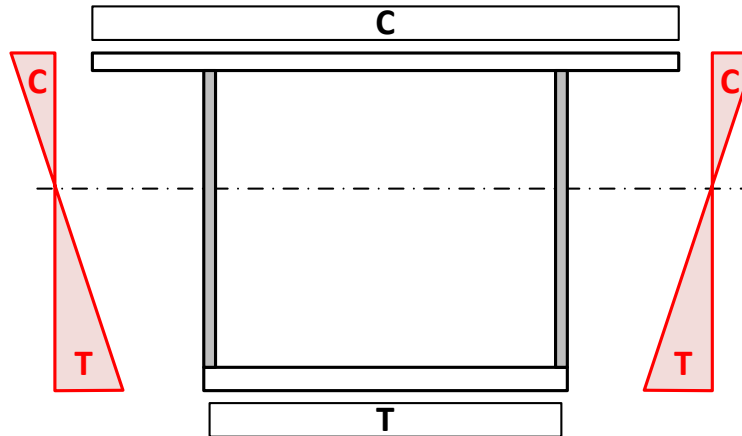
Almas de piezas en H, Z, C, Ω a flexión en el eje fuerte.

Piezas en cajón: almas perpendiculares al eje de flexión

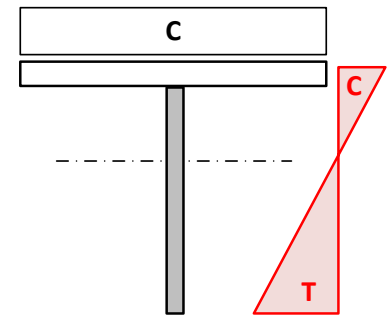
Alas de piezas en H a flexión en el eje débil



Caso habitual: chapas interiores (entre dos alas)



Alma volada (T)



Ley lineal de tensiones. Valores extremos σ_1 , σ_2 Positivas a compresión

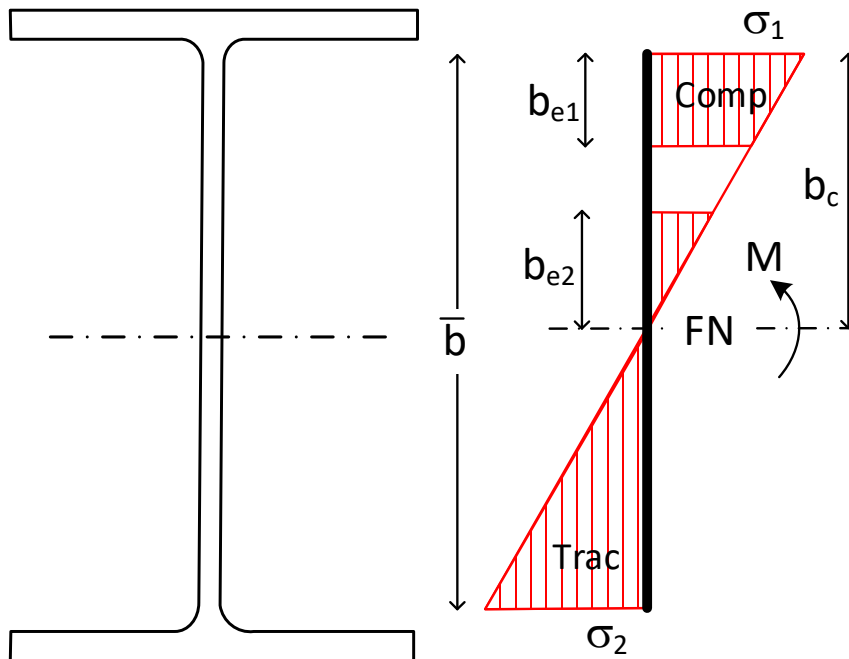
Pueden obtenerse empleando el área bruta del alma, y la reducida del ala

B. Paneles interiores a flexión – compresión (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \\ \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \end{array} \right. \quad \rho = 1.0 \quad \psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \sigma_2 \leq \sigma_1$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \quad \bar{\lambda}_p = \frac{(\bar{b}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

Flexión simple



$$\sigma_2 = -\sigma_1$$

$$\psi = -1$$

$$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{\bar{b}}{2}$$

$$b_{e1} = 0.4 b_{eff}$$

$$b_{e2} = 0.6 b_{eff}$$

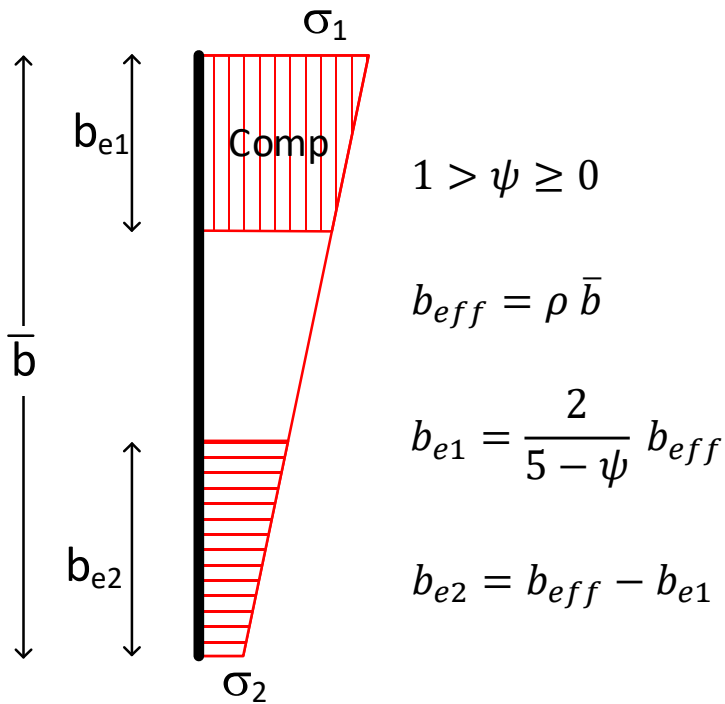
Coeficiente de abolladura $k_\sigma = 23.9$

Caso particular de EN 1993-1-5 Tabla 4.1, con $\psi = -1$

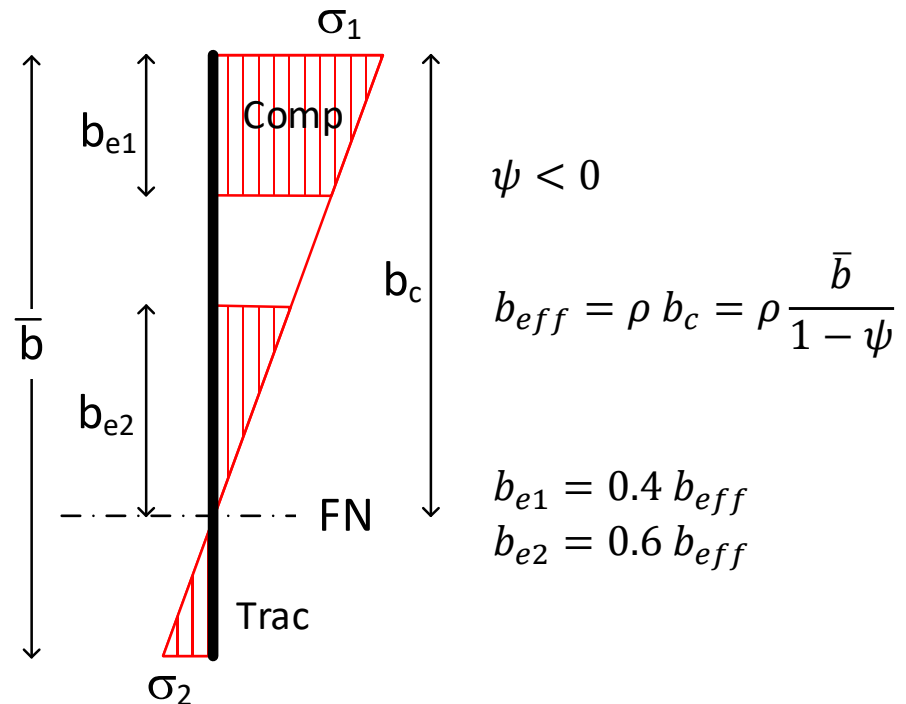
B Paneles interiores a flexión – compresión (2)

EN 1993-1-5 Tabla 4.1

Compresión compuesta



Flexión compuesta



Coeficiente de abolladura k_σ

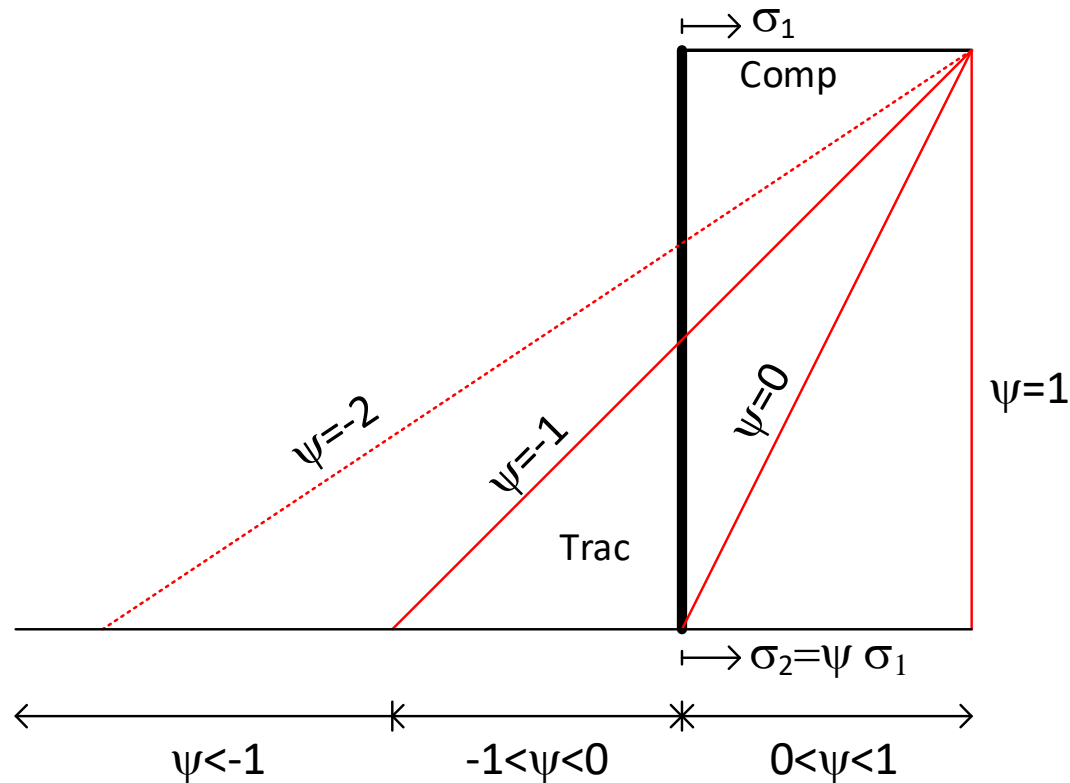
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi \geq -3$
k_σ	4.0	$\frac{8.2}{(1.05 + \psi)}$	7.81	$7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98(1 - \psi)^2$

Coeficiente ψ de distribución de tensiones en la chapa

Tensiones en las fibras extremas: σ_1 σ_2

Positivas a compresión

Identificar $\sigma_2 \leq \sigma_1$ $\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$



$\psi = 1$ Compresión simple, sin flexión

$\psi = -1$ Flexión simple sin compresión

Chapas comprimidas - Caso general

EN 1993-1-5 y Código Estructural definen el factor de reducción por abolladura de la chapa ρ , el ancho reducido eficaz b_{eff} y el coeficiente de abolladura k_σ para las distintas configuraciones y estados de tensiones posibles.

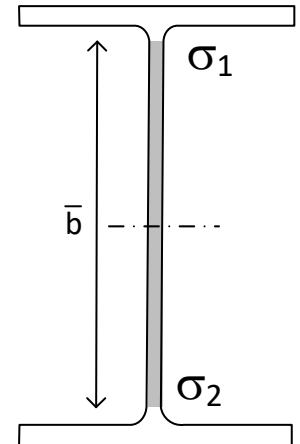
EN 1993-1-5 4.4 (2) y tablas 4.1 y 4.2

Chapas **internas** comprimidas

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \\ \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \end{array} \right. \quad \rho = 1.0$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1$$

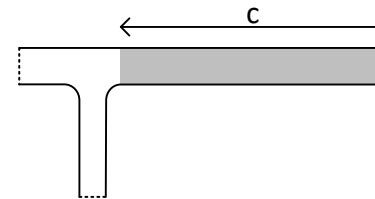
$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \sigma_2 \leq \sigma_1$$

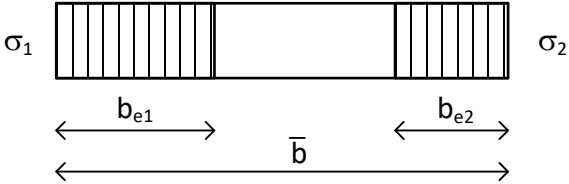
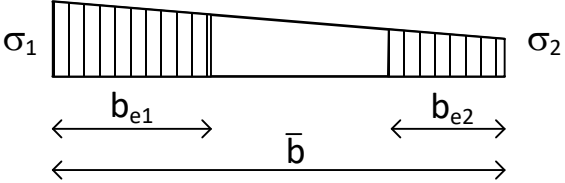
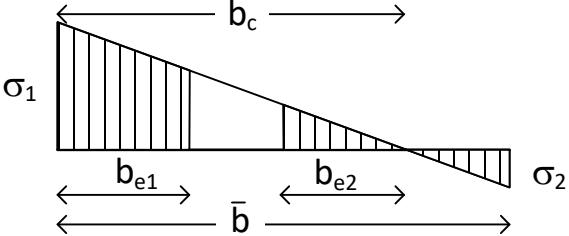


Chapas **voladas** comprimidas

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.748 \\ \bar{\lambda}_p > 0.748 \end{array} \right. \quad \rho = 1.0$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1$$



Ley de tensiones	Anchura reducida b_{eff}
	$\psi = 1$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = b_{e2} = 0.5 b_{eff}$
	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0.6 b_{eff}$

Coeficiente de abolladura k_σ

$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi \geq -3$
k_σ	4.0	$\frac{8.2}{(1.05 + \psi)}$	7.81	$7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98 (1 - \psi)^2$

Anchura eficaz – Chapas voladas comprimidas (1)

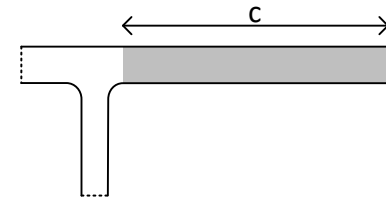
Coincide con EN 1993-1-5 Tabla 4.2

Ley de tensiones	Anchura reducida b_{eff}
	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{1 - \psi}$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

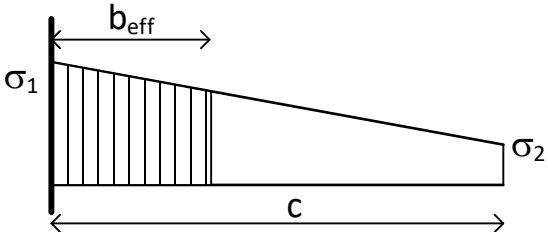
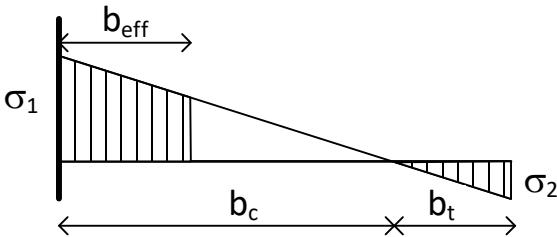
Coeficiente de abolladura k_σ

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	0	-1	$-1 \geq \psi \geq -3$
k_σ	0.43	0.57	0.85	$0.57 - 0.21 \psi + 0.07 \psi^2$



Anchura eficaz – Chapas voladas comprimidas (2)

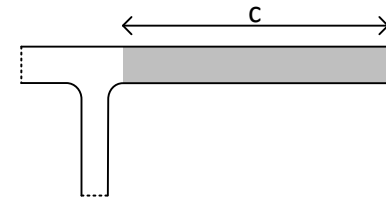
Coincide con EN 1993-1-5 Tabla 4.2

Ley de tensiones	Anchura reducida b_{eff}
	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{1 - \psi}$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Coeficiente de abolladura k_σ

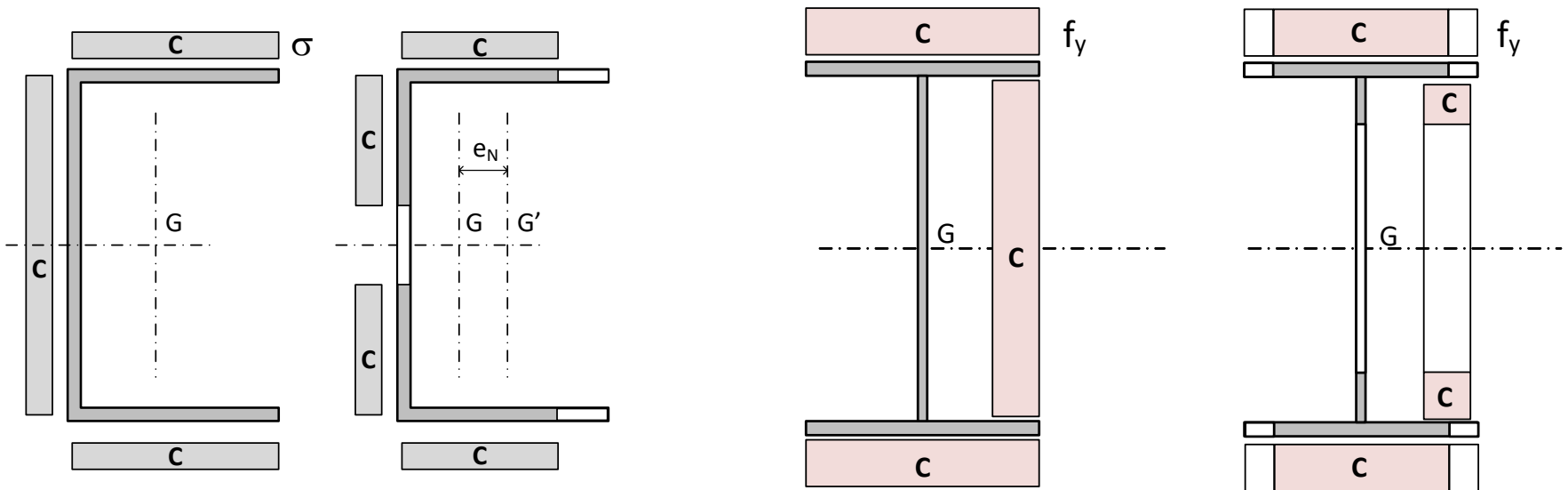
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
k_σ	0.43	$\frac{0.578}{\psi + 0.34}$	1.70	$1.7 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8



Criterios de diseño según EN 1993-1-5 (1)

Área reducida eficaz A_{eff} : determinar suponiendo que el estado de tensiones es de **compresión uniforme** EN 1993-1-5 §4.3 (3)

Cálculo sencillo $\psi = 1$ en todas las chapas

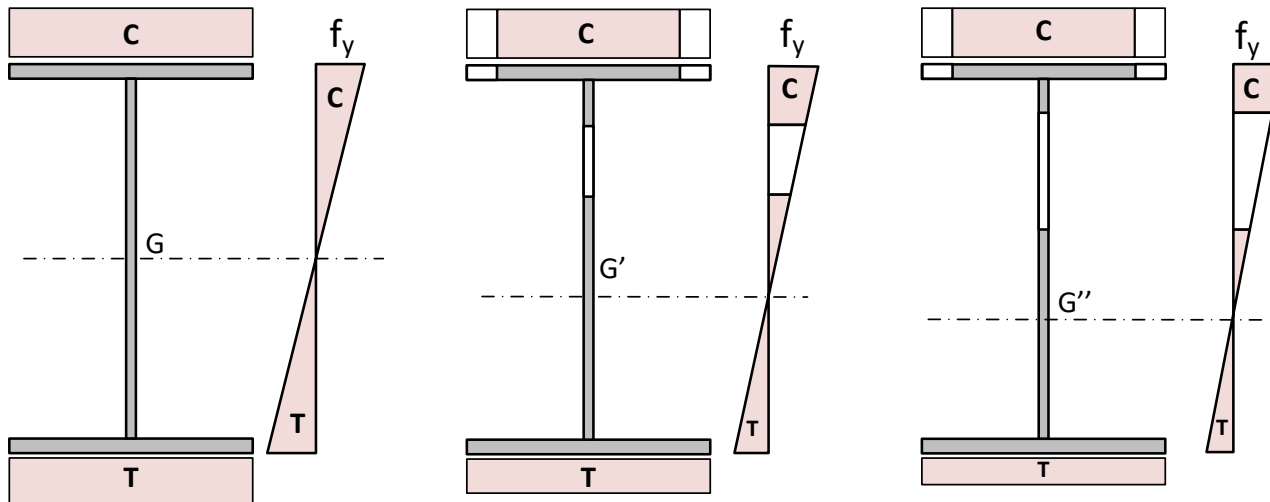


Si la sección no es simétrica, calcular el desplazamiento del c.d.g e_N

Criterios de diseño según EN 1993-1-5 (2)

Módulo resistente elástico de la sección reducida eficaz W_{eff} : determinar suponiendo que el estado de tensiones es de **flexión simple**

1. Ley de tensiones elástica en la sección. Alas $\psi = 1$, Alma $\psi = -1$
 2. Calcular la anchura efectiva b_{eff} en cada chapa: nueva sección efectiva
 3. Calcular el nuevo c.d.g. G'
 4. Calcular las propiedades resistentes de la nueva sección efectiva: I_{eff}, W_{eff}
 5. Calcular la nueva ley de tensiones y determinar ψ en cada chapa
- Iterar.** Seguir en 2 hasta que no haya cambios en W_{eff} .



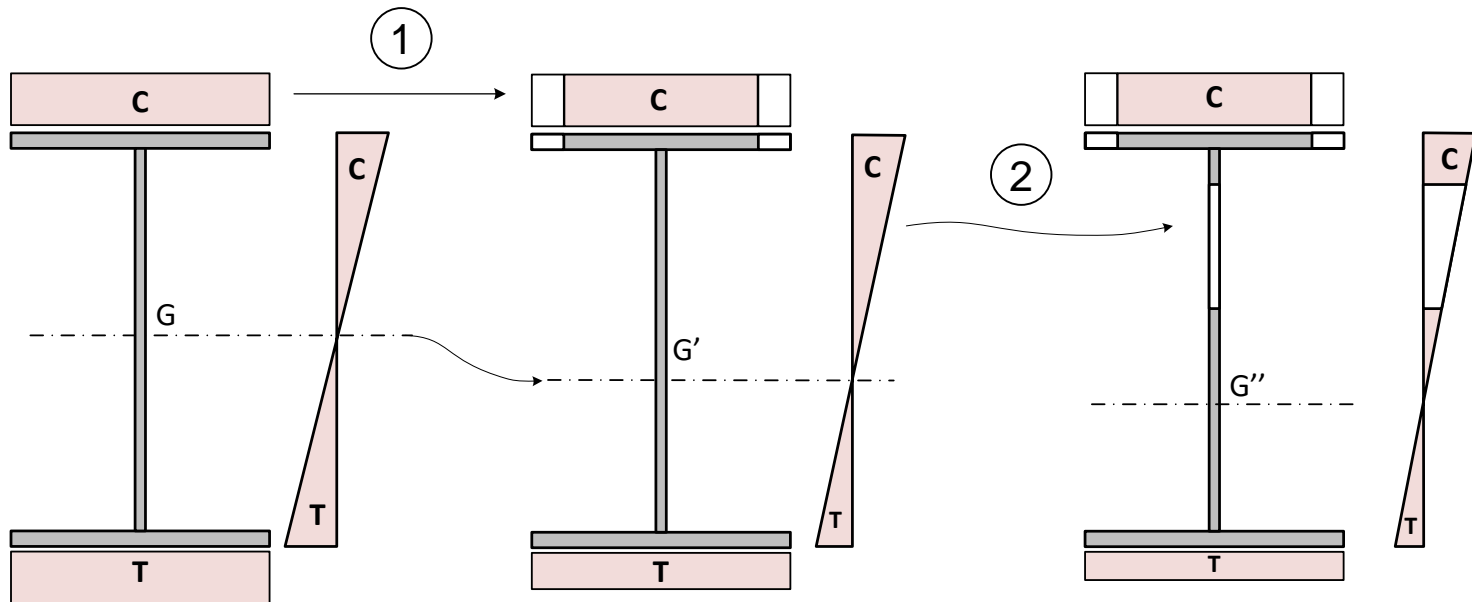
Criterios de diseño según EN 1993-1-5 (3)

Método simplificado para hallar el módulo resistente elástico de la sección reducida eficaz W_{eff} en perfiles en H o cajón.

Indicado en EN 1993-1-5 §4.4(3)

1. Ala comprimida: hallar la anchura reducida eficaz basada en las propiedades del área bruta y $\psi = 1$

2. Almas: Calcular G' con el área bruta del alma y el área reducida eficaz del ala comprimida. Establecer la ley de tensiones desde G' y hallar el coeficiente ψ . Calcular ρ y la anchura eficaz del alma. En general no es necesario iterar



Comprobación de resistencia

Según: EN 1995-1-5 §4.6

Compresión y flexión en un eje:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

Compresión y flexión en dos ejes:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{W_{eff,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{W_{eff,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

Ejemplo 1. Viga armada con alma clase 4

Alma: $h_w = 1200$ $t_w = 8$ mm Alas: $b_f = 300$ $t_f = 15$ mm S355

Canto total: 1230 mm Alma clase 4 Alas clase 3

Inercia bruta: 4.474×10^9 mm⁴

Módulo elástico bruto: 7274×10^3 mm³

Iteraciones: 5

$i = 1$ $\psi = -1$ $k_\sigma = 23.9$ $\bar{\lambda}_p = 1.33$ $\rho = 0.690$ $b_{eff} = 414.3$

$i = 5$ $\psi = -0.893$ $k_\sigma = 21.2$ $\bar{\lambda}_p = 1.41$ $\rho = 0.651$ $b_{eff} = 412.9$

Alto eficaz alma: 412.9 mm

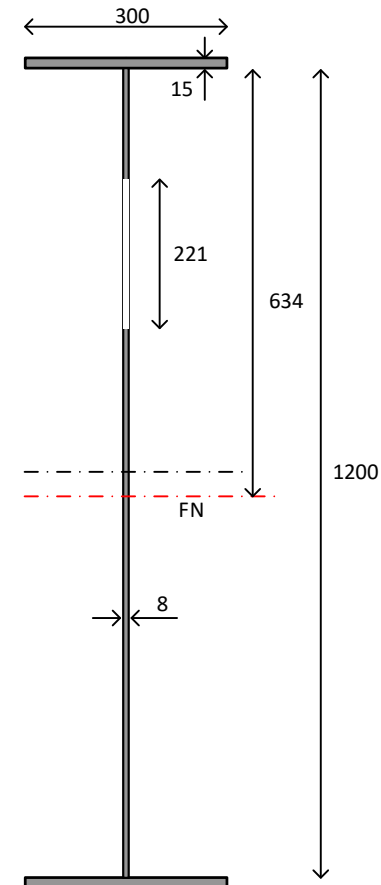
Alto hueco no útil alma: 221.1 mm

Alto zona comprimida alma: 634 mm Zona traccionada: 566 mm

Inercia eficaz: 4.261×10^9 mm⁴ (95% del bruto)

Módulo elástico eficaz compresión: 6564×10^3 mm³ (90% del bruto)

Módulo elástico eficaz tracción: 7335×10^3 mm³ (101% del bruto)



Ejemplo 2. Viga armada con alas y alma clase 4

Alma: $h_w = 1200$ $t_w = 8$ mm Alas: $b_f = 300$ $t_f = 10$ mm S355

Canto total: 1230 mm Alma clase 4 Alas clase 4

Inercia bruta: 3.348×10^9 mm⁴

Módulo elástico bruto: 5489×10^3 mm³

Iteraciones: 5

$i = 1$ $\psi = -0.94$ $k_\sigma = 22.3$ $\bar{\lambda}_p = 1.37$ $\rho = 0.668$ $b_{eff} = 413.4$

$i = 5$ $\psi = -0.79$ $k_\sigma = 18.8$ $\bar{\lambda}_p = 1.49$ $\rho = 0.615$ $b_{eff} = 412.2$

Ancho eficaz ala: 252.2 mm ($\rho_{ala} = 0.836$)

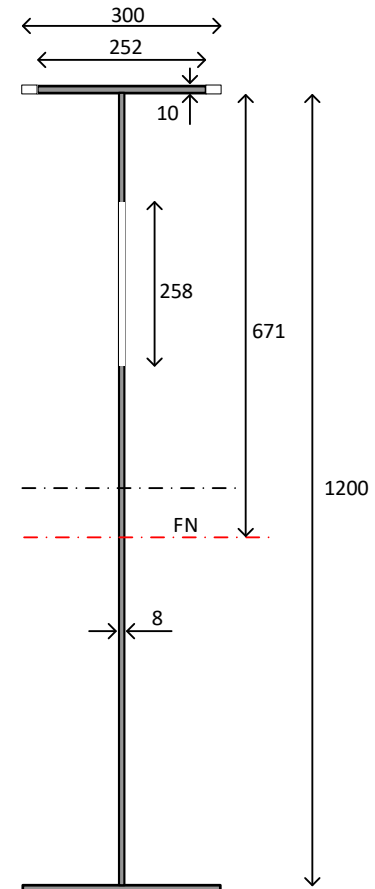
Alto eficaz alma: 412.2 mm Alto hueco no útil alma: 258.3 mm

Alto zona comprimida alma: 671 mm Zona traccionada: 529 mm

Inercia eficaz: 2.903×10^9 mm⁴ (87% del bruto)

Módulo elástico eficaz compresión: 4266×10^3 mm³ (78% del bruto)

Módulo elástico eficaz tracción: 5382×10^3 mm³ (98% del bruto)



Ejemplo 3 Perfil C conformado en frío, abierto

Dimensiones exteriores $h = 300$ $b = 70$ $t = 2$ $r = 4$ mm S355

Alas y alma clase 4

Inercia bruta: 10.345×10^6 mm⁴

Módulo elástico bruto: 68970 mm³

Ancho eficaz ala: 25.75 mm ($\rho_{ala} = 0.411$)

Iteraciones en el alma: 6

$i = 1$ $\psi = -0.814$ $k_{\sigma} = 19.41$ $\bar{\lambda}_p = 1.449$ $\rho = 0.633$ $b_{eff} = 102.9$

$i = 6$ $\psi = -0.607$ $k_{\sigma} = 15.23$ $\bar{\lambda}_p = 1.636$ $\rho = 0.562$ $b_{eff} = 103.2$

Alto zona comprimida alma: $h_c = 183.61$ mm

Alto zona traccionada alma: $h_t = 111.46$ mm

Alto eficaz a compresión del alma: $h_{eff} = 103.2$ mm ($\rho = 0.562$)

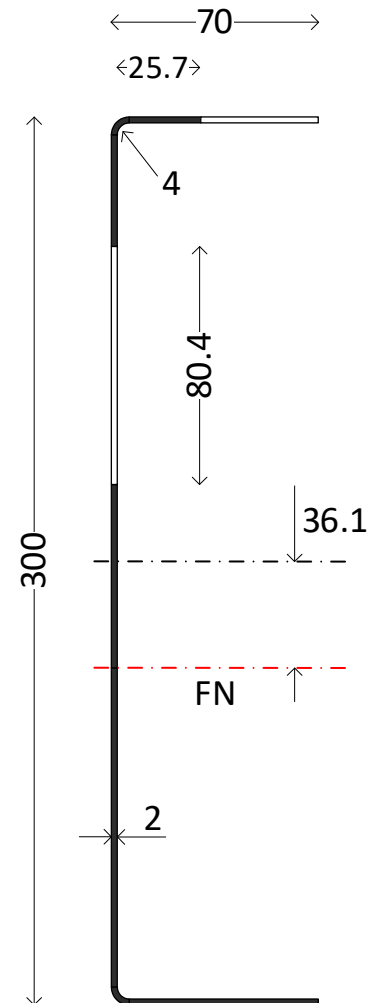
Alto hueco no útil alma: $h_h = 80.4$ mm

Descenso FN: 36.1 mm

Inercia eficaz: 6.979×10^6 mm⁴ (67% del bruto)

Módulo elástico eficaz compresión: 37508 mm³ (54% del bruto)

Módulo elástico eficaz tracción: 61267 mm³ (89% del bruto)



Diseño de perfil
inadecuado

Ejemplo 4 Perfil C conformado en frío con labio

Dimensiones exteriores $h = 300$ $b = 70$ $c = 20$ $t = 2$ $r = 4$ mm S355

Alas y alma clase 4

Inercia bruta: 11.54×10^6 mm⁴

Módulo elástico bruto: 76969 mm³

Ancho eficaz ala: 31.8+32.5 mm Alto eficaz labio: 17.5 mm

Iteraciones en el alma: 5

$i = 1$ $\psi = -0.936$ $k_\sigma = 22.23$ $\bar{\lambda}_p = 1.353$ $\rho = 0.677$ $b_{eff} = 103.2$

$i = 5$ $\psi = -0.785$ $k_\sigma = 18.76$ $\bar{\lambda}_p = 1.474$ $\rho = 0.622$ $b_{eff} = 102.9$

Alto zona comprimida alma: $h_c = 165.34$ mm

Alto zona traccionada alma: $h_t = 129.73$ mm

Alto eficaz a compresión del alma: $h_{eff} = 102.9$ mm ($\rho = 0.622$)

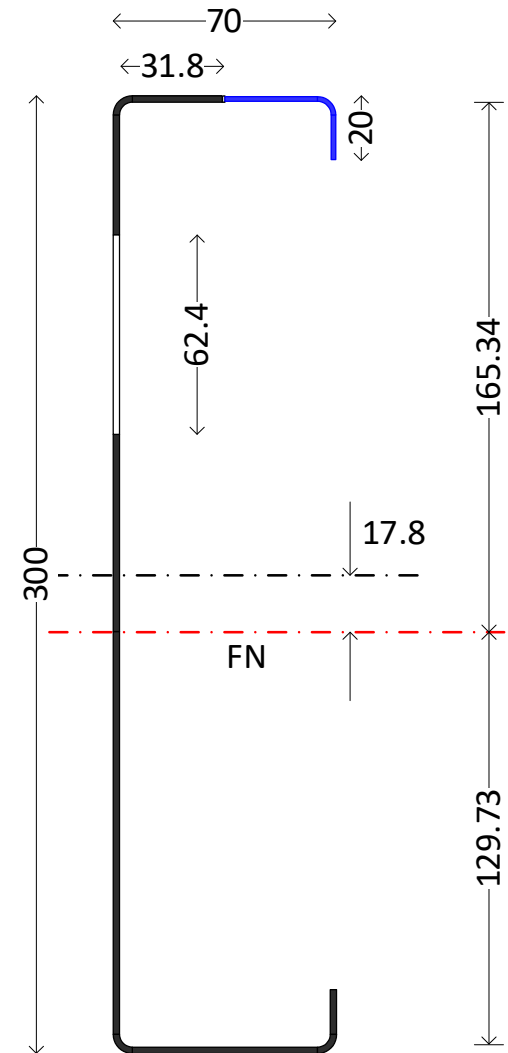
Alto hueco no útil alma: $h_h = 62.4$ mm

Descenso FN: 17.8 mm

Inercia eficaz: 9.917×10^6 mm⁴ (86% del bruto)

Módulo elástico eficaz compresión: 59097 mm³ (77% del bruto)

Módulo elástico eficaz tracción: 75028 mm³ (98% del bruto)



Comprobación de estados límite últimos

Resistencia de las secciones

Parte 1. Esfuerzos individuales

Tracción

Compresión (sin pandeo)

Momento flector

Esfuerzo cortante

Torsión

Normativa:

EN 1993-1-1 §6.2

Código Estructural Anejo 22

Resistencia de las secciones. Generalidades

Los códigos actuales plantean las comprobaciones de resistencia mediante **comparación de esfuerzos**, no de tensiones como en las normas anteriores. Además de ser más sencillo, permite aprovechar la capacidad plástica de las secciones.

Esfuerzo actuante a
valor de cálculo (E_d) \leq Valor de cálculo de
la resistencia (R_d)
(Producido por las cargas) (Dado por las normas)

$$M_{Ed} \leq M_{pl,Rd}$$

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$$

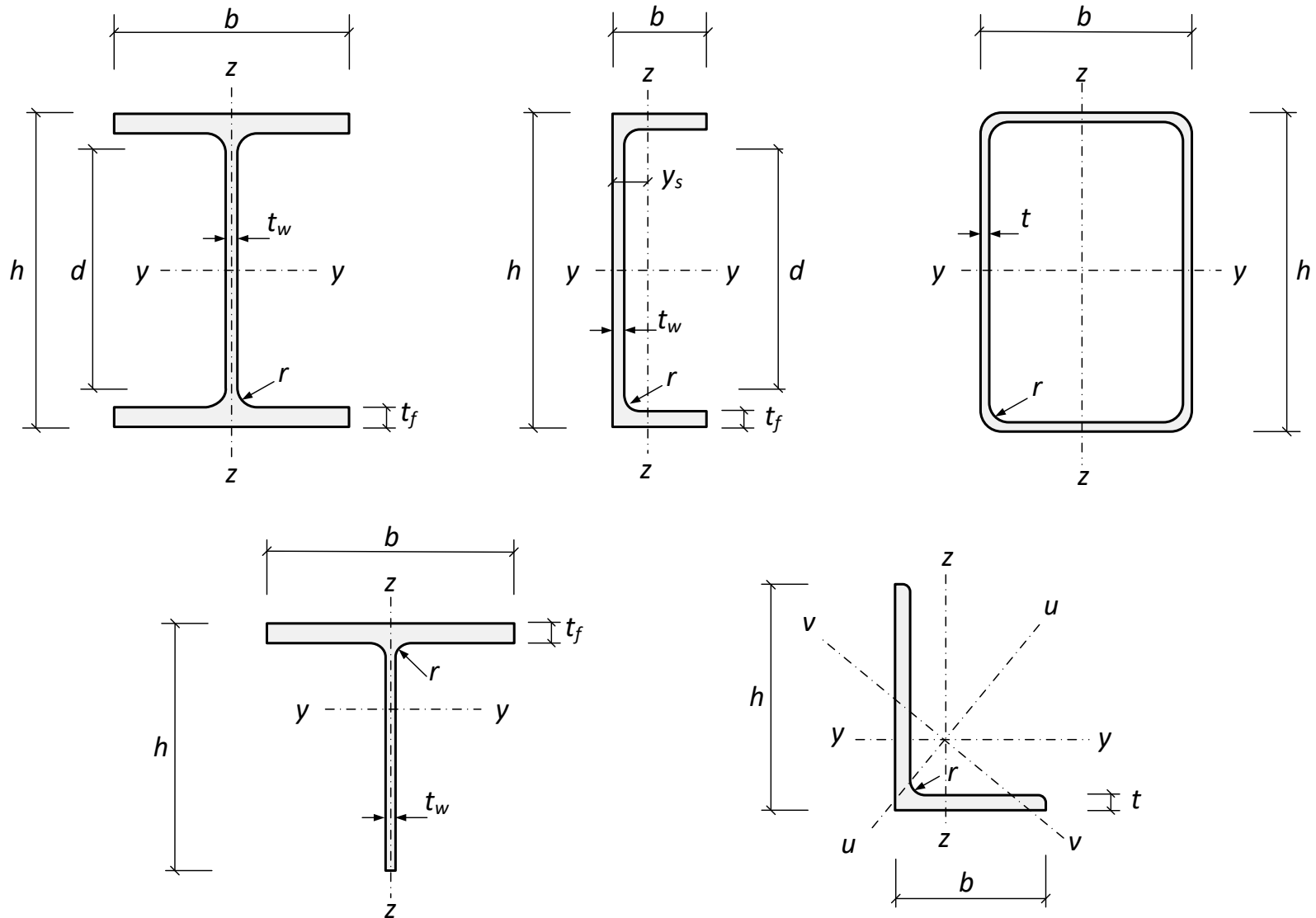
$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd}$$

En cualquier caso, siempre se puede usar un criterio de comprobación elástico, empleando la tensión de comparación de Von Mises obtenida para los valores de cálculo de las tensiones en el material:

Vigas:
$$\sqrt{\sigma_{Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Tensión plana:
$$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{y,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \sigma_{y,Ed} + 3\tau_{xy,Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Notación EN 1993-1-1 Figura 1.1



Esfuerzo axial de tracción

N_{Ed} Valor de cálculo del esfuerzo axial de tracción



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \\ N_{Ed} \leq N_{u,Rd} = 0.9 A_{neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \end{array} \right.$$

Resistencia **plástica** de cálculo de la sección **bruta** A $\gamma_{M0} = 1.05$

Resistencia **última** de cálculo de la sección **neta** $\gamma_{M2} = 1.25$

Debe cumplirse que $N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$ (comportamiento dúctil)

Áreas bruta y neta

Área bruta: dimensiones nominales, sin descontar agujeros de tornillos, sólo las aberturas importantes

Área neta: área bruta descontando los agujeros de los tornillos y otras aberturas en cada sección.

$$A_{neta} = A_{bruta} - A_{seccion}^{aguj}$$

$A_{seccion}^{aguj}$ Suma de las áreas de los agujeros (no situados al tresbolillo) en cualquier sección de la pieza

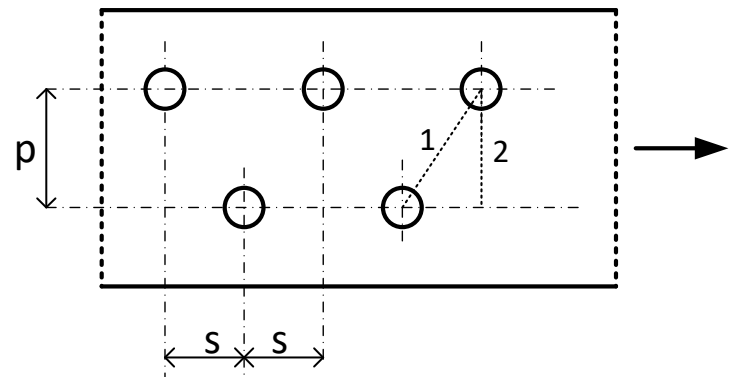
Tornillos al tresbolillo. $A_{neta} = A_{bruta} - \max(A_{seccion}^{aguj}, A_{ZZ})$

A_{ZZ} : Suma de las áreas de los (n) agujeros situados en una línea en zig-zag

$$A_{ZZ} = \left(n d_0 - \sum \frac{s^2}{4p} \right) t$$

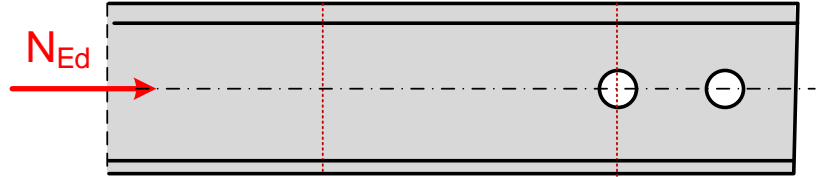
s : Paso del tresbolillo

p : distancia entre agujeros perpendicular al eje



Esfuerzo axial de compresión. Sin pandeo

N_{Ed} Valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clases 1, 2, 3} \\ N_{Ed} \leq A_{ef} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 4} \end{array} \right.$$

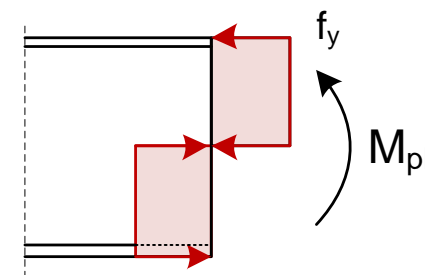
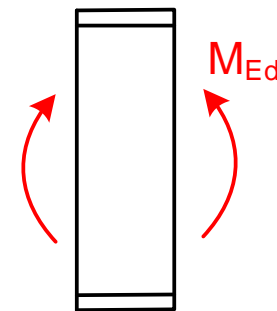
A_{ef} Área efectiva del perfil

Secciones con agujeros: descontar sólo el área de los agujeros donde no haya un tornillo, o los agujeros rasgados o sobredimensionados

Momento flector

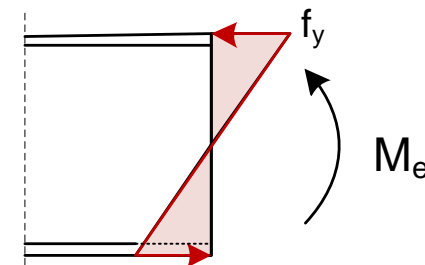
M_{Ed} Valor de cálculo del momento flector

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clases 1 y 2} \\ M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 3} \\ M_{Ed} \leq W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 4} \end{array} \right.$$



W_{pl} Módulo plástico de la sección $W_{pl} = S_G^{sup} + S_G^{inf}$

$W_{el,min}$ Módulo resistente elástico en el punto de mayor tensión $W_{el,min} = \frac{I}{z_{max}}$



$W_{eff,min}$ Módulo eficaz en el punto más alejado de la fibra neutra efectiva

S_G^{sup} : Momento estático respecto del c.d.g. de la media sección superior

Momento flector. Zonas con tornillos

- Tornillos en la **zona comprimida**: se descontará el área de los agujeros si
- no está montado el tornillo, o
- si el agujero es rasgado o sobredimensionado en diámetro.
- Tornillos en el **ala traccionada**: se descontará el área de los agujeros si se cumple que:

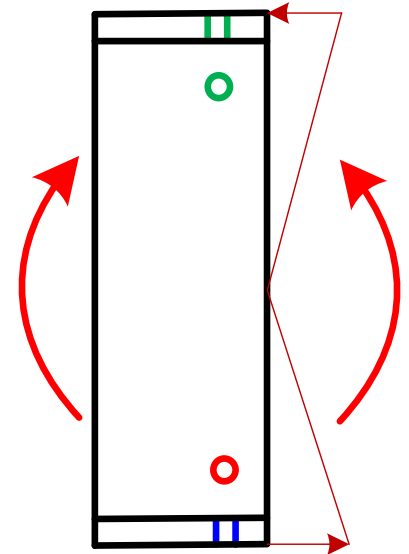
$$0.9 A_{f,neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} < A_{f,trac} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_{f,neta}$ $A_{f,trac}$ Áreas neta y bruta del ala traccionada.

- Tornillos en el **alma traccionada**: se descontará el área de los agujeros si se cumple que:

$$0.9 A_{trac,neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} < A_{trac,total} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_{trac,neta}$ $A_{trac,total}$ Áreas neta y bruta de la zona traccionada de ala y alma.



Esfuerzo cortante - Sin torsión – Dimensionamiento plástico

V_{Ed} Valor de cálculo del esfuerzo cortante

$V_{pl,Rd}$ Resistencia plástica a esfuerzo cortante

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

A_V = Área a cortante de la sección

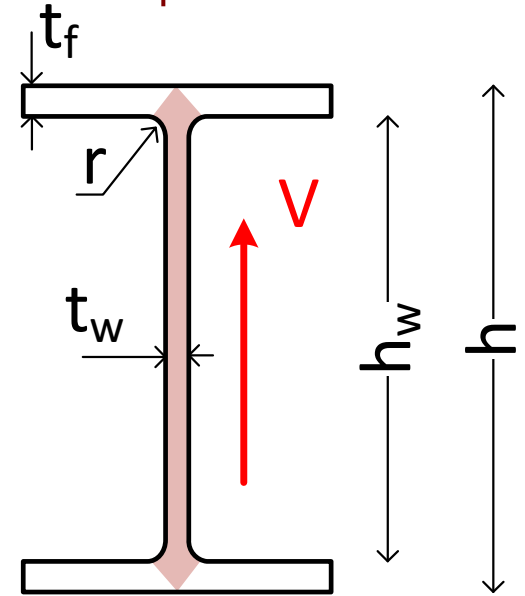
- Perfiles laminados en I, H, con fuerza cortante paralela al alma:

$$A_V = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f \quad (\text{Valores tabulados})$$

Debe ser: $A_V \geq \eta h_w t_w$ Altura del alma $h_w = h - 2 t_f$

$\eta = 1.2$ para $f_y < 460$ $\eta = 1.0$ conservador

(Resistencia adicional por endurecimiento plástico)



Áreas a cortante típicas

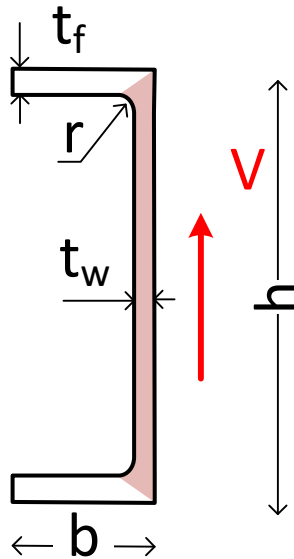
- Perfiles laminados en U, con fuerza cortante paralela al alma:

$$A_V = A - 2 b t_f + (t_w + r) t_f$$

- Perfiles en T, con fuerza cortante paralela al alma:

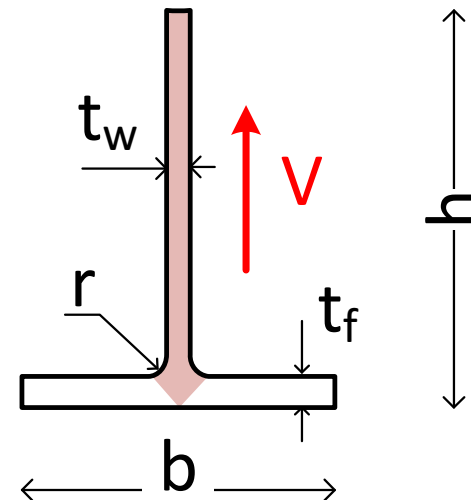
Laminados

$$A_V = A_T - b t_f + (t_w + 2r) \frac{t_f}{2}$$



Soldados

$$A_V = t_w \left(h - \frac{t_f}{2} \right)$$



Áreas a cortante típicas

Más valores en EN 1993 §6.2.6

- Vigas soldadas en I, H, cajón, con carga paralela al alma:

$$A_V = \eta \Sigma(h_w t_w)$$

- Perfiles laminados en I, H, con carga según las alas (CTE):

$$A_V = A - d t_w$$

- Vigas armadas en I, H, cajón, con carga según las alas:

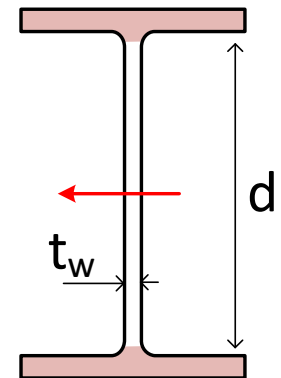
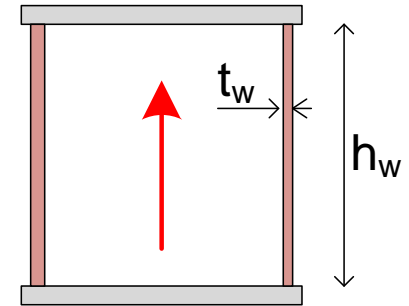
$$A_V = A - \Sigma(h_w t_w)$$

- Tubos rectangulares ($b \times h$), espesor constante:

Carga según h : $A_V = \frac{A h}{b + h}$

Carga según b : $A_{V,b} = \frac{A b}{b + h}$

- Tubos circulares: $A_V = \frac{2 A}{\pi}$



Esfuerzo cortante. Comprobación elástica

Siempre puede emplearse el criterio elástico, basado en determinar el flujo de tensiones cortantes en los puntos críticos del perfil:

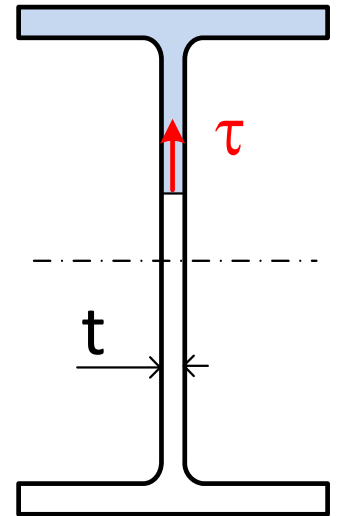
$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} S}{I t} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

τ_{Ed} Tensión tangencial de cálculo

S Momento estático, respecto del c. de g., del área situada entre el punto estudiado y el exterior de la sección

I Momento de inercia de la sección

t Espesor del perfil en el punto considerado

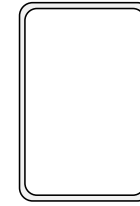


Torsión

A. Piezas huecas cerradas

Se desprecia la componente de alabeo

Calcular la distribución de tensiones en la sección según la teoría de la torsión uniforme (de Saint Venant)



$$\tau t = \frac{2 G A_e}{\oint \frac{1}{t} ds} \frac{d\phi}{dx}$$

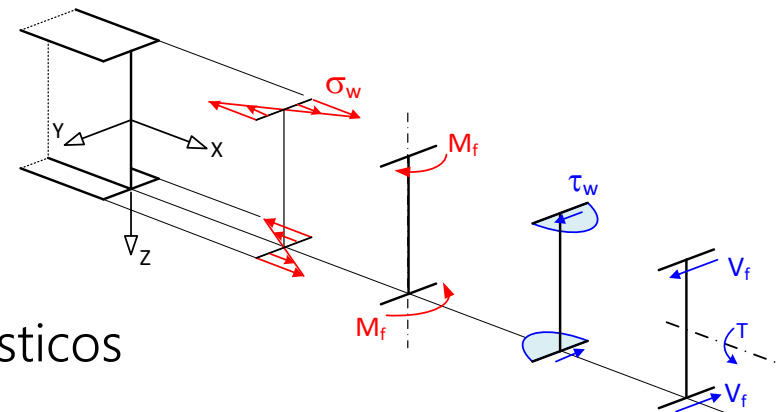
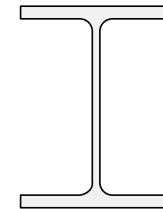
B. Piezas abiertas I, H

No se puede despreciar la componente de alabeo

Calcular la distribución de tensiones en la sección según la teoría de la torsión alabeada (Método simplificado de Timoshenko)

Tensiones cortantes en las alas: τ_w

Tensiones axiales en las alas debidas al bimomento : σ_w



Efectuar la comprobación con criterios elásticos

Comprobación de estados límite últimos

Resistencia de las secciones

Parte 2. Esfuerzos combinados

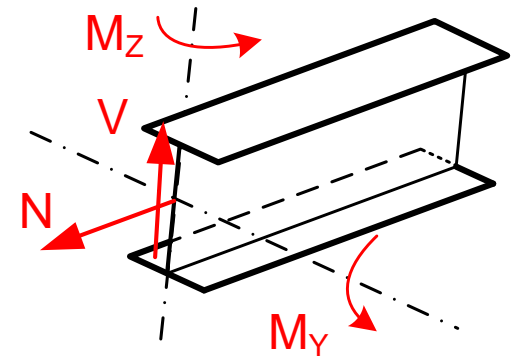
Momento flector y esfuerzo axial (sin pandeo)

Momento flector y esfuerzo cortante

Momento flector, esfuerzo axial y esfuerzo cortante

EN 1993-1-1 § 6.2

Código Estructural Anejo 22 § 6.2



Comprobación de esfuerzos individuales. Resumen

Esfuerzo axial: $N_{Ed} \leq A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} \leq 1$

Momento flector

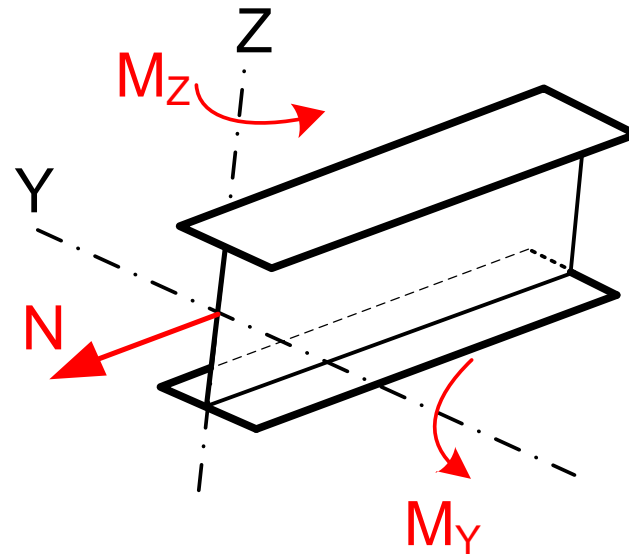
Clases 1, 2 $M_{Ed} \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{pl} f_{yd}} \leq 1$

Clase 3 $M_{Ed} \leq W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{el,min} f_{yd}} \leq 1$

Clase 4 $M_{Ed} \leq W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{eff,min} f_{yd}} \leq 1$

Cortante $V_{Ed} \leq A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$

Resistencia de las secciones Flexión y esfuerzo axial combinados



Flexión y esfuerzo axial - Secciones clases 1 y 2

El momento de cálculo M_{Ed} debe cumplir:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$



$$M_{N,Rd} \leq M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$M_{N,Rd}$ **resistencia plástica a flexión reducida**, debida a la presencia de esfuerzo axial, que es menor que la resistencia plástica a flexión sin axial $M_{pl,Rd}$

$M_{N,Rd}$ depende del tipo de sección

Sólo se debe reducir la resistencia a flexión si el axial es importante

Flexión en el eje fuerte (Y) y esfuerzo axial (1)

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

Si no se consideran los agujeros para los elementos de unión

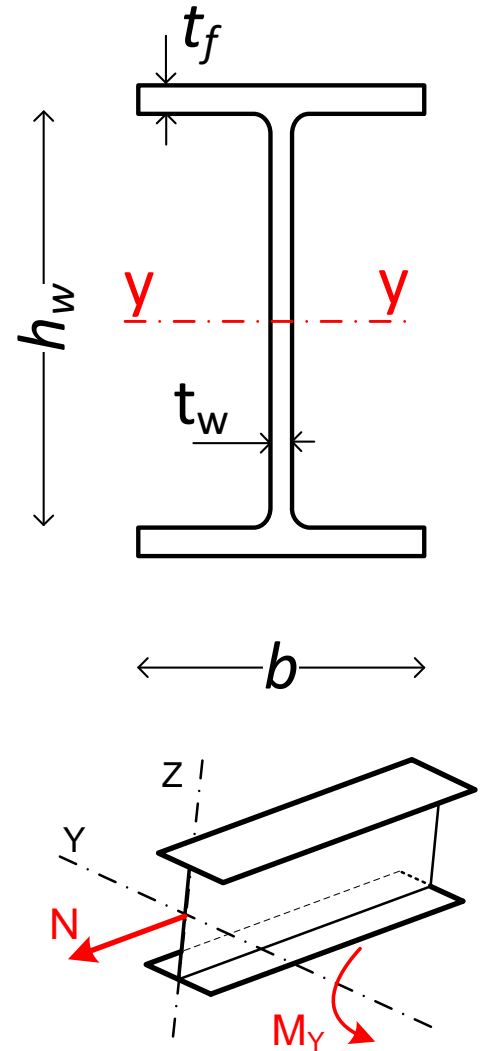
Sólo se debe reducir la resistencia a flexión si el axial es relevante:

$$N_{Ed} > \min \left(0.25 N_{pl,Rd}, 0.5 h_w t_w \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right)$$

$$N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Comprobar: $M_{Ed} \leq M_{N,y,Rd}$

??



Flexión en el eje fuerte (Y) y esfuerzo axial (2)

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

Resistencia plástica a flexión reducida por el esfuerzo axial: $M_{N,y,Rd}$

$$M_{N,y,Rd} = \left(W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left(\frac{1 - n}{1 - 0.5 a} \right)$$

Resistencia no reducida $M_{pl,Rd}$

Factor de reducción
Debe ser ≤ 1

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \quad a \leq 0.5$$

Debe ser $\frac{1 - n}{1 - 0.5 a} \leq 1 \rightarrow n \geq 0.5 a$

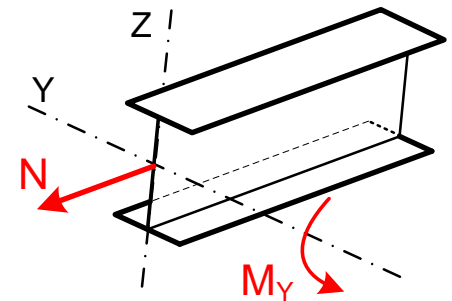
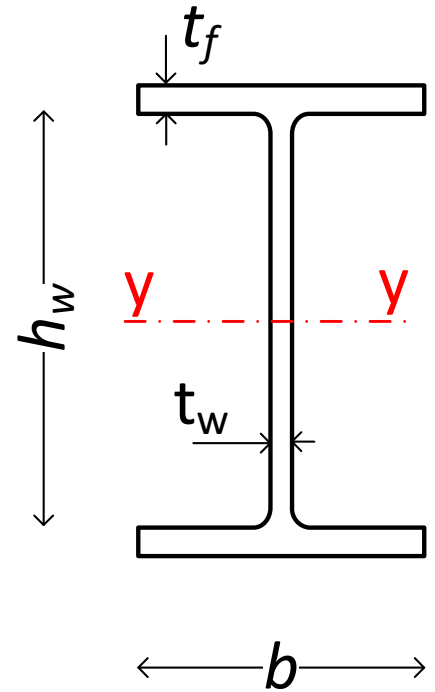
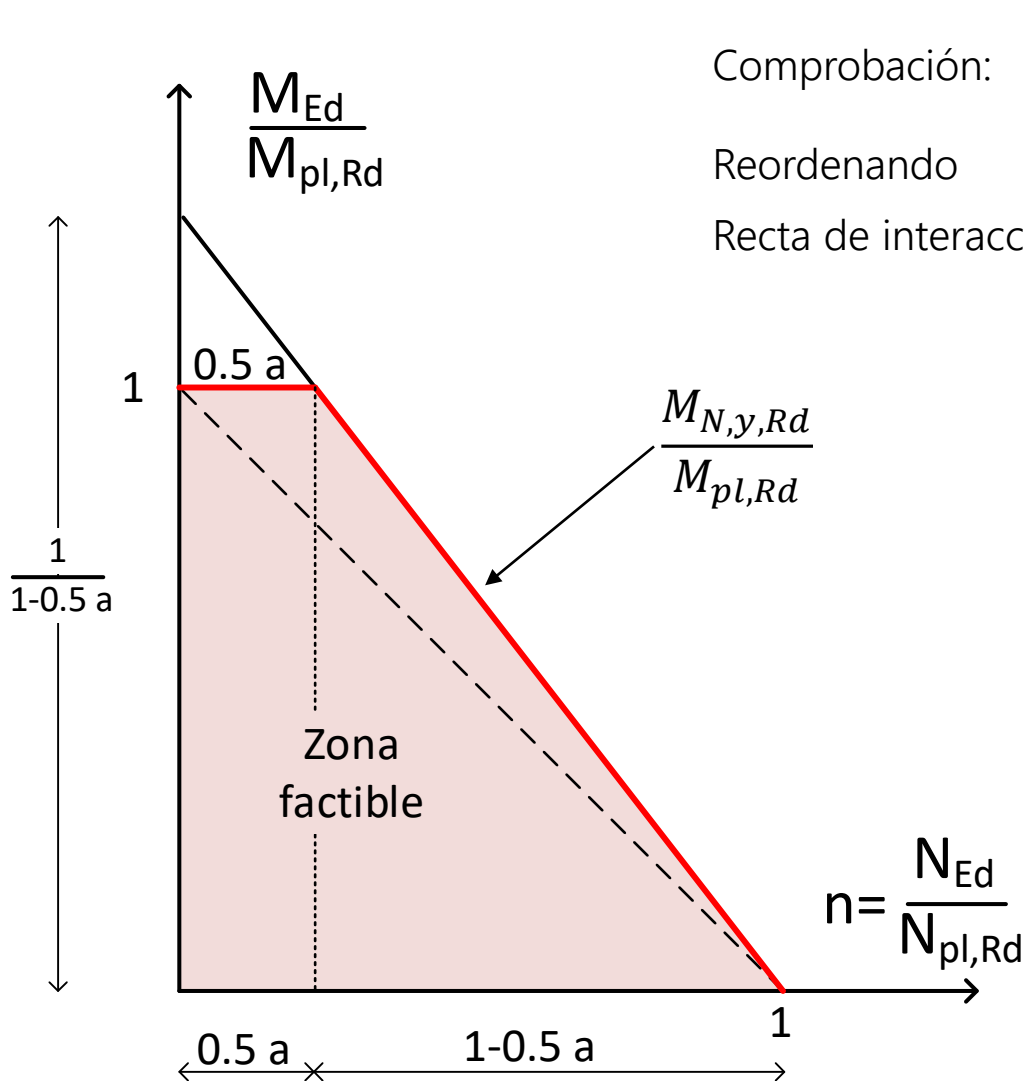


Diagrama de interacción M-N en el eje fuerte Y

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas



Flexión en el eje débil (Z) y esfuerzo axial

Secciones en I, H, flexión en el eje débil (Z), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

Sólo se debe reducir la resistencia a flexión si:

$$N_{Ed} > A_{alma} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

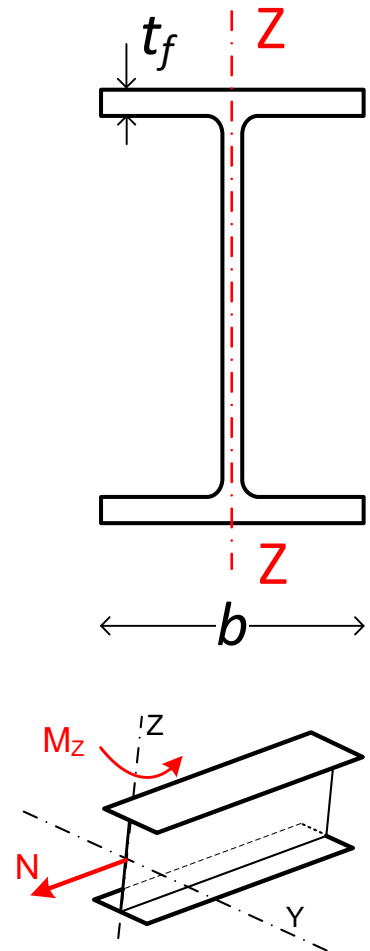
Comprobar que $M_{Ed} \leq M_{N,z,Rd}$

Resistencia plástica a flexión reducida $M_{N,z,Rd}$:

$$\begin{cases} n \leq a & M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \\ n > a & M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \end{cases}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \approx \frac{A_{alma}}{A} \quad a \leq 0.5$$

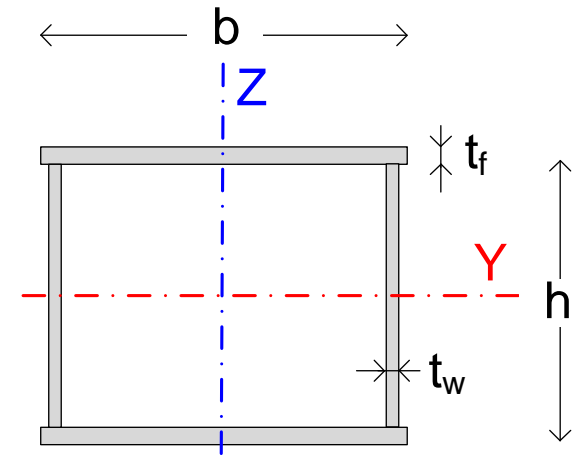


Flexión y esfuerzo axial – Secciones en cajón

Secciones en **cajón**, almas y alas iguales, clases 1 y 2

Tubos rectangulares, sin agujeros de unión

Muy similar a perfiles H en el eje fuerte



Eje Y
$$M_{N,y,Rd} = \left(W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left(\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_w} \right)$$

$$\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_w} \leq 1 \quad a_w = \frac{A - 2 b t_f}{A} \quad a_w \leq 0.5$$

Eje Z
$$M_{N,z,Rd} = \left(W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left(\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_f} \right)$$

$$\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_f} \leq 1 \quad a_f = \frac{A - 2 h t_w}{A} \quad a_f \leq 0.5$$

Flexión en dos ejes con esfuerzo axial. Secciones clases 1 y 2

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

Resistencias ya conocidas: $M_{N,y,Rd}, M_{N,z,Rd}$

En la fórmula no está el axial N directamente

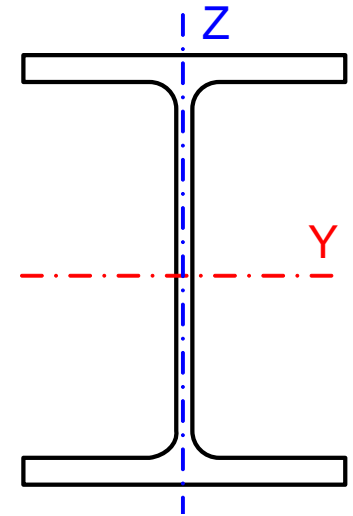
Valores conservadores: $\alpha = 1 \quad \beta = 1$

Secciones I, H: $\alpha = 2 \quad \beta = 5n \quad (\beta \geq 1)$ $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$

Secciones huecas circulares $\alpha = 2 \quad \beta = 2$

$$M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = M_{pl,Rd} (1 - n^{1.7})$$

Secciones huecas rectangulares $\alpha = \beta = \frac{1.66}{1 - 1.13 n^2} \quad \alpha = \beta \leq 6$



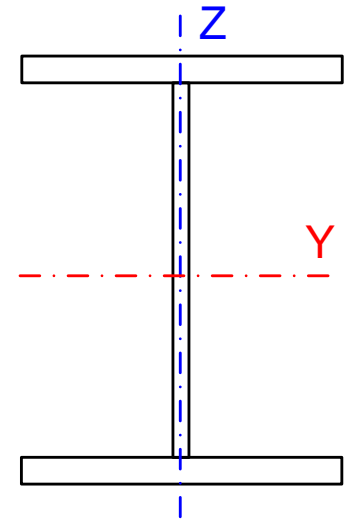
Flexión en dos ejes con esfuerzo axial. Secciones clase 3

Criterio de comprobación elástico

$$\sigma_{x,max,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$W_{el,y,min}$, $W_{el,z,min}$: Módulos resistentes elásticos en el punto donde se comprueba la tensión: punto más alejado de la fibra neutra

$$W_{el,y,min} = \frac{I_y}{z_{max}} \quad W_{el,z,min} = \frac{I_z}{y_{max}}$$



Flexión con esfuerzo axial - Secciones clase 4

Compresión y flexión en un eje:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

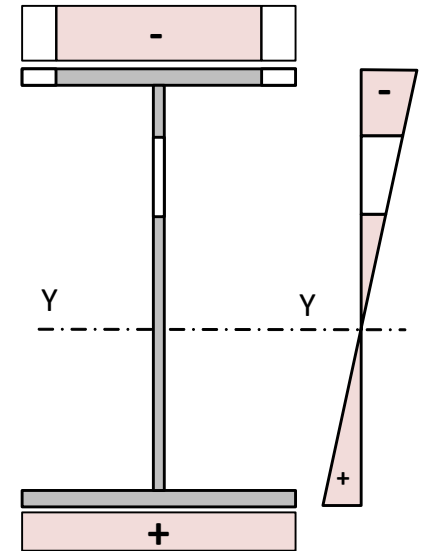
Compresión y flexión en dos ejes:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{W_{eff,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{W_{eff,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

A_{eff} : Área de la sección reducida

$W_{eff,y}, W_{eff,z}$: Módulo elástico mínimo según los ejes y, z, de la sección reducida

$e_{N,y}, e_{N,z}$: Desplazamientos del c.d.g. de la sección reducida respecto de la sección bruta



Flexión y esfuerzo axial - CTE

Fórmulas conservadoras y sencillas:

Clases 1 y 2

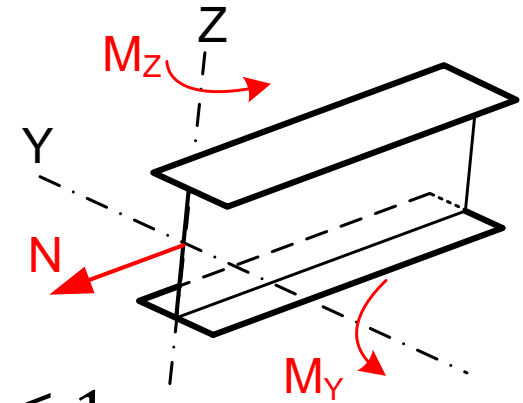
$$\frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

Clase 3

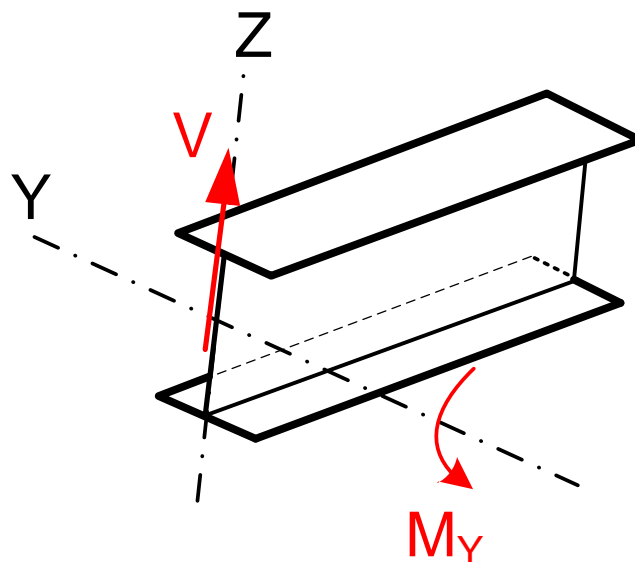
$$\frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

Perfiles laminados en I,H: Puede despreciarse el término de N, si cumple:

$$N_{Ed} \leq 0.5 A_{alma} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

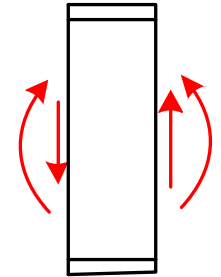


Resistencia de las secciones Flexión y cortante combinados



Resistencia a flector y cortante

Clases 1 y 2: La presencia de cortante puede hacer **disminuir la resistencia a flexión** de la sección.



Hay que determinar la resistencia a flexión en presencia de cortante $M_{V,Rd}$

1. Comprobar resistencia a cortante sólo: $V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$

2. Si el cortante es inferior a la mitad de la resistencia a cortante

No hay disminución de la resistencia a flexión: sus resistencia a flexión es la misma (momento plástico)

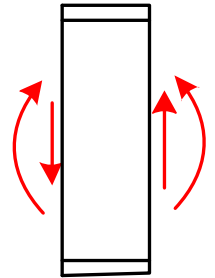
$$V_{Ed} \leq \frac{V_{pl,Rd}}{2} \rightarrow M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Este límite, y el proceso siguiente, no son aplicables cuando la abolladura del alma reduzca la resistencia a cortante de la sección, que impone unos límites específicos

Resistencia a flector y cortante

3. Si el cortante es superior a la mitad de la resistencia a cortante

$$V_{Ed} > \frac{V_{pl,Rd}}{2}$$

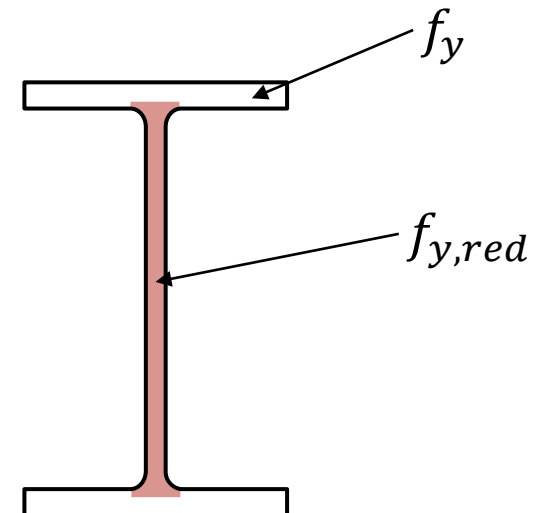


La resistencia a flexión disminuye de forma parabólica

Para calcular el momento resistente a flexión en presencia de cortante $M_{V,Rd}$ se debe emplear en el área que soporta el cortante (\approx alma de la H) un **valor reducido del límite elástico**:

$$f_{y,red} = (1 - \rho)f_y$$

$$\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2 \quad 0 \leq \rho \leq 1$$



Resistencia reducida a flexión y cortante $M_{V,Rd}$

$$M_{V,Rd} = S_{AreaCort} (1 - \rho) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} + S_{Resto} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

S: momento estático

$$M_{V,Rd} = (1 - \rho) M_{pl}^{AreaCort} + M_{pl}^{Resto}$$

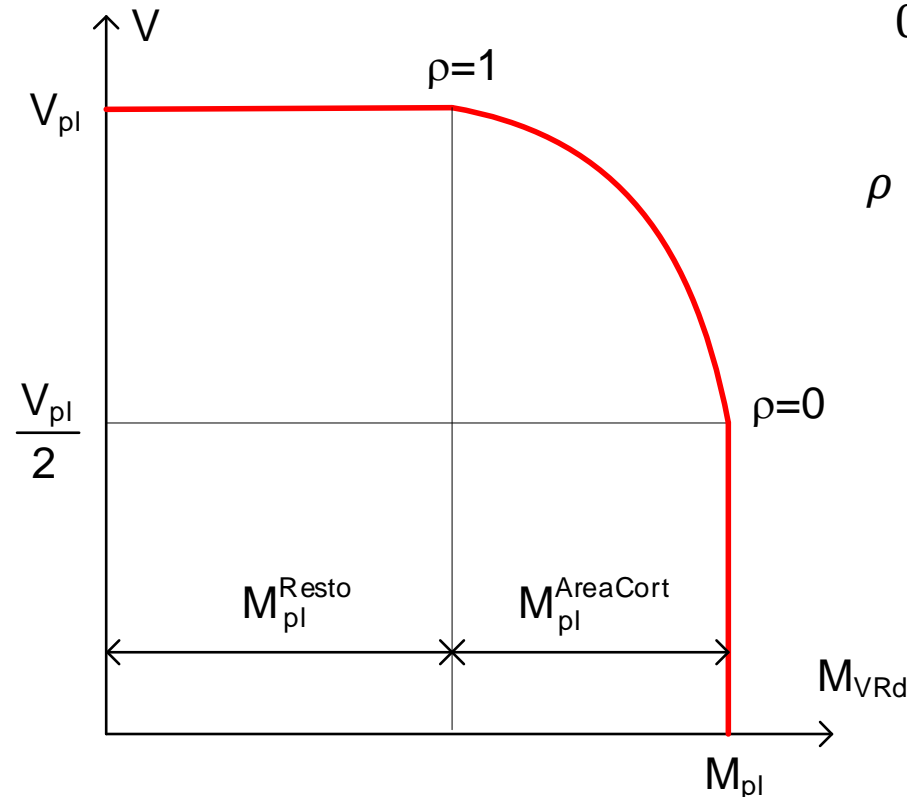
$$\frac{1}{2} \leq \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 1$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

$$\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

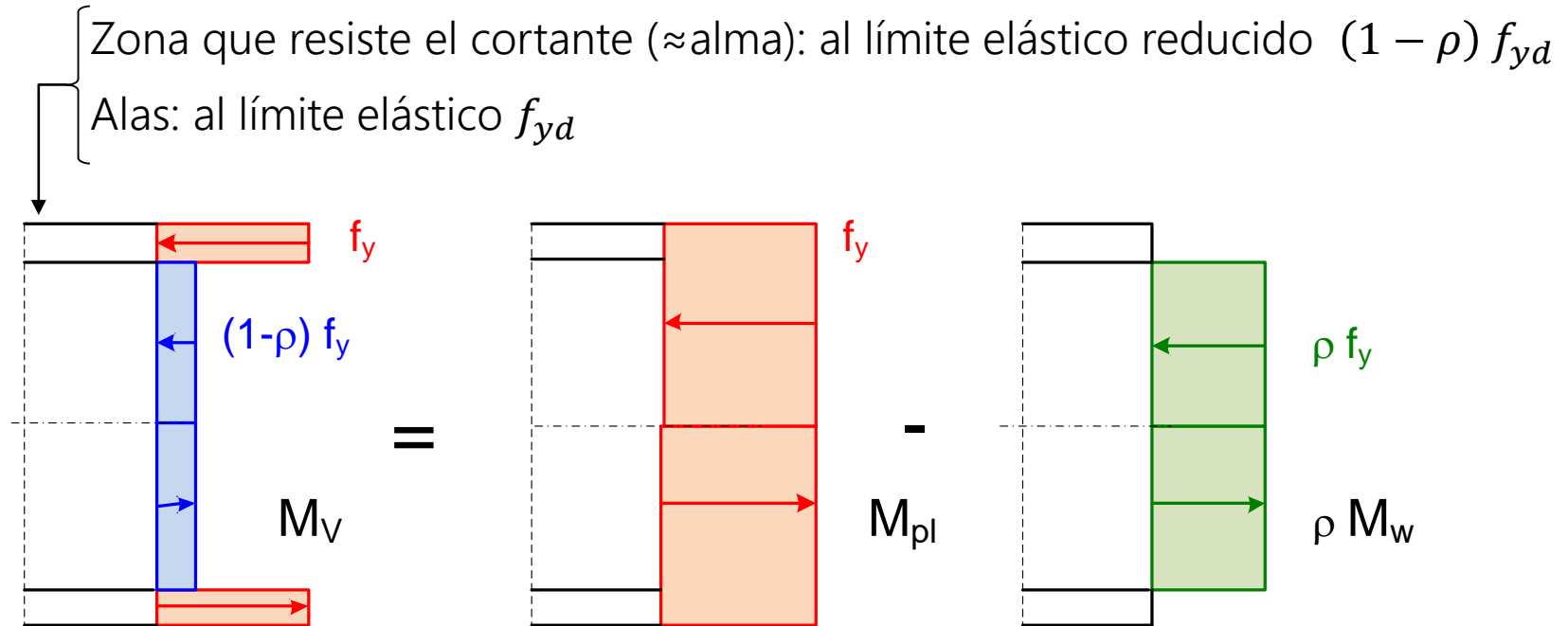
Diagrama de interacción flector - cortante

En el punto $\rho = 0$ la tangente de la parábola es vertical



Resistencia reducida a flexión y cortante - Secciones en I o H

Momento máximo con interacción M-V



$$M_{V,Rd} = (1 - \rho) M_w + M_f$$

Momento plástico reducido del alma

Momento plástico de las alas

$$M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} - \rho M_w$$

Momento plástico de la sección completa

Momento plástico del alma, reducido por ρ

$$M_f + M_w = M_{pl,Rd}$$

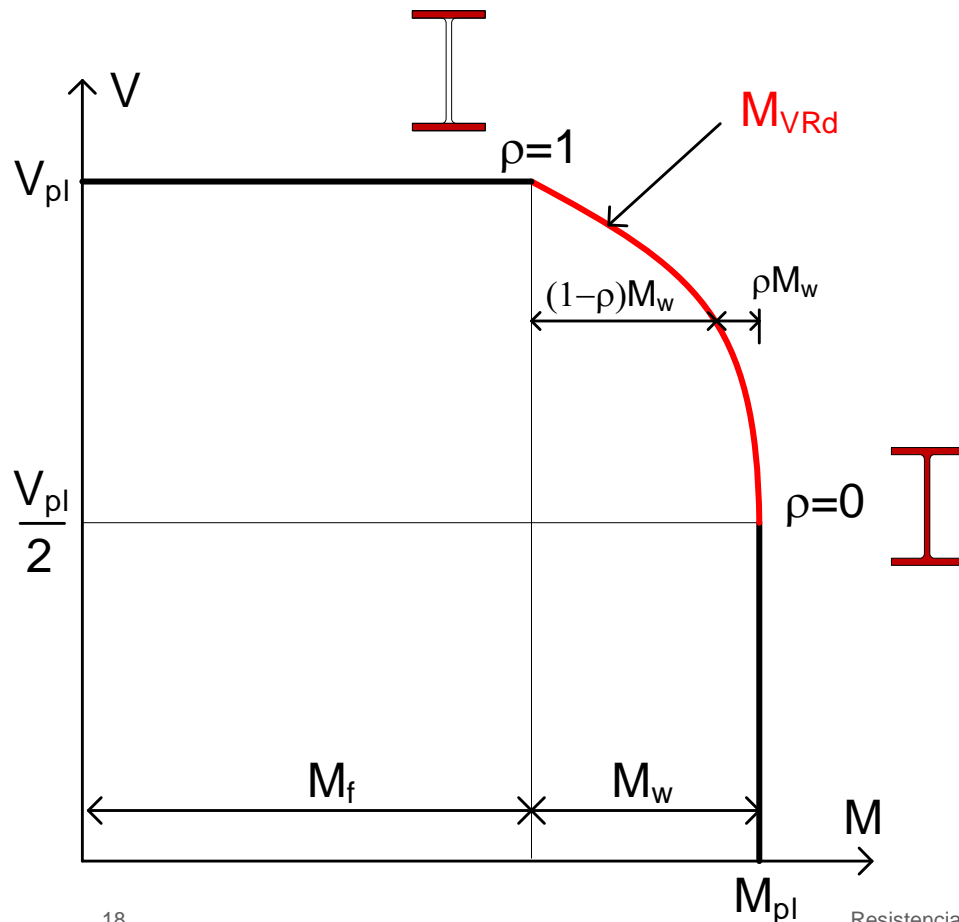
Resistencia a flector y cortante. Secciones en I o H

$$M_{V,Rd} = (1 - \rho) M_w + M_f$$

$$M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} - \rho M_w$$

M_f : momento de las alas

M_w : momento del alma



$\rho = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} M_{V,Rd} = M_f \\ \text{Cuando se llega a } V_{Ed} = V_{pl} \\ \text{Trabajan sólo las alas a flector} \end{array} \right.$

$\rho = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} M_{V,Rd} = M_f + M_w = M_{pl} \\ \text{Hasta que } V_{Ed} = V_{pl}/2 \\ \text{Trabaja toda la sección a flector} \end{array} \right.$

$0 < \rho < 1$ Disminuye la contribución del alma a flector

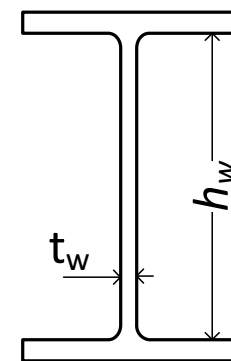
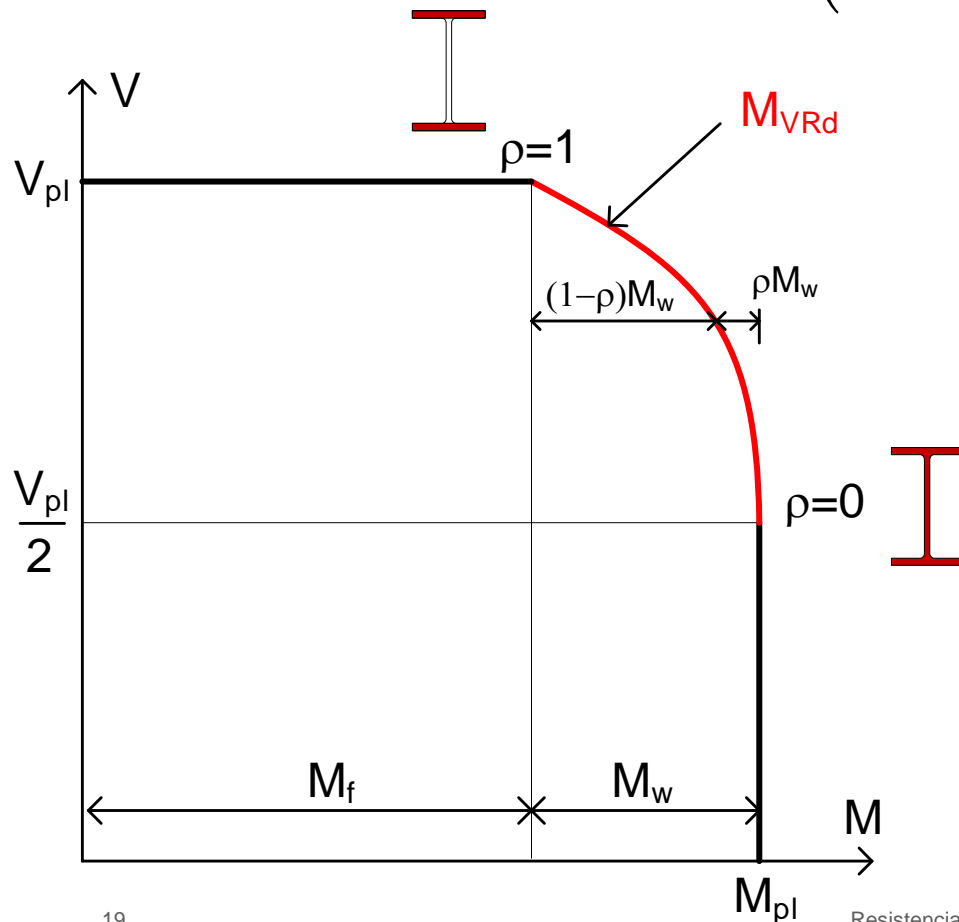
Resistencia a flector y cortante. Secciones en I o H

Momento en el alma:
$$M_w = 2 \left(\frac{h_w}{2} t_w \right) \frac{h_w}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{A_w^2}{4 t_w} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad A_w = h_w t_w$$

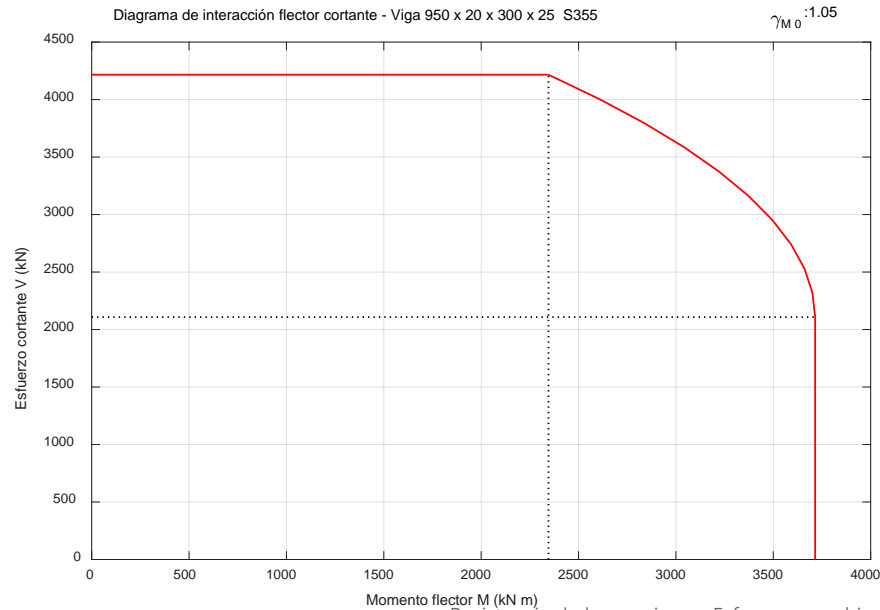
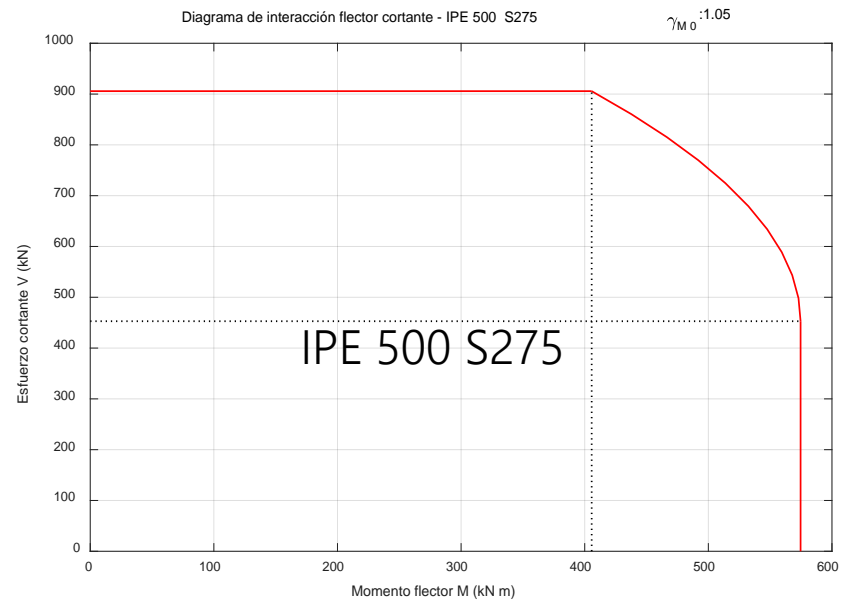
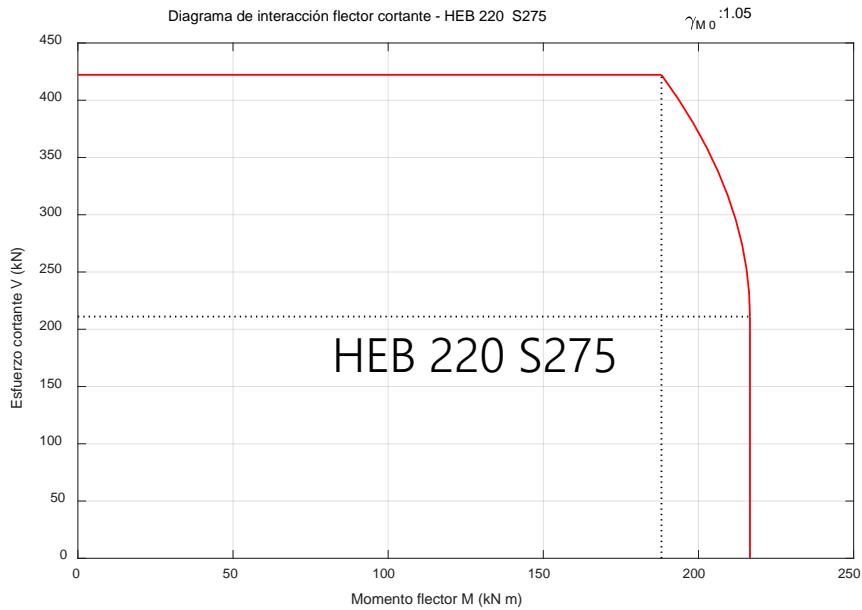
Momento máximo con interacción:
$$M_{V,Rd} = \left(W_{pl} - \rho \frac{A_w^2}{4 t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \frac{1}{2} \leq \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 1$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

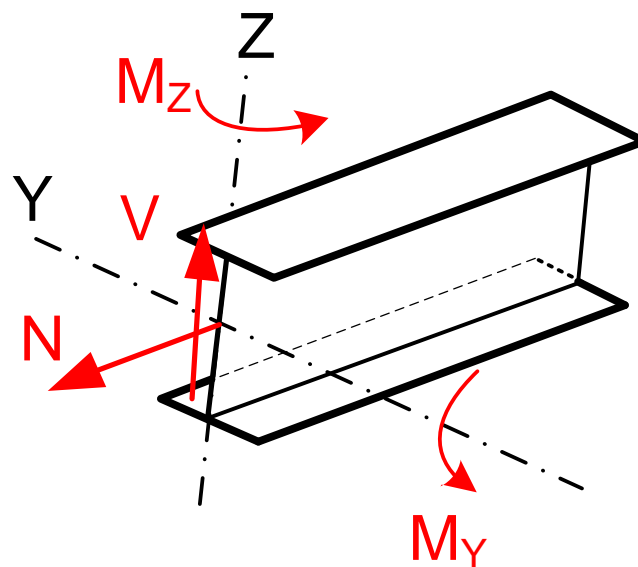
$$\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$



Resistencia a flector y cortante. Ejemplos



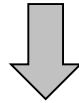
Resistencia de las secciones Flexión, axial y cortante



Resistencia a flexión, axial y cortante

- A. Si el cortante de cálculo es inferior a la mitad de la resistencia a cortante de la sección:

$$V_{Ed} \leq \frac{V_{pl,Rd}}{2} = \frac{1}{2} A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$



No hay interacción de M con V: se emplearán las fórmulas estándar para comprobación de flexión + axial

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

Resistencias a flexión reducidas por esfuerzo axial

CTE

$$\frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{pl,y} f_{yd}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{pl,z} f_{yd}} \leq 1$$

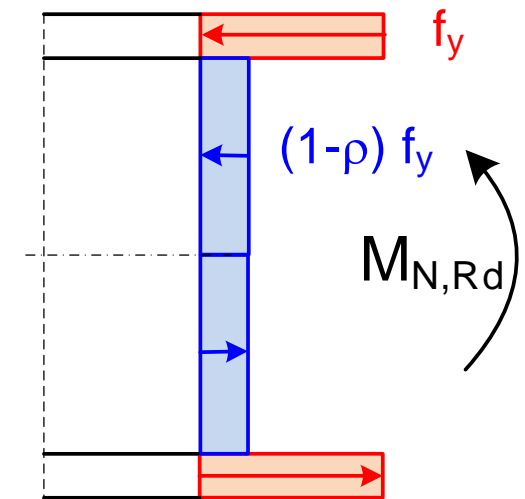
Resistencia a flexión, axial y cortante

- B. Si el cortante de cálculo es **superior a la mitad** de la resistencia a cortante de la sección:

$$V_{Ed} > \frac{V_{pl,Rd}}{2}$$

Se debe **reducir la resistencia de cálculo a flexión y axial** de la misma forma que para la interacción M+V

Calcular la resistencia a flexión y axial combinados $M_{N,Rd}$ asignando al área de cortante (alma) un valor reducido del límite elástico $(1 - \rho)f_y$





Comprobación de estados límite últimos

Estados límite de inestabilidad

Estados límite de inestabilidad

Inestabilidad: al llegar a un determinado nivel de carga aplicada, se producen deformaciones incontroladas sin aumentar la carga aplicada.

- Inestabilidad **a nivel de toda la pieza**
 - Elementos a **compresión**:
 - Pandeo lateral por flexión
 - Pandeo por torsión y flexión-torsión (secciones débil rigidez C, Z...)
 - **Pandeo lateral de vigas a flexión**: inestabilidad por pandeo lateral de la zona comprimida
 - Pandeo por **flexión y compresión**: postes
- Inestabilidad **local** en un punto una pieza
 - Abolladura del alma por cortante
 - Abolladura del alma bajo cargas concentradas
- Inestabilidad **global** de toda la estructura
 - Pandean muchos elementos a la vez

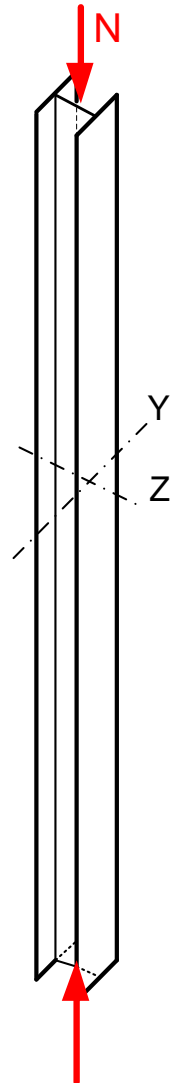


Piezas a compresión Pandeo por flexión

Normativa:

EN 1993-1-1 §6.3.1

Código Estructural Anejo 22



Pandeo por flexión de piezas a compresión

Elementos de sección constante y N constante, clases 1, 2, 3

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

N_{Ed} Valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión

$N_{b,Rd}$ Resistencia de cálculo a pandeo del elemento a compresión

χ Coeficiente de reducción por pandeo (≤ 1), para el plano de pandeo considerado. Función de la esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$

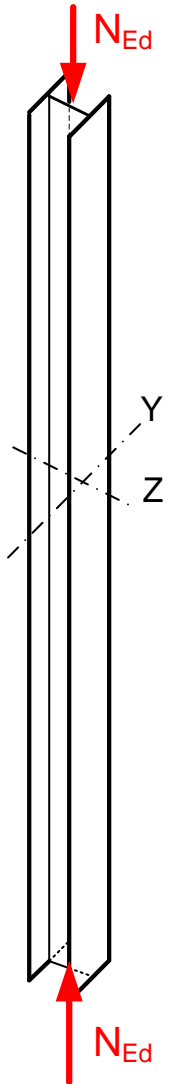
$$\gamma_{M1} = 1.05$$

Secciones clase 4: usar A_{eff} en lugar de A

Elementos de sección variable o N variable: análisis específico

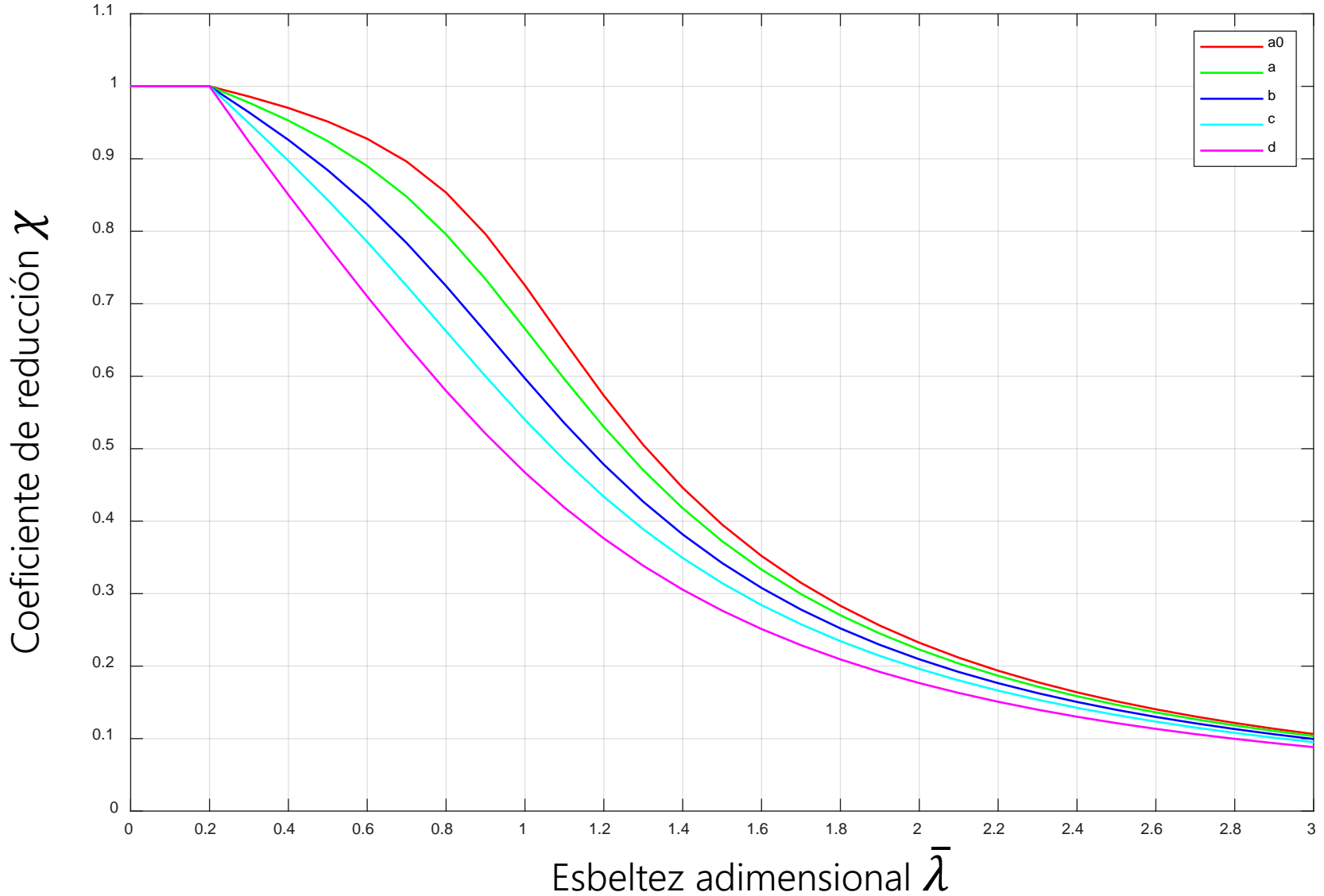
No es necesaria la comprobación a pandeo si:

$$\bar{\lambda} \leq 0.2 \quad \text{o bien} \quad N_{Ed} \leq 0.04 N_{cr}$$



Curvas de pandeo $\chi(\bar{\lambda})$

EN 1993-1-1 Fig. 6.4



Esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ (CTE: esbeltez reducida)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

Carga axial de plastificación de la sección

Carga axial crítica (Euler) para el plano de pandeo considerado

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L_p^2}$$

Sustituyendo:

$$\bar{\lambda} = \frac{L_p}{i} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L_p}{i} \quad \text{Esbeltez geométrica} \\ \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \end{array} \right.$

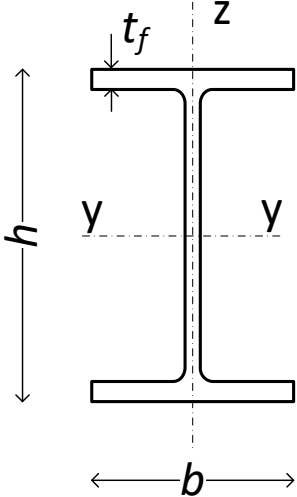
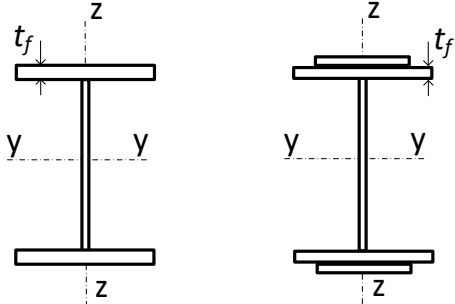
L_p : Longitud de pandeo

i : radio de giro de la sección

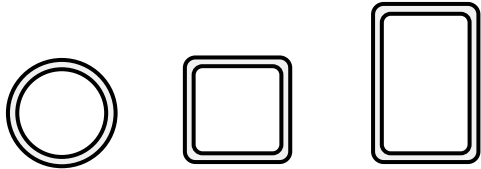
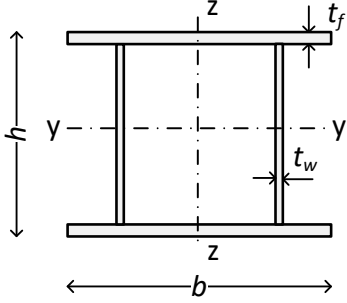
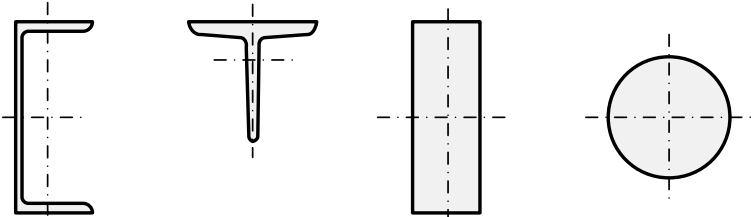
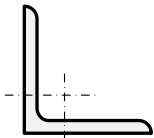
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Debe ser $\bar{\lambda} \leq 3$

Elección de las curvas de pandeo EN 1993-1-1 tabla 6.2

Sección transversal		Límites		Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
					S235 S275 S355 S420	S460
Secciones de perfiles laminados		$\frac{h}{b} > 1.2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b	a ₀ a ₀
			$40 < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
		$\frac{h}{b} \leq 1.2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c
Secciones en I de vigas soldadas		$t_f \leq 40 \text{ mm}$		y-y z-z	b c	b c
		$t_f > 40 \text{ mm}$		y-y z-z	c d	c d

Elección de las curvas de pandeo EN 1993-1-1 tabla 6.2

Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S235 S275 S355 S420	S460
Secciones huecas 	Acabados en caliente	cualquiera	a	a ₀
	Conformados en frío	cualquiera	c	c
Secciones en cajón de vigas soldadas 	En general (excepto el caso del recuadro inferior)	cualquiera	b	b
	Soldaduras gruesas $a > 0.5 t_f \quad \frac{b}{t_f} < 30 \quad \frac{h}{t_w} < 30$	cualquiera	c	c
Secciones en U o en simple T y secciones macizas 		cualquiera	c	c
Secciones de perfiles angulares 		cualquiera	b	b

Expresión analítica del coeficiente de reducción por pandeo $\chi(\bar{\lambda})$

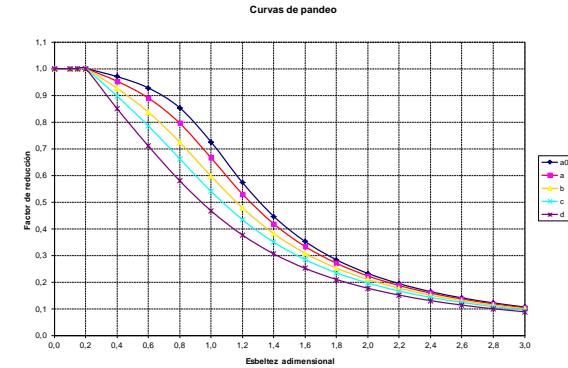
Elementos de sección constante, con N constante

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \chi \leq 1.0$$

Variable auxiliar $\Phi = 0.50 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$

$\bar{\lambda}$ Esbeltez adimensional (≤ 3)

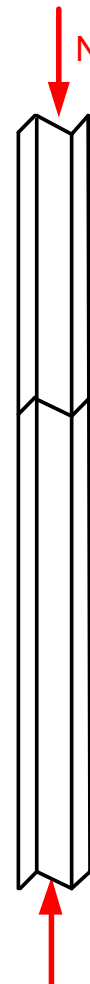
α = Coeficiente de imperfección asociado a cada curva de pandeo



Curva de pandeo	a0	a	b	c	d
Coeficiente α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Piezas a compresión Pandeo por flexión y torsión

Piezas con sección transversal abierta
con débil rigidez a torsión (C, Z, W)



Pandeo por flexión y torsión

Piezas con **sección transversal abierta con débil rigidez a torsión** (C, Z, W)

Comprobar frente a pandeo por torsión (T) y pandeo por torsión y flexión (TF).

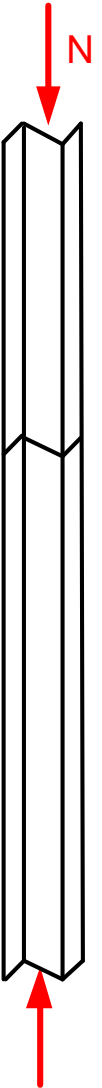
Normativa: EN 1993-1-1 § 6.3.1.4
Código Estructural Anejo 22

Mismo método que pandeo por flexión, con otra carga crítica:

Esbeltez para pandeo por T y TF:
$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

Carga crítica para pandeo por T y TF:
$$N_{cr} = \min(N_{cr,TF}, N_{cr,T})$$

Curva de pandeo a emplear: eje Z-Z



Cargas críticas de pandeo por torsión y torsión-flexión

EN 1993-1-3 §6.2.3

- Carga crítica de pandeo por torsión:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left(G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{l_T^2} \right) \quad i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$$

I_t módulo de torsión de la sección bruta

I_w módulo de alabeo de la sección bruta

i_y, i_z radio de giro de la sección bruta respecto de los ejes Y, Z

l_T longitud de pandeo a torsión $\approx 0.7 \div 1.0 L$

y_0, z_0 coordenadas del centro de esfuerzos cortantes respecto del c.d.g. de la sección bruta

- Carga crítica de pandeo por flexión y torsión, secciones simétricas respecto a Y-Y

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2 \beta} \left[1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)^2 + 4 \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2 \left(\frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)} \right] \quad \beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2$$





Estados de inestabilidad

Longitudes de pandeo en barras comprimidas de celosías (recomendaciones)

EN 1993-1-1 Anexo BB
Código Estructural Anejo 22 Apéndice BB

1. Longitud de pandeo en el plano de la celosía

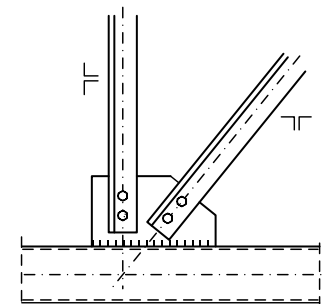
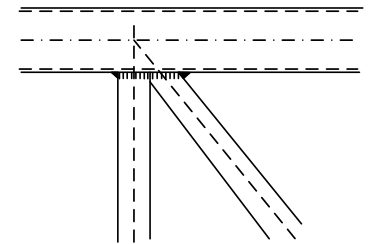
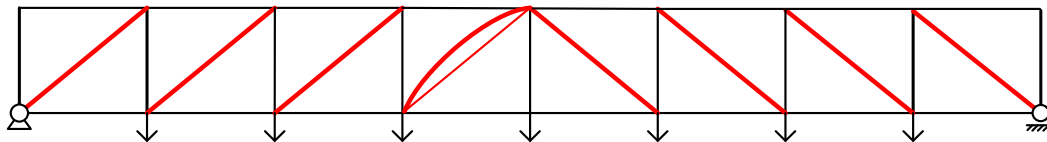
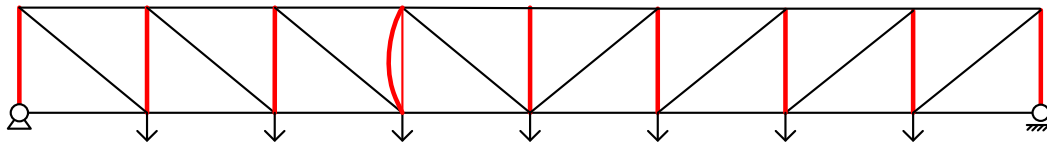
La barra se mantiene en el plano de la celosía al pandear.

1.1 En general: Longitud pandeo = Longitud real

(Se está suponiendo que la barra está articulada en ambos extremos)

1.2 Montantes y diagonales unidos a los cordones con uniones que ejerzan una cierta coacción al giro (soldadas o con ≥ 2 tornillos)

Longitud pandeo = 0.9 Longitud real



1. Longitud de pandeo en el plano de la celosía

1.3 Montantes y diagonales en L simple.

Unidos a los cordones por una sola cara lateral

→ Pandeo por flexión y torsión

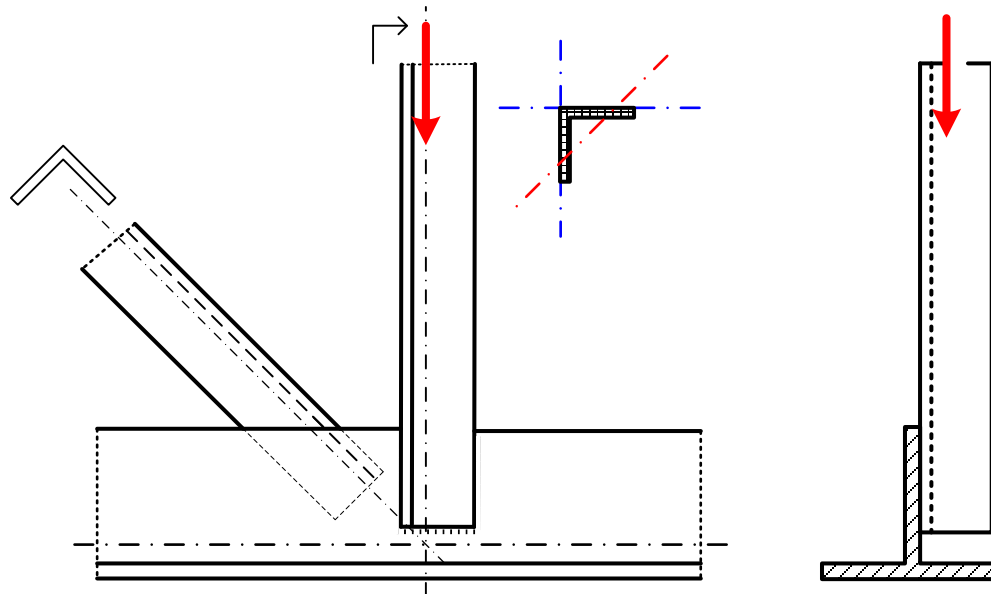
Emplear una esbeltez eficaz: $\bar{\lambda}_{ef}$

Pandeo alrededor del eje (v) de mínima inercia $\bar{\lambda}_{ef,v} = 0.35 + 0.70 \bar{\lambda}_v$

Pandeo alrededor de los ejes (y, z) paralelos a las caras:

$$\bar{\lambda}_{ef,y} = 0.50 + 0.70 \bar{\lambda}_y$$

$$\bar{\lambda}_{ef,z} = 0.50 + 0.70 \bar{\lambda}_z$$



2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

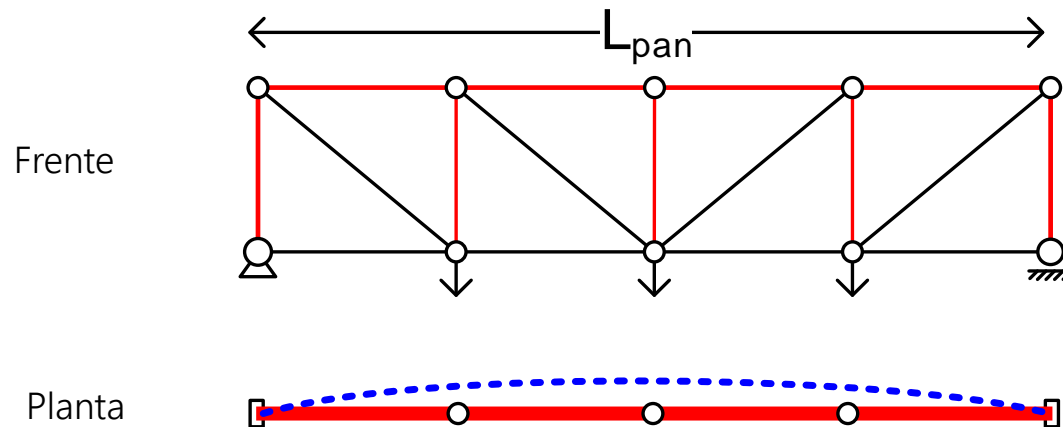
La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

2.1 Cordón comprimido sin arriostramiento transversal

Longitud pandeo = Longitud total del cordón

Solución no recomendable, salvo para celosías muy pequeñas

Entre los dos extremos del cordón habrá más de una barra/nudo: el esfuerzo axial es variable. Calcular como poste sometido a fuerzas variables según su eje.



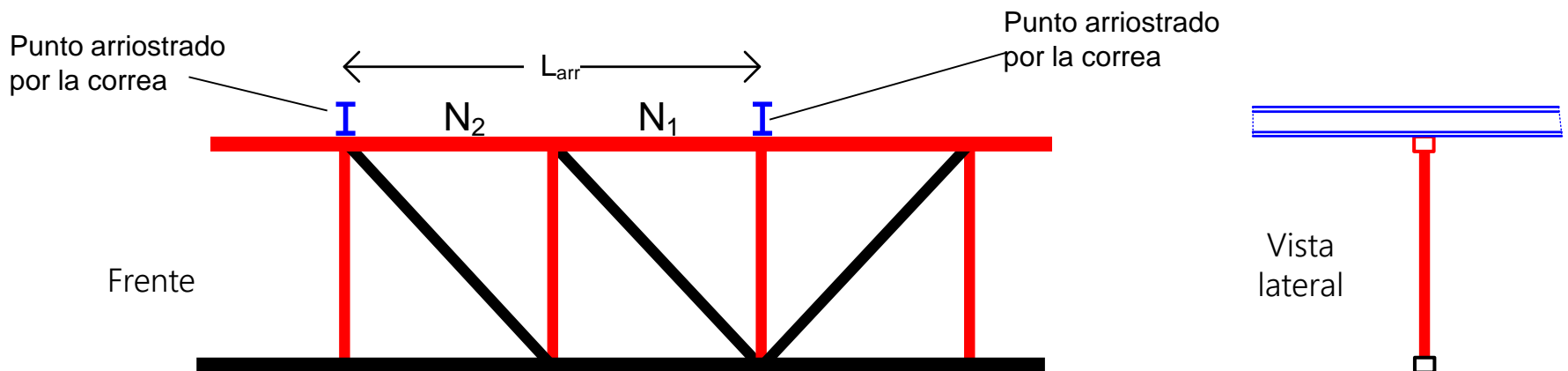
2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

2.2 Cordón comprimido con arriostramiento transversal producido por las vigas correas

Longitud pandeo = Longitud entre 2 arriostramientos L_{arr}

Si entre 2 arriostramientos hay un nudo: $L_p = \left(0.75 + 0.25 \frac{N_2}{N_1} \right) L_{arr}$ $|N_1| > |N_2|$



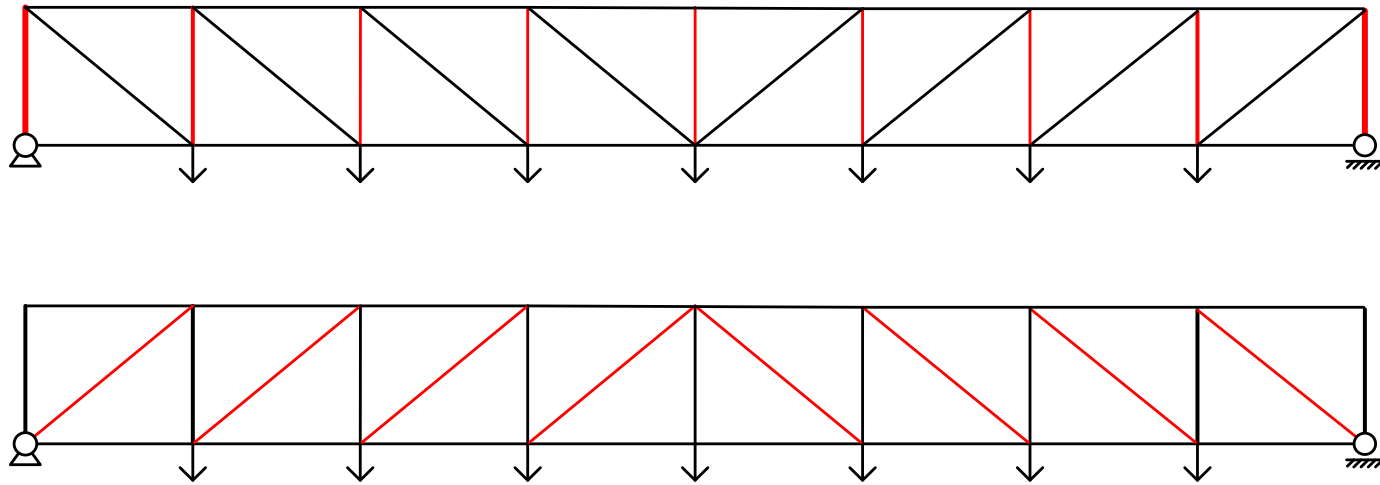
Si entre 2 arriostramientos hay más de un nudo: calcular como poste sometido a varias fuerzas según su eje.

2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

2.3 Montantes y diagonales

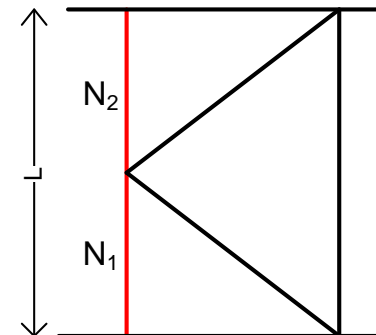
Longitud pandeo = Longitud real



Montantes en K: dos esfuerzos N_1, N_2 .

Usar:

$$L_p = \left(0.75 + 0.25 \frac{N_2}{N_1} \right) L \quad |N_1| > |N_2|$$

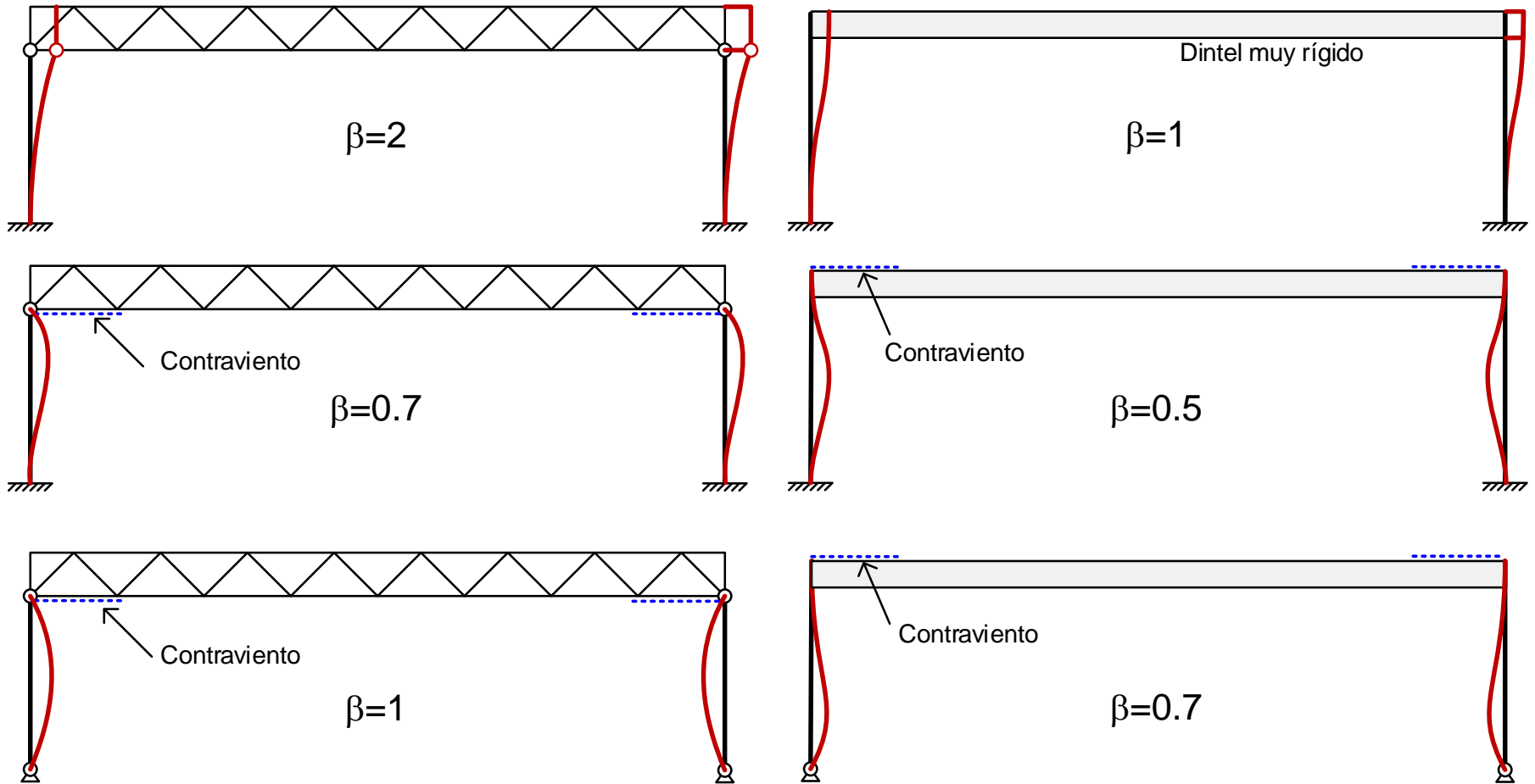




Estados de inestabilidad

Longitudes de pandeo en postes de naves y edificios

Longitudes de pandeo en postes de naves simples



Longitud de pandeo: $L_p = \beta L$

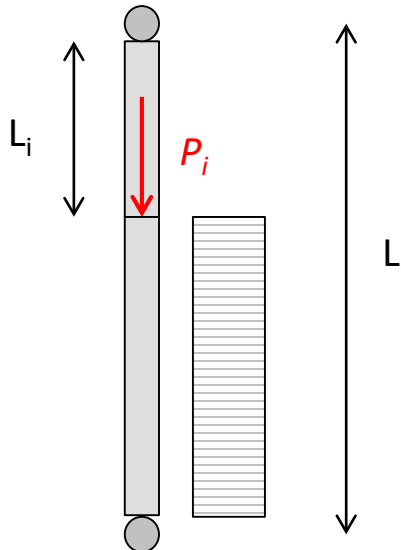
Postes con varias fuerzas axiales (Antigua norma EAE §70.4)

Sección constante. Esfuerzo axial variable. Diversas condiciones en los extremos.

Longitud de pandeo: $L_p = \beta L$ $\beta = \sqrt{\Sigma(\alpha_i \beta_i^2)}$ $\alpha_i = \frac{P_i}{\Sigma P_i}$

β_i Coeficiente de pandeo para la carga P_i actuando sola. Depende de la posición de la carga en la viga y de las condiciones en los extremos

Comprobar la resistencia a pandeo con el esfuerzo axial máximo: ΣP_i



Coeficientes β_i para una carga sola:

L_i / L	Art. - Art.	Emp. - Libre	Emp. - Art.	Emp. - Emp.
0.0	1.00	2.00	0.70	0.50
0.2	0.80	1.60	0.53	0.47
0.4	0.71	1.20	0.46	0.39
0.6	0.70	0.80	0.44	0.36
0.8	0.59	0.40	0.36	0.28
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00

Pandeo global de pórticos

Estudiar la estabilidad de la estructura completa. El pandeo elástico está controlado por el problema de autovalores:

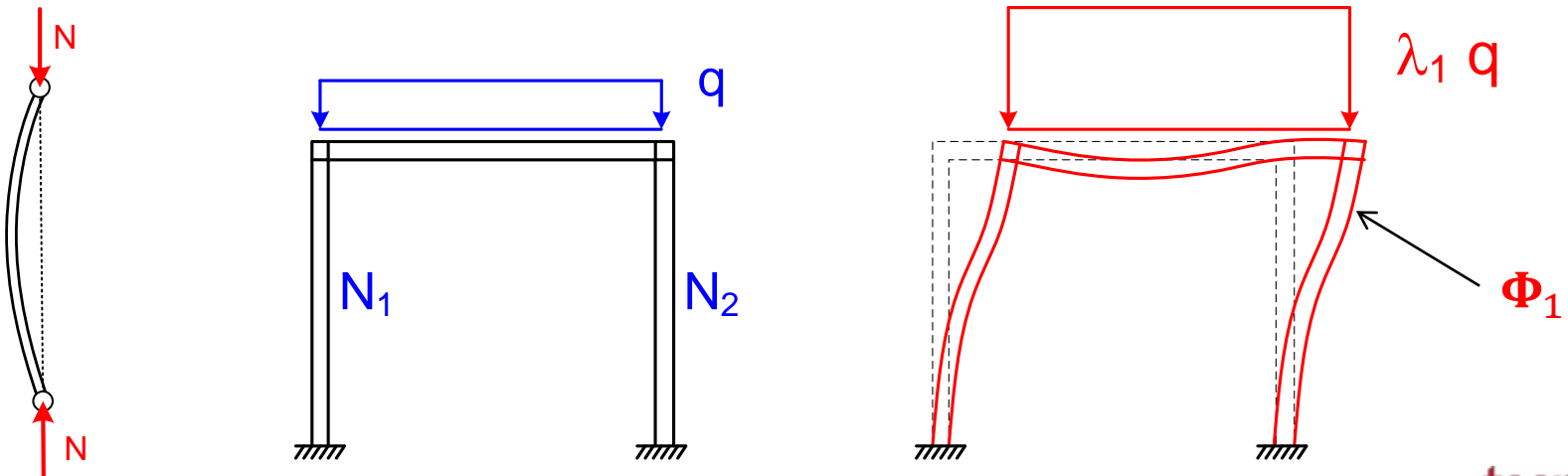
$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G(N)) \Phi = 0$$

\mathbf{K} Matriz de rigidez de la estructura

\mathbf{K}_G Matriz de rigidez geométrica de la estructura. Proporcional a los esfuerzos axiales (N) en las barras, y por lo tanto a las cargas reales aplicadas

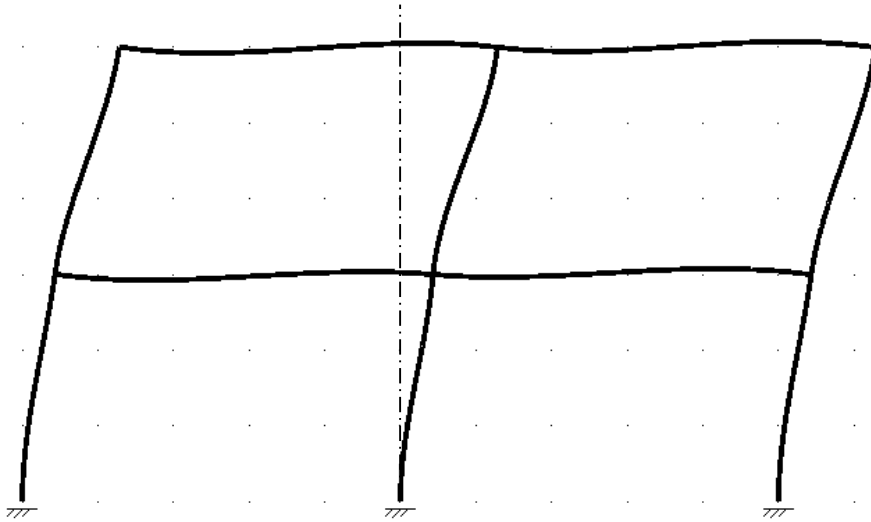
Primer autovalor λ_1 : carga crítica de pandeo. Valor por el que hay que multiplicar las cargas reales para que la estructura sea inestable

Primer autovector Φ_1 : Forma en la que la estructura abandona el equilibrio

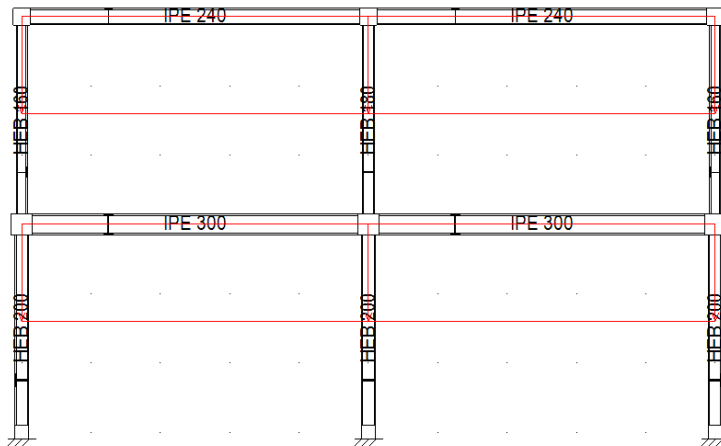


Pandeo global de pórticos

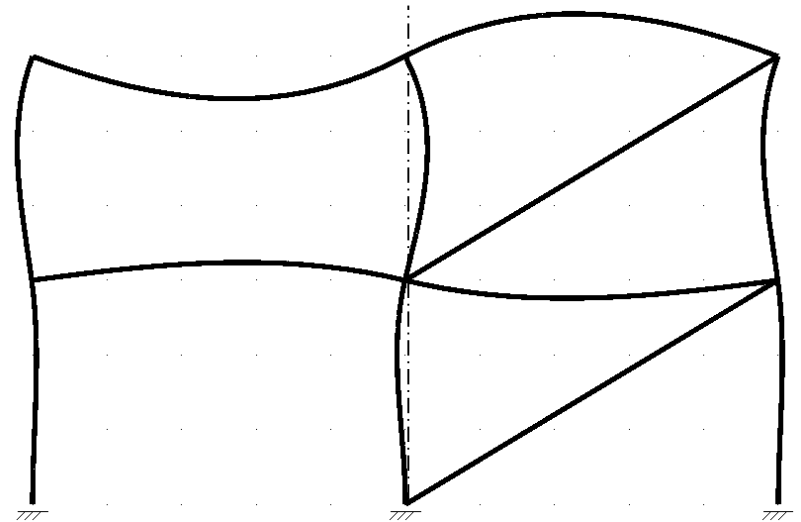
Modo de pandeo traslacional



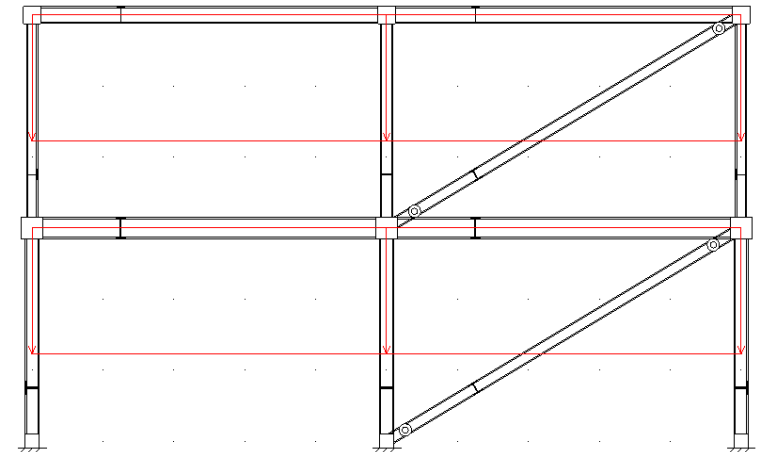
$$q_{cr} = 48 q_{real}$$



Modo de pandeo no traslacional



$$q_{cr} = 192 q_{real}$$



Longitud de pandeo de postes en pórticos

CTE DB SE-A 6.3.2.5

ENV 1993-1-1

No está en la norma definitiva

Postes continuos en varias plantas

Rigidez relativa de los postes en la planta

$$\eta_1 = \frac{K_C + K_1}{K_C + K_1 + K_{11} + K_{12}}$$

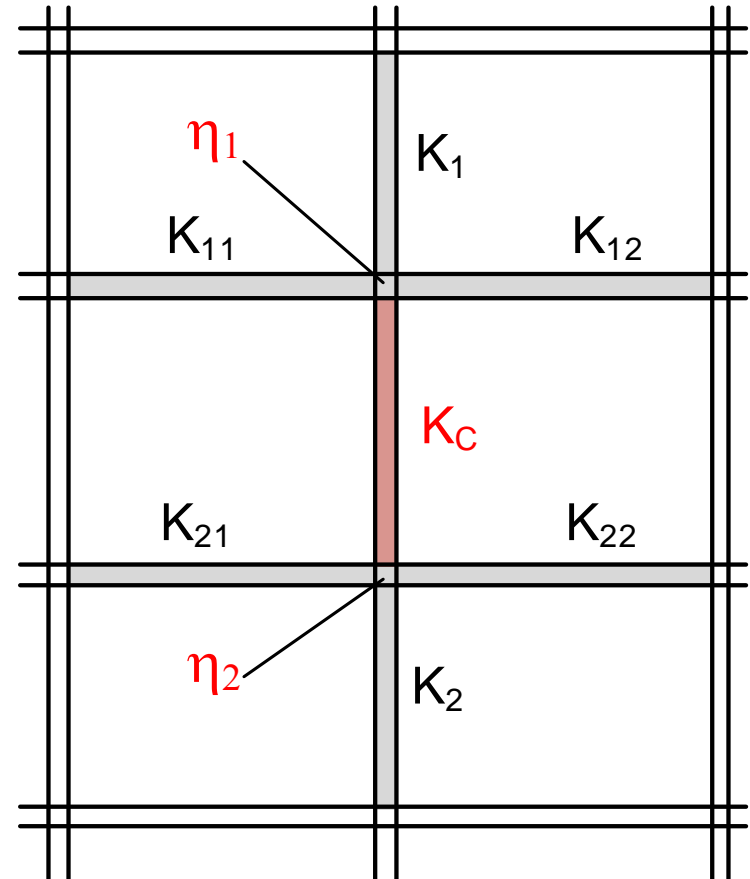
$$\eta_2 = \frac{K_C + K_2}{K_C + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

$K_C = \frac{EI}{H}$ Rigidez del poste estudiado

$K_i = \frac{EI_i}{H_i}$ Rigidez de los postes adyacentes

K_{ij} Rigidez efectiva de las 4 vigas

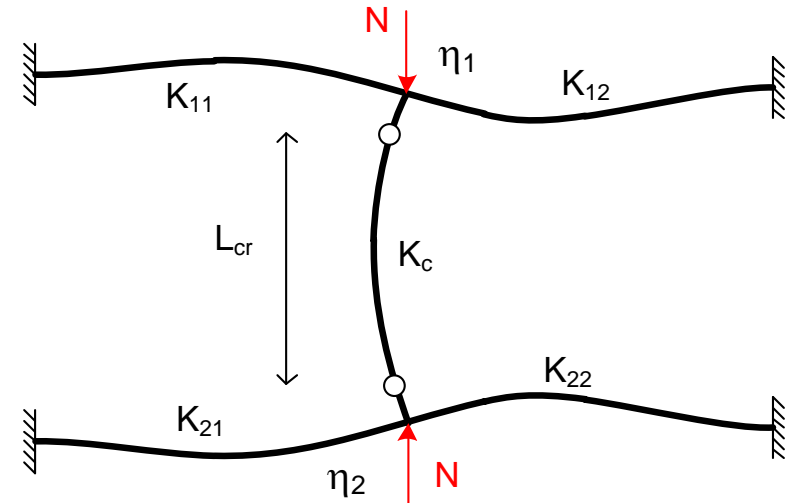
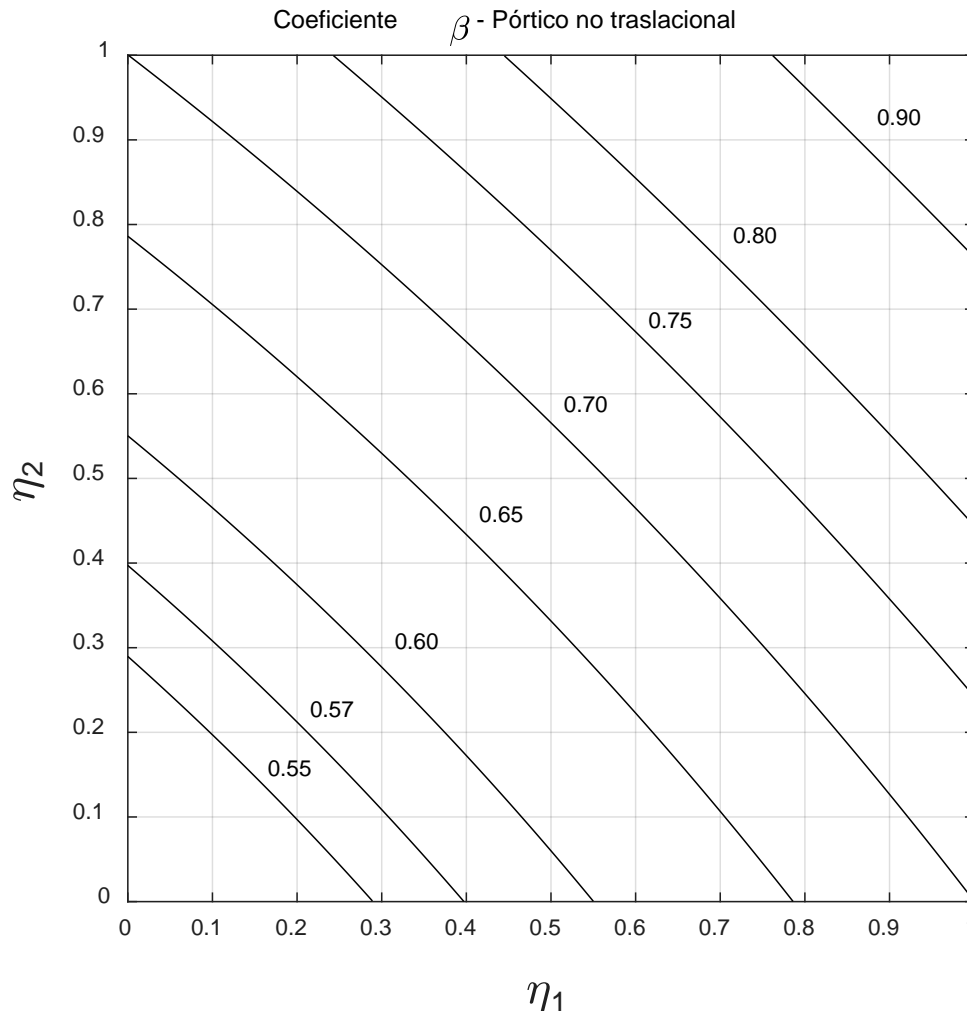
Otras configuraciones de plantas:
ajustar $K_1 = 0$ $K_2 = 0$ cuando sea necesario



Este método supone que en todas las plantas la relación N/N_{cr} es la misma. Si no lo es, los valores que proporciona están del lado de la seguridad.

Longitud de pandeo de un poste. Pórtico no traslacional ($\beta \leq 1$)

$$L_{cr} = \beta L$$



Expresión analítica, conservadora del CTE

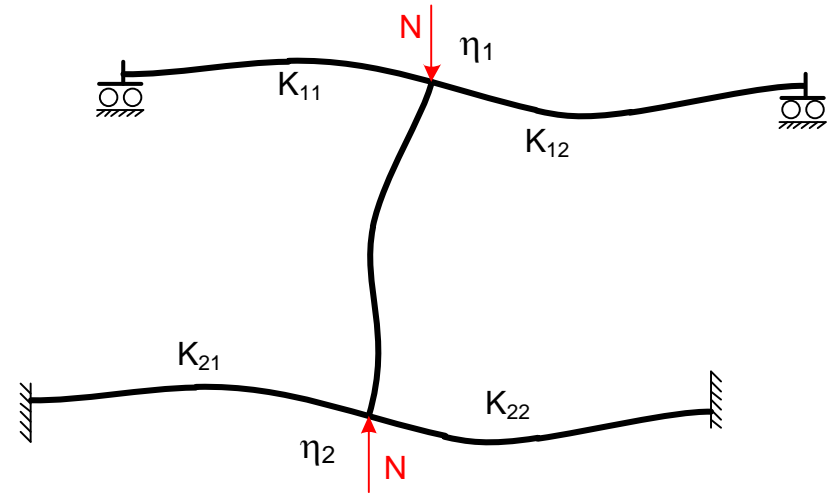
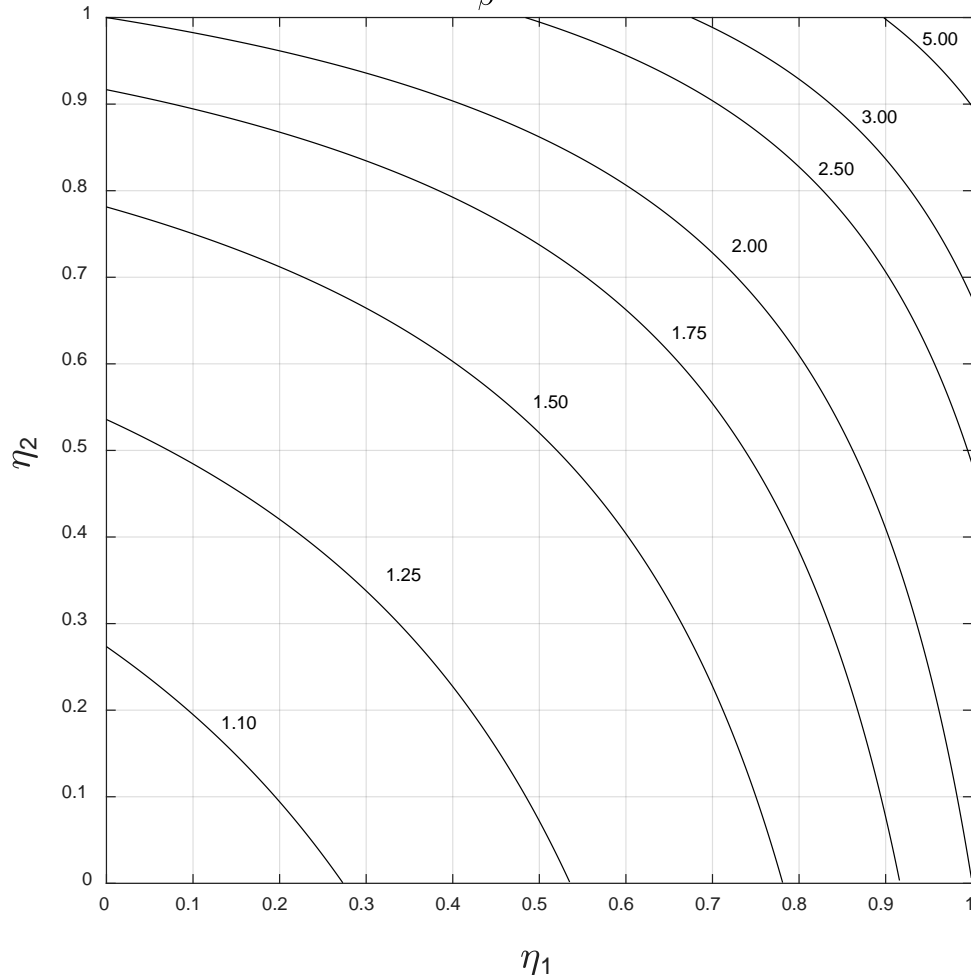
$$\beta = \frac{1 + 0.145 (\eta_1 + \eta_2) - 0.265 \eta_1 \eta_2}{2 - 0.364 (\eta_1 + \eta_2) - 0.247 \eta_1 \eta_2}$$

También válido en un pórtico traslacional, si en el análisis se han considerado efectos de 2º orden, sin considerar imperfecciones en los pilares

Longitud de pandeo de un poste. Pórtico traslacional ($\beta \geq 1$)

$$L_{cr} = \beta L$$

Coeficiente β - Pórtico traslacional



Expresión analítica, conservadora

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2(\eta_1 + \eta_2) - 0.12\eta_1\eta_2}{1 - 0.8(\eta_1 + \eta_2) + 0.6\eta_1\eta_2}}$$

Válido si en el análisis no se han considerado efectos de 2º orden

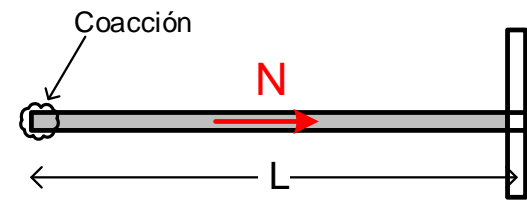
Rigidez efectiva de las vigas K_{ij}

CTE DB SE-A Tabla 6.5

Coacción al giro en el extremo alejado	Sin esfuerzo axial	Con esfuerzo axial
Empotrada en el extremo alejado	$\frac{EI}{L}$	$\left(1 - 0.4 \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Articulada en el extremo alejado	$0.75 \frac{EI}{L}$	$\frac{3}{4} \left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Mismo giro y del mismo signo que en el extremo próximo	$1.5 \frac{EI}{L}$	$\frac{3}{2} \left(1 - 0.2 \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Giro igual y de signo opuesto al extremo próximo	$0.5 \frac{EI}{L}$	$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Giros θ distintos en los dos extremos	$\left(1 + 0.5 \frac{\theta_{alej}}{\theta_{prox}}\right) \frac{EI}{L}$	

$$N_E = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad \text{Carga crítica de Euler}$$

Vigas con esfuerzo axial de tracción: se puede considerar la viga como sin esfuerzo axial (simplificación)



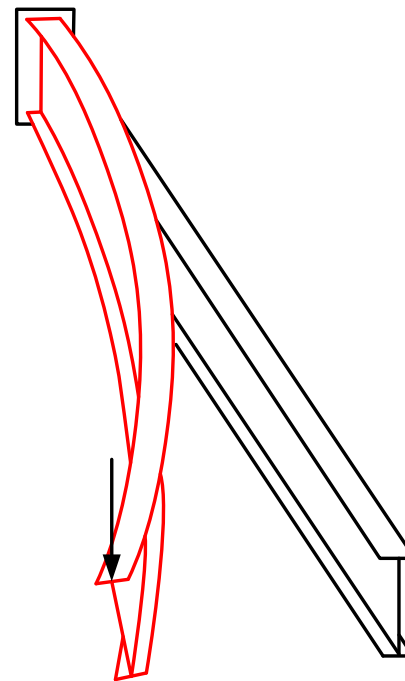
Pandeo lateral de vigas

Normativa:

EN 1993-1-1 §6.3.2

Código Estructural Anejo 22

CTE DB-SE-A §6.3.3.3



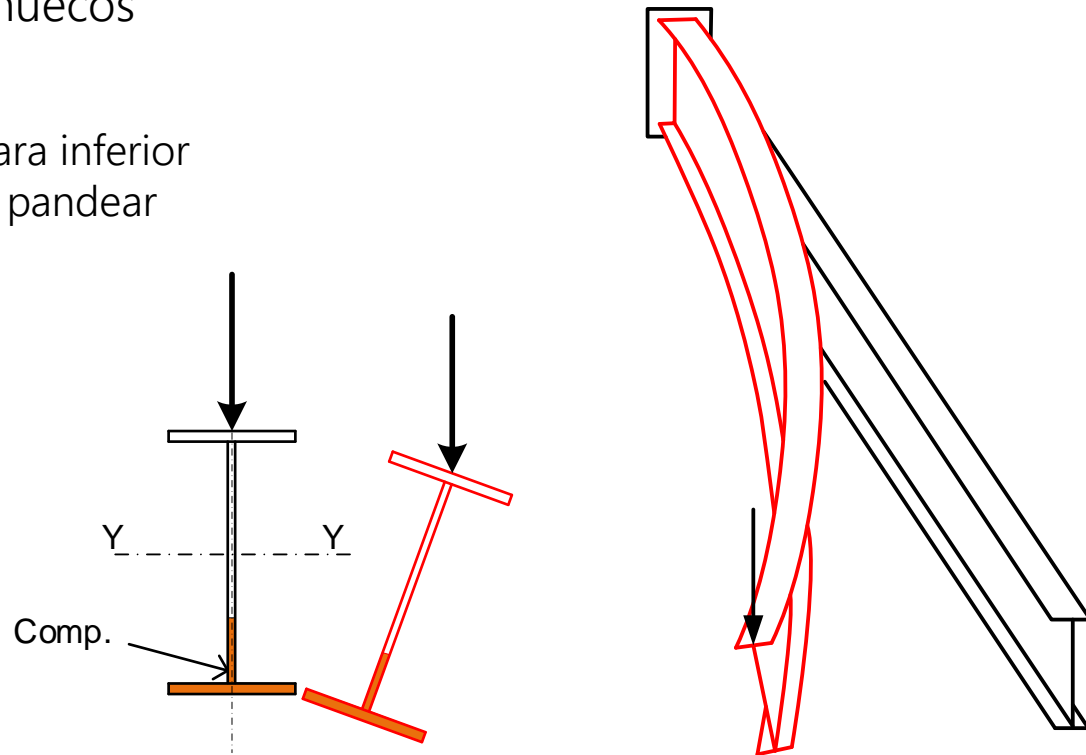
Estado límite de inestabilidad – Pandeo lateral

Viga sometida a flexión dentro de su plano: su zona comprimida puede pandear lateralmente, arrastrando a la zona traccionada, provocando un desplazamiento lateral de toda la viga, acompañado de una rotación.

Habitual en vigas sometidas a flexión en el eje fuerte, si no están arriostradas lateralmente. Si el ala comprimida está bien arriostrada, no es sensible al pandeo lateral

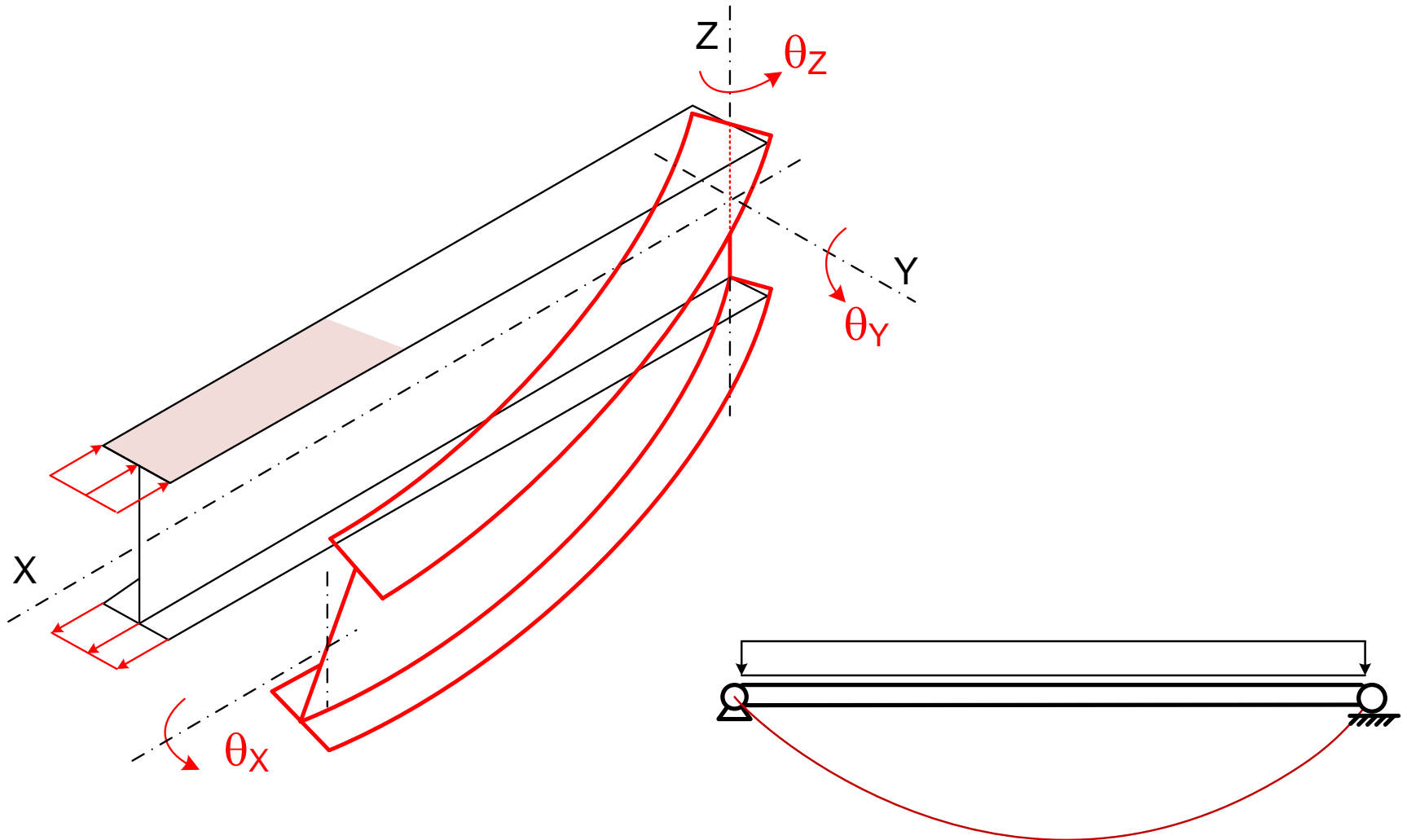
No es necesaria la comprobación a pandeo lateral en secciones en cajón o tubos circulares o cuadrados huecos

Viga en voladizo: cara inferior comprimida puede pandear lateralmente



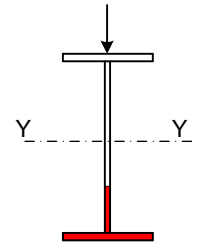
Pandeo lateral de vigas apoyadas

En una viga apoyada, con carga hacia abajo, el ala superior está comprimida. Si no está arriostrada, puede pandear lateralmente



Pandeo lateral. Comprobación

Vigas de sección uniforme, sometidas a flexión en el eje fuerte, no arriostradas lateralmente:



$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \gamma_{M1} = 1.05$$

$M_{b,Rd}$ Resistencia de cálculo a flexión frente al pandeo lateral

χ_{LT} Coeficiente de reducción por pandeo lateral (≤ 1). Depende de:

$\bar{\lambda}_{LT}$ Esbeltez adimensional para pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$W_y = W_{pl,y}$ Secciones clase 1 y 2

$W_y = W_{el,y}$ Secciones clase 3

$W_y = W_{eff,y}$ Secciones clase 4

M_{cr} Momento crítico de pandeo lateral

No es necesaria la comprobación a pandeo lateral si se cumple:

$$\bar{\lambda}_{LT} \leq 0.4 \quad \text{o bien} \quad M_{Ed} \leq 0.16 M_{cr}$$

A. Caso general - Coeficiente de reducción χ_{LT}

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \chi_{LT} \leq 1$$

Φ_{LT} Variable intermedia $\Phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$

Mismas expresiones que para el pandeo por flexión

Se pueden emplear la curvas para el pandeo por flexión para hallar el factor χ_{LT}

$\bar{\lambda}_{LT}$ Esbeltez adimensional para pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} Momento crítico de pandeo lateral

α_{LT} : Coeficiente de imperfección: depende de la curva de pandeo. \longrightarrow

A. Caso general - Coeficiente de imperfección α_{LT}

α_{LT} : Coeficiente de imperfección: depende de la curva de pandeo.

Mismos valores que para el pandeo por flexión

Perfil		Curva	α_{LT}
Laminado en doble T	$h/b \leq 2$	a	0.21
	$h/b > 2$	b	0.34
Soldado en doble T	$h/b \leq 2$	c	0.49
	$h/b > 2$	d	0.76
Otros		d	0.76

B. Perfiles laminados o soldados equivalentes. Coeficiente de reducción χ_{LT}

Se puede emplear un método menos conservador que el general

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \chi_{LT} \leq 1 \quad \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad \bar{\lambda}_{LT,0} = 0.4 \quad \beta = 0.75$$

$\bar{\lambda}_{LT}$: Esbeltez adimensional para el pandeo lateral

↑
Anejo Nacional

α_{LT} : Coeficiente de imperfección: depende de la curva de pandeo.

Curvas de pandeo lateral de perfiles laminados o soldados equivalentes

Perfil		Curva	α_{LT}
Secciones doble T laminadas	$h/b \leq 2$	b	0.34
	$h/b > 2$	c	0.49
Secciones doble T soldadas	$h/b \leq 2$	c	0.49
	$h/b > 2$	d	0.76

B. Perfiles laminados o soldados equivalentes. Reducción por momentos



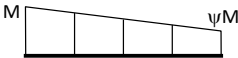
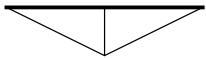

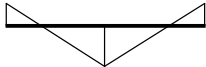

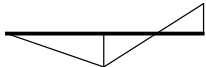
Para tener en cuenta la distribución de momento flector entre arriostramientos, se puede modificar el coeficiente de reducción χ_{LT}

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$$

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) \left[1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2 \right] \quad f \leq 1$$

k_c coeficiente de corrección para tener en cuenta la forma de la ley de momentos

Tabla 6.6 de EN 1993-1-1

Diagrama M	k_c	Diagrama M	k_c
	1.0		0.91
	$\frac{1}{1.33 - 0.33 \Psi}$		0.86
	0.94		0.77
	0.90		0.82

Momento crítico de pandeo lateral. Expresión general (1)

A. Perfiles de doble simetría. Flexión alrededor del eje fuerte

No incluido en normas

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[\left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - C_2 z_g \right]$$

k : posibilidad de giro θ_y, θ_z en los extremos

$k = 1$ los dos extremos permiten libremente el giro. Conservador. Apoyo en horquilla

$k = 0.5$ los dos extremos impiden totalmente el giro

$k = 0.7$ un extremo permite el giro y el otro no

$k = 2$ viga en voladizo

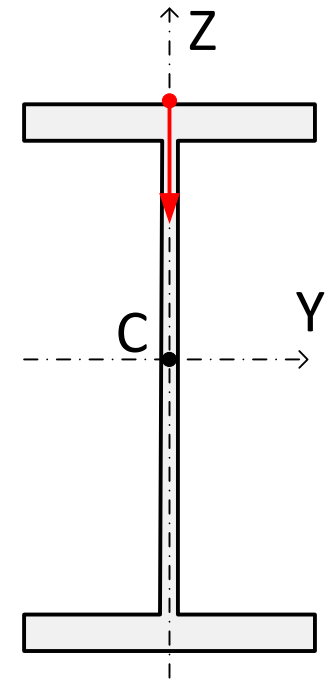
k_w : posibilidad de alabeo de los extremos. Salvo medidas especiales $k_w = 1$

I_z momento de inercia respecto del eje débil

I_t módulo de torsión

I_w : módulo de alabeo de la sección $I_w \approx I_z \frac{(h - t_f)^2}{4}$

L : Longitud entre puntos fijos lateralmente.



Momento crítico de pandeo lateral. Expresión general (2)

A. Perfiles de doble simetría. Flexión alrededor del eje fuerte

No incluido en normas

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[\left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - C_2 z_g \right]$$

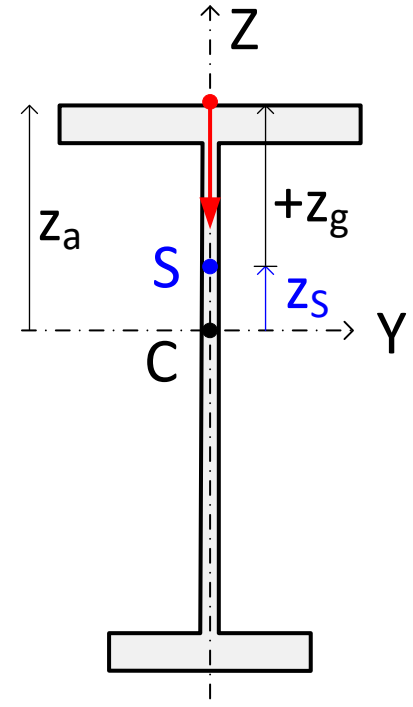
C_1 : Factor de diagrama de momentos uniforme equivalente.
Tiene en cuenta la forma del diagrama de momentos
Diferentes valores según la fuente.

C_2 : Factor de corrección por el punto de aplicación de la carga

$z_g = z_a - z_s$: distancia vertical desde el centro de cortadura S (z_s) al punto de aplicación de la carga (z_a).

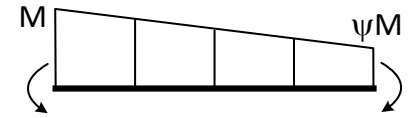
z_g positiva en dirección contraria a la carga

Perfiles de doble simetría: S coincide con el c.d.g



Momento crítico de pandeo lateral. Expresiones particulares

- B. Vigas con diagrama de momentos lineal ($C_2 = 0$) o
Vigas con carga aplicada en el centro de cortadura ($z_g = 0$)



$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- C. Ídem a B (vigas con diagrama de momentos lineal ($C_2 = 0$) o
carga aplicada en el centro de cortadura ($z_g = 0$))

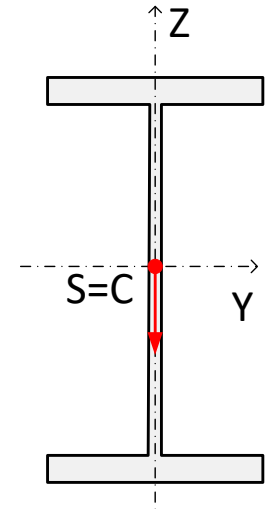
y

con libertad del giro en ambos extremos ($k = 1$), y
además con alabeo no restringido ($k_w = 1$)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Expresión conservadora

Expresión similar en CTE
DB SE-A 6.3.3.3



Momento crítico de pandeo lateral. Expresión súper general

Perfiles **sin simetría alrededor del eje fuerte**, con simetría alrededor del eje débil.
Flexión alrededor del eje fuerte

Un nuevo parámetro C_3 para tener en cuenta la asimetría

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[\left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right]$$

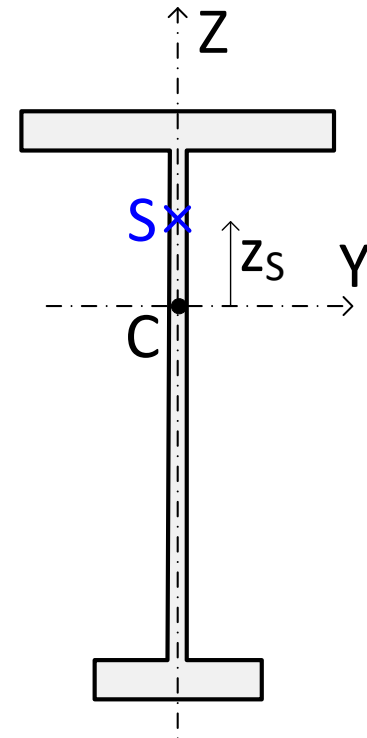
Fórmula de los 3 parámetros

No incluida en normas

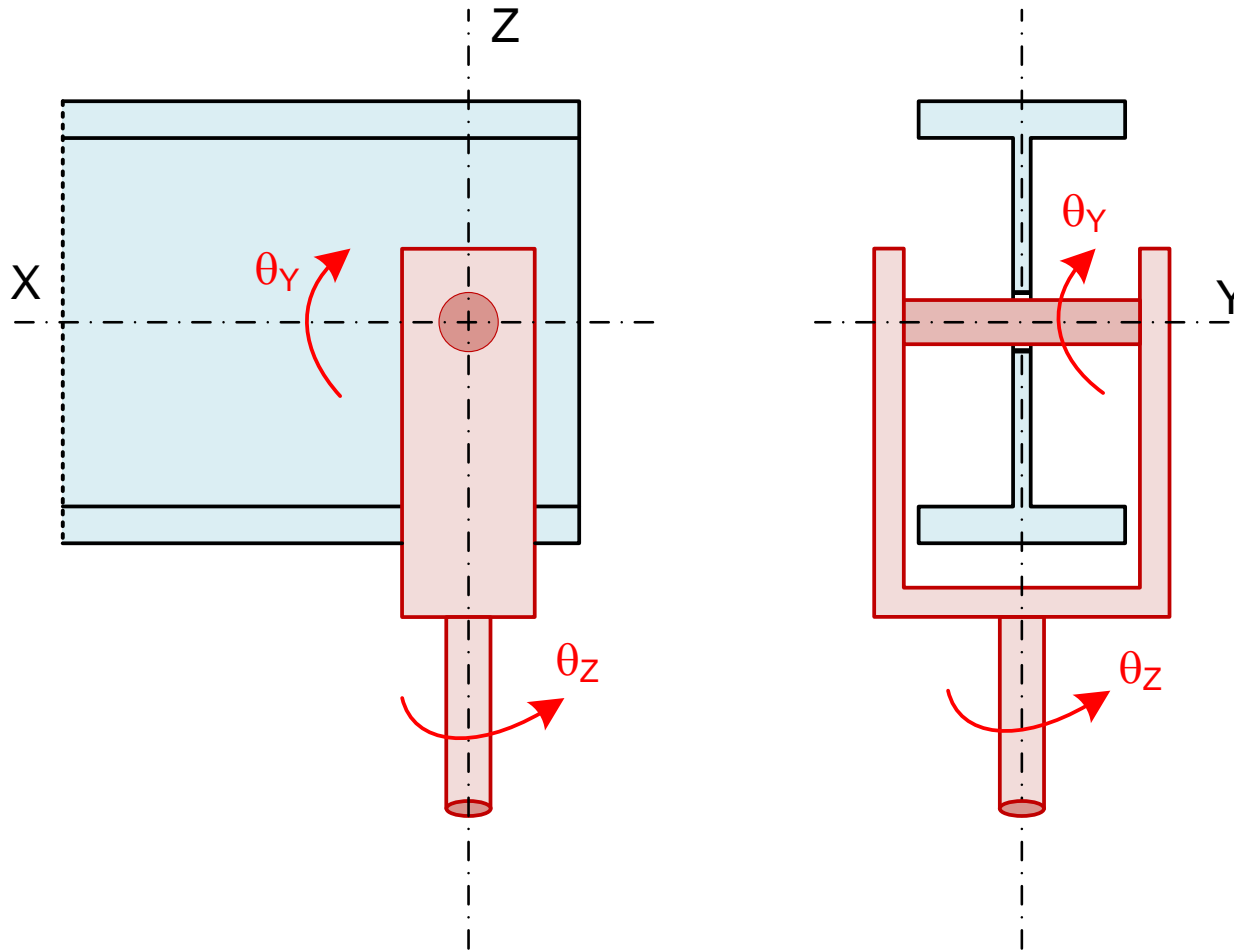
z_j parámetro para tener en cuenta la asimetría
alrededor del eje fuerte

$$z_j = z_s - \frac{1}{2 I_y} \int (y^2 + z^2) z dA$$

Si el perfil tiene doble simetría $z_j = 0$

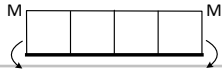
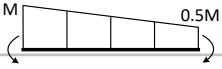
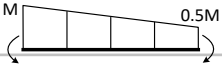

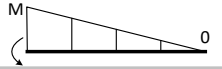



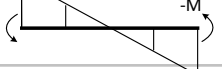


Apoyo en horquilla ($k = 1$)



Factor C_1 Diagrama de momentos lineal

Perfiles de doble simetría. Giro Z libre en ambos extremos. $k = 1$ $C_2 = 0$

	$\Psi = \frac{M_B}{M_A}$	C_1 (ECCS 119) ⁽¹⁾	$k_c = \frac{1}{1.33 - 0.33 \Psi}$ (EC3)	$C_1 = (k_c)^{-2}$ (EAE) ⁽³⁾	C_1 (CTE) ⁽²⁾
	+1	1.0	1.0	1.0	1.0
	0.75	1.14	0.924	1.17	1.14
	0.50	1.31	0.858	1.36	1.32
	0.25	1.52	0.802	1.56	1.56
	0.0	1.77	0.752	1.77	1.88
	-0.25	2.06	0.708	1.99	2.28
	-0.50	2.35	0.669	2.23	2.70
	-0.75	2.60	0.634	2.49	2.93
	-1.0	2.60	0.602	2.76	2.75

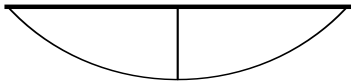

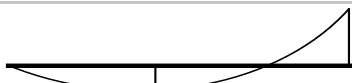
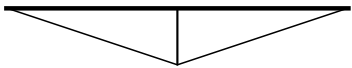
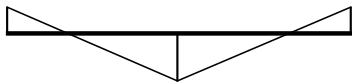
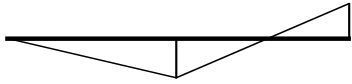
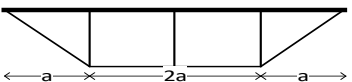
(1): ECCS Doc. 119 *Rules for member stability in EN 1993-1-1*, Boissonade et al. 2006

(2): Valores basados en la norma preliminar ENV 1993-1-1 (Anejo F) Estudios posteriores (Boissonade) han demostrado que en algunos pocos casos no están del lado de la seguridad

(3): Antigua norma EAE (Instrucción de Acero Estructural)

Factores C_1, C_2 con cargas aplicadas sobre la viga

Perfiles de doble simetría. Giro libre en ambos extremos. $k = 1$

Diagrama M	k_c	$C_1 = (k_c)^{-2}$ (EAE) ⁽³⁾	C_1 (ECCS 119) ⁽¹⁾	C_2 (ECCS 119) ⁽¹⁾
	0.94	1.13	1.12	0.45
	0.90	1.23	1.28	1.56
	0.91	1.21		
	0.86	1.35	1.35	0.59
	0.77	1.68	1.56	1.27
	0.82	1.49		
			1.04	0.42

CTE no incluye valores para estos casos

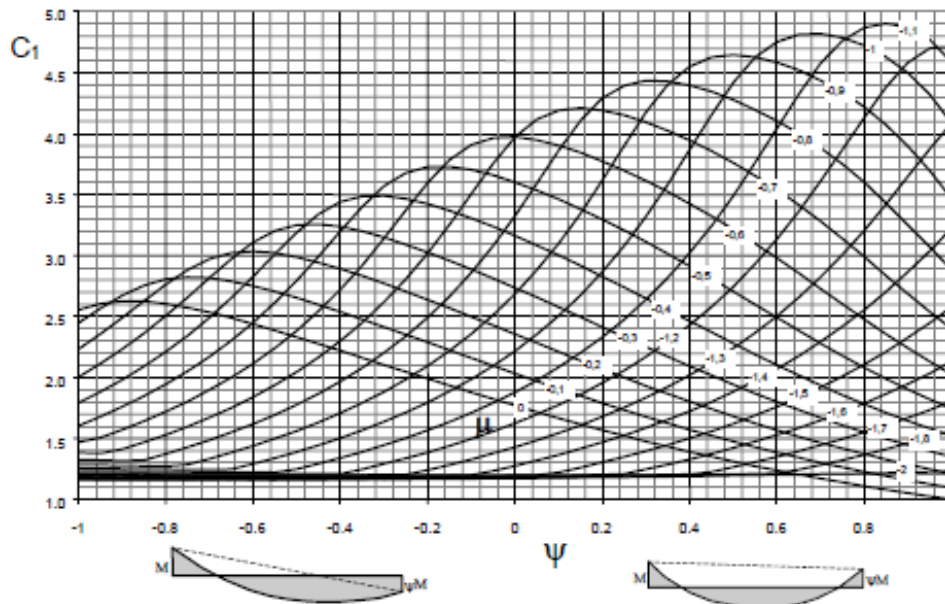
Factor C_1 - Otros métodos de cálculo

Gráficas de Boissonade *et al* (2006) para vigas con momentos en los extremos ($M, \psi M$) y cargas transversales aplicadas puntuales o uniformes.

Función de ψ y μ

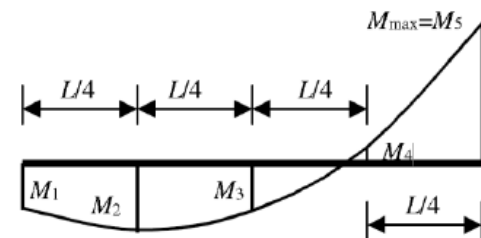
Carga uniforme q : $\mu = \frac{qL^2}{8M}$

Carga puntual P : $\mu = \frac{PL}{4M}$



Reproducido de ECCS
Publication nº 119

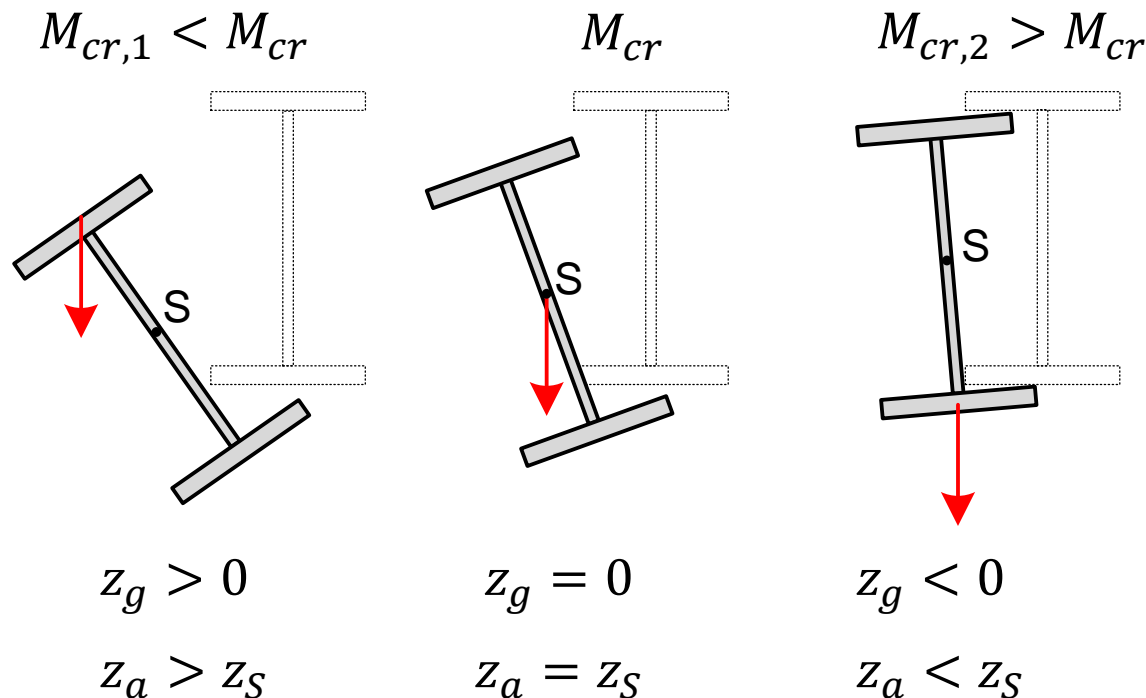
Fórmula analítica de López de Arancibia, Yong, Serna (tecnun 2006), para cualquier diagrama de momentos



Influencia del punto de aplicación de la carga

Las cargas aplicadas por encima del centro de cortadura ($z_g = z_a - z_s > 0$) tienen un efecto "desestabilizador" y disminuyen el momento crítico

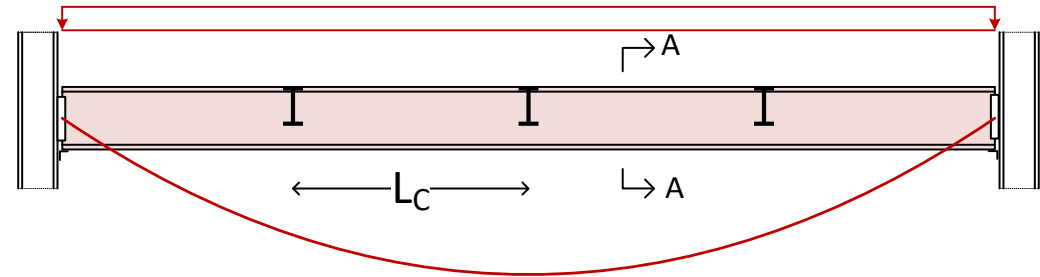
Las cargas aplicadas por debajo del centro de cortadura ($z_g = z_a - z_s < 0$) tienen un efecto "estabilizador" y aumentan el momento crítico



Método simplificado para vigas con arriostramientos laterales en edificios (1)

No es necesario comprobar si:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_l} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$



k_c Coeficiente de corrección de la esbeltez para tener en cuenta la ley de distribución de momentos flectores

$i_{f,z}$ Radio de giro respecto del eje débil Z del ala comprimida equivalente: ala comprimida más 1/3 del alma comprimida

$$\lambda_l = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 93.9 \epsilon$$

$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Resistencia a flexión de la sección}$$

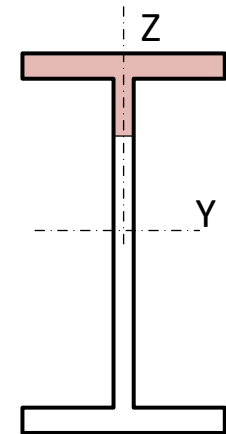
W_y Módulo resistente en el ala comprimida, según clase de sección

$$W_y = W_{pl} \text{ clases 1, 2}$$

$$W_y = W_{el} \text{ clase 3}$$

$M_{y,Ed}$ Momento flector máximo de diseño entre puntos arriostrados

$\bar{\lambda}_{c0} = 0.5$ Límite de esbeltez de la cabeza comprimida equivalente $\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0.1$



Sección A-A

Método simplificado para vigas con arriostramientos laterales en edificios (2)

Comprobación:

$$M_{y,Ed} \leq M_{b,Rd} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{b,Rd} = k_{fl} \chi M_{c,Rd} \\ M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd} \end{array} \right.$$

k_{fl} Coeficiente de corrección para tener en cuenta que el método del ala comprimida es conservador

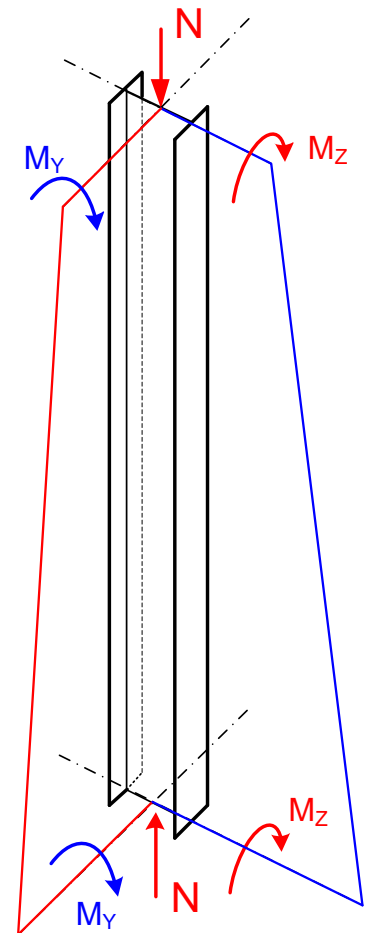
$k_{fl} = 1.1$ (EN 1993-1-1 y Anejo Nacional)

χ Coeficiente de reducción del ala comprimida equivalente, calculado para la esbeltez del ala de compresión $\bar{\lambda}_f$ anterior, con las curvas:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1}$$

Perfil	Curva
Secciones soldadas con $\frac{h}{t_f} \leq 44 \epsilon$ h canto total, t_f espesor ala comprimida	d
Resto	c

Estabilidad de piezas a compresión y flexión



Estabilidad de piezas a compresión y flexión

Piezas con esfuerzo axial de compresión y momentos flectores en dos ejes.
Fenómeno muy complejo, con interacción entre los 3 esfuerzos y plasticidad.
Las normas proporcionan métodos para tenerlo en cuenta, de forma sencilla.

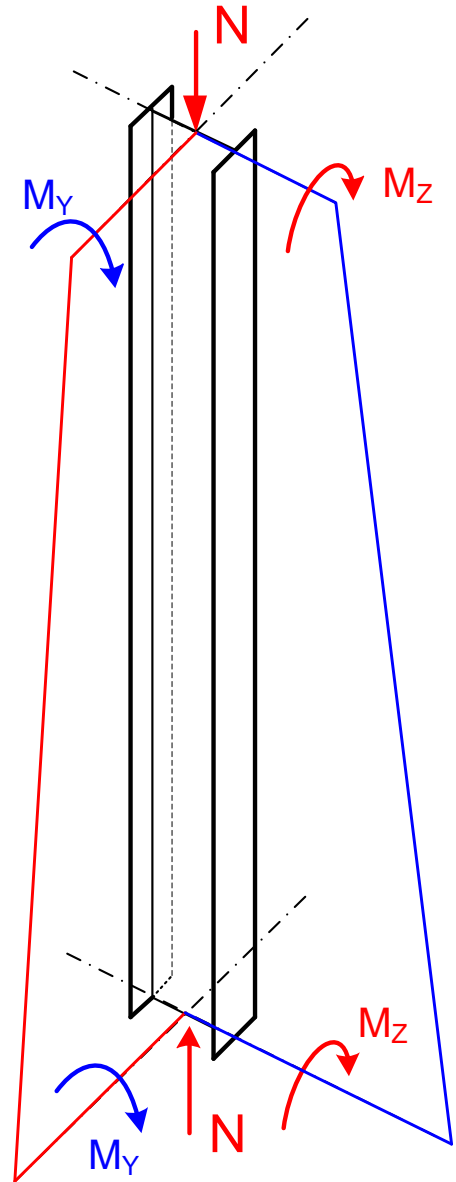
Normativa:

EN 1993-1-1 §6.3.3

Código Estructural Anejo 22

CTE: DB SE-A 6.3.4.2

1. Método general de EC3 y Código Estructural
Dos variantes (1 y 2)
2. CTE: Método similar al método 2



Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Comprobación (1)

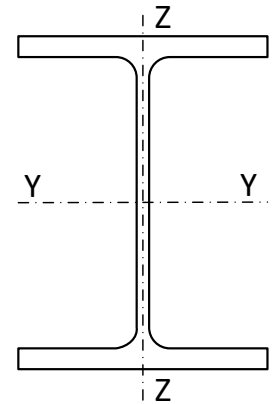
Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

Eje Y

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Eje Z

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



N_{Ed} $M_{y,Ed}$ $M_{z,Ed}$ Valores de cálculo del esfuerzo axial y de los momentos flectores máximos en el elemento

Resistencias características (Rk) de la sección:

$$\gamma_{M1} = 1.05$$

Clases 1 y 2

$$N_{Rk} = A f_y$$

$$M_{y,Rk} = W_{pl,y} f_y$$

$$M_{z,Rk} = W_{pl,z} f_y$$

Clase 3

$$N_{Rk} = A f_y$$

$$M_{y,Rk} = W_{el,y} f_y$$

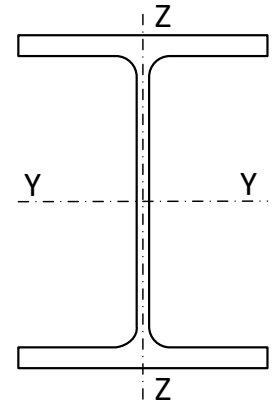
$$M_{z,Rk} = W_{el,z} f_y$$

Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Comprobación (2)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



$\chi_y \chi_z$

Coeficientes de reducción por pandeo según los dos ejes Y, Z

χ_{LT}

Coeficiente de reducción por pandeo lateral.

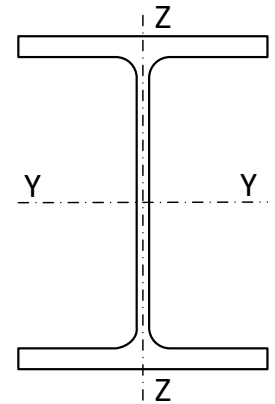
Elementos sin posibilidad de deformación por torsión $\chi_{LT} = 1$

Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Comprobación (3)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



k_{yy}
 k_{yz}
 k_{zy}
 k_{zz}

Coeficientes de interacción entre la flexión en los dos ejes.

Dos métodos diferentes para evaluarlos

Distintos para piezas con posibilidad de deformación a torsión o no.

Dependen de la forma del diagrama de momentos, a través de los coeficientes de momento uniforme equivalente C_m .

Estabilidad de piezas a compresión y flexión – Secciones clase 4

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clase 4, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

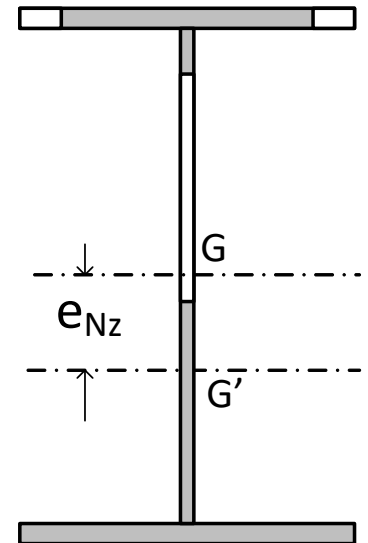
$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{\chi_{LT} \frac{W_{eff,y} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{\frac{W_{eff,z} f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{\chi_{LT} \frac{W_{eff,y} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{\frac{W_{eff,z} f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

A_{eff} : Área de la sección reducida

$W_{eff,y}, W_{eff,z}$: Módulo elástico mínimo respecto de los ejes y, z , de la sección reducida

$e_{N,y}, e_{N,z}$: Desplazamientos del c.d.g. de la sección reducida respecto de la sección bruta



Coeficientes de interacción entre la flexión en dos ejes k_{yy} , k_{zz} , k_{yz} , k_{zy}

Dos métodos alternativos:

Método 1:

Para cualquier tipo de pieza
Coeficientes laboriosos de evaluar
Desarrollado por investigadores de Bélgica y Francia

Método 2:

Coeficientes algo menos laboriosos de evaluar
Más conservador a veces que el método 1
Desarrollado por investigadores de Austria y Alemania
Dos variantes (similares):

- Piezas no susceptibles de sufrir deformación por torsión:
 - tubos circulares, tubos cuadrados
 - tubos rectangulares que cumplan $\frac{h}{b} \leq \frac{10}{\lambda_z}$
 - piezas en I, H arriostradas lateralmente y a torsión de forma continua (Anejo BB.2)
- Piezas susceptibles de sufrir deformación por torsión:
 - perfiles I, H

Parámetros auxiliares para ambos métodos

$\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z$ Esbeltez adimensional de pandeo por flexión alrededor de los ejes y, z

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \frac{L_{p,y}}{i_y} \frac{1}{93.9 \epsilon} \quad \bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,z}}} = \frac{L_{p,z}}{i_z} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$N_{cr,y}, N_{cr,z}$ Esfuerzo axial crítico de pandeo por flexión alrededor de los ejes y, z

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{p,y}^2} \quad N_{cr,z} = \frac{\pi^2 E I_z}{L_{p,z}^2}$$

I_y, I_z Momento de inercia de la sección alrededor de los ejes y, z

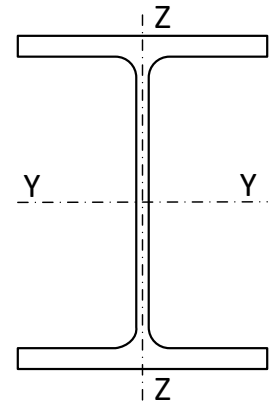
i_y, i_z Radio de giro de la sección alrededor de los ejes y, z

$\bar{\lambda}_{LT}$ Esbeltez adimensional de pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$W_y = (W_{pl,y}, W_{el,y})$ Según clase de sección

M_{cr} Momento crítico de pandeo lateral



Método 1 – Coeficientes de interacción k_{ij}

EN 1993-1-1 tabla A.1

Coeficiente	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

Método 1 – Coeficientes de momento C_{my} C_{mz} C_{mLT}

$$\text{Si } \bar{\lambda}_0 \leq 0.2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{my} = C_{my,0} \\ C_{mz} = C_{mz,0} \\ C_{mLT} = 1.0 \end{array} \right.$$

Sin deformaciones de torsión

$$\text{Si } \bar{\lambda}_0 > 0.2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\epsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\epsilon_y} a_{LT}} \\ C_{mz} = C_{mz,0} \\ C_{mLT} = (C_{my})^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \\ C_{mLT} \geq 1 \end{array} \right.$$

Con deformaciones de torsión

$$\epsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad \text{Clases 1, 2, 3}$$

$\bar{\lambda}_0$ esbeltez adimensional de pandeo lateral para ley de momentos constante ($M_{cr}(\psi_y = 1)$)

C_1 Coeficiente de momento uniforme, empleado en pandeo lateral $C_1 = \frac{1}{(k_c)^2}$

Método 1 – Coeficientes auxiliares

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1.5$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1.5$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{Rk}}{\gamma_0}}$$

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} \geq 0$$

$$\bar{\lambda}_{max} = \max(\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z)$$

$N_{cr,T}$ Esfuerzo axial crítico de pandeo por torsión

Método 1 – Coeficientes auxiliares C_{ij}

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1.6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} (1 + \bar{\lambda}_{max}) \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \quad C_{yy} \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$b_{LT} = 0.5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \quad C_{yz} \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \quad C_{zy} \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

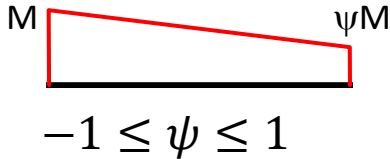
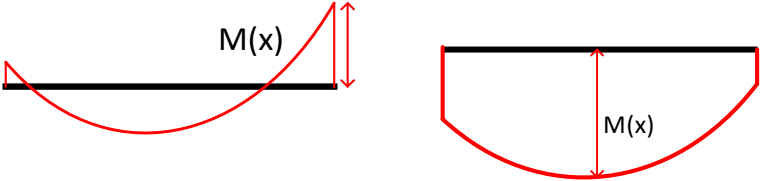
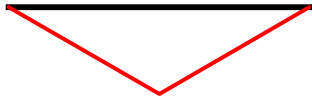

$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[2 - \frac{1.6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} (1 + \bar{\lambda}_{max}) - e_{LT} \right] n_{pl} \quad C_{zz} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$e_{LT} = 1.7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

Método 1 - Factores $C_{mi,0}$ de momento uniforme equivalente

EN 1993-1-1 tabla A.2

Diagrama	$C_{mi,0}$ $i \equiv (y, z)$
 <p>M ψM $-1 \leq \psi \leq 1$</p>	$C_{mi,0} = 0.79 + 0.21 \psi_i + 0.36(\psi_i - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
 <p>$M(x)$ $M(x)$</p>	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 E I_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p>$M_{i,Ed}(x)$ momento flector máximo en análisis de primer orden δ_x flecha máxima del elemento</p>
	$C_{mi,0} = 1 - 0.18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0.03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Método 2 - Coeficientes de interacción - Piezas **no** susceptibles de torsión

EN 1993-1-1 tabla B.1

	Sección	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
k_{yy}	I, H, SHR	$C_{my} \left(1 + 0.6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	I, H, SHR	k_{zz}	$0.6 k_{zz}$
k_{zy}	I, H, SHR	$0.8 k_{yy}$	$0.6 k_{yy}$
k_{zz}	I, H	$C_{mz} \left(1 + 0.6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0.6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1.4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	SHR		$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Piezas en I, H y rectangulares huecas con axial y flexión en un eje $M_{y,Ed}$ se puede tomar $k_{zy} = 0$

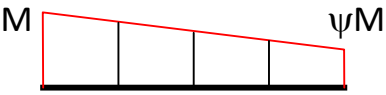
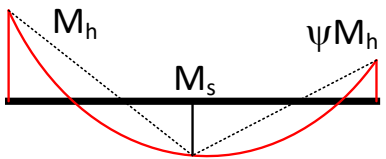
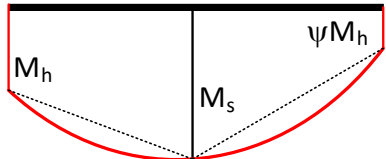
Método 2 - Coeficientes de interacción - Piezas susceptibles de torsión

EN 1993-1-1 tabla B.2

	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
k_{yy}	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión
k_{yz}	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión
k_{zy}	$\left(1 - \frac{0.05 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ $\geq \left(1 - \frac{0.05}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$	$\left(1 - \frac{0.1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ $\geq \left(1 - \frac{0.1}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ <p>Para $\bar{\lambda}_z < 0.4$:</p> $k_{zy} = 0.6 + \bar{\lambda}_z$ $k_{zy} \leq 1 - \frac{0.1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión

Método 2 - Factores C_m de momento uniforme equivalente

EN 1993-1-1 tabla B.3

Diagrama ⁽¹⁾	Rango		$C_{my} \ C_{mz} \ C_{mLT}$	
			Carga uniforme	Carga concentrada
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$	$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.1 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$-0.8 \alpha_s \geq 0.4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0.1(1 - \psi) - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$0.2(-\psi) - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.9 + 0.1 \alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.9 + 0.1 \alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0.95 + 0.05 \alpha_h (1 + 2 \psi)$	$0.90 + 0.1 \alpha_h (1 + 2 \psi)$

(1): usar el diagrama de momentos entre los puntos de arriostamiento

	Eje de flexión	Puntos fijos en dirección
C_{my}	Y-Y	Z-Z
C_{mz}	Z-Z	Y-Y
C_{mLT}	Y-Y	Y-Y

Caso 2: $|M_s| \leq |M_h|$

Caso 3: $|M_h| \leq |M_s|$

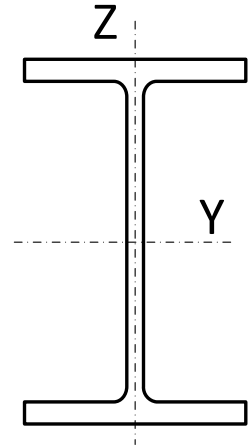
M_s y M_h tienen el mismo signo si están del mismo lado en el diagrama de momentos

Para elementos con modo de pandeo traslacional usar:

$$C_{my} = 0.9 \quad C_{mz} = 0.9$$

Método simplificado antigua norma EAE

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles de deformaciones por torsión:



$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{min} \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{my}}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)} \frac{M_{Y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{mz}}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

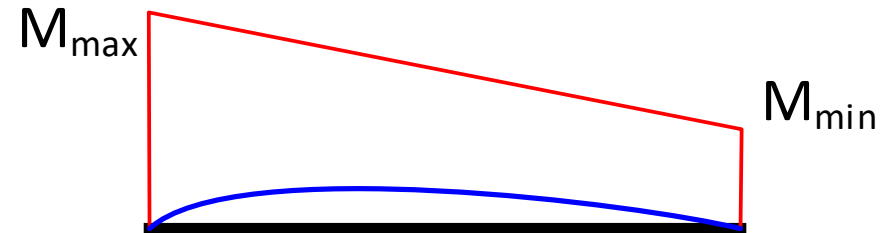
$\chi_{min} = \min(\chi_y, \chi_z)$ Menor coeficiente de pandeo según los dos ejes Y, Z

C_{my} C_{mz} Coeficientes de momento equivalente uniforme.

$$C_m = 0.6 + 0.4 \left(\frac{M_{Ed,min}}{M_{Ed,max}} \right)$$

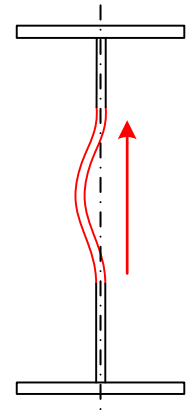
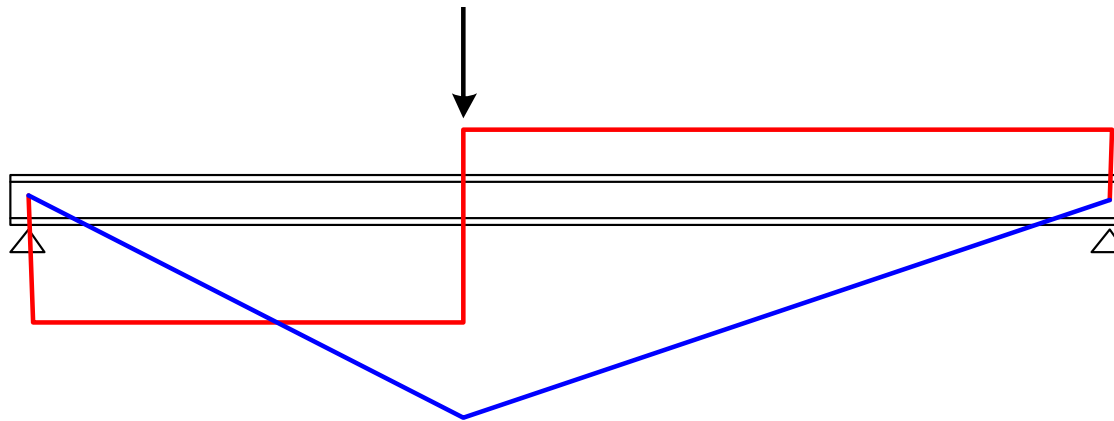
$$C_m \geq 0.4$$

Signo + si la flexión inducida por ambos momentos tiene el mismo signo



Inestabilidad local por abolladura del alma

EN 1993-1-5 §5
Código Estructural Anejo 25 §5



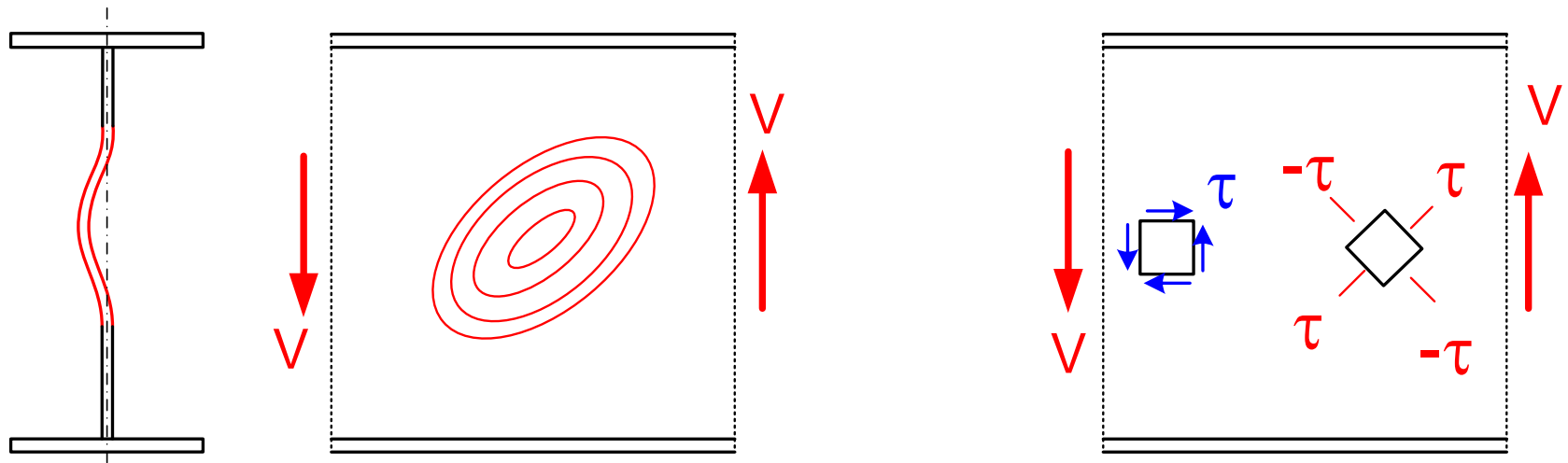
Abolladura del alma por cortante (*)

En **vigas armadas** se emplean grandes cantos y almas delgadas, para máximo aprovechamiento

En las zonas de cortante grande (almas, apoyos) las tensiones verticales τ producen unas **tensiones principales de compresión a 45°** de valor igual a la de cortante

Estas tensiones de compresión pueden hacer **pandear localmente el alma (abollar)**

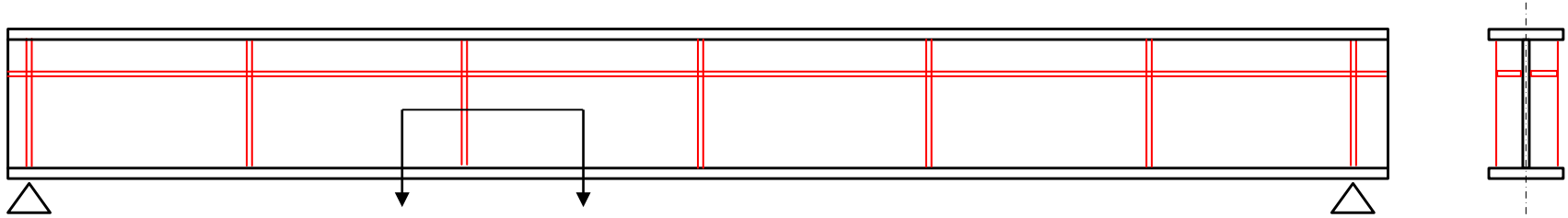
No ocurre en perfiles laminados normalizados (salvo en el punto de aplicación de fuerzas puntuales)



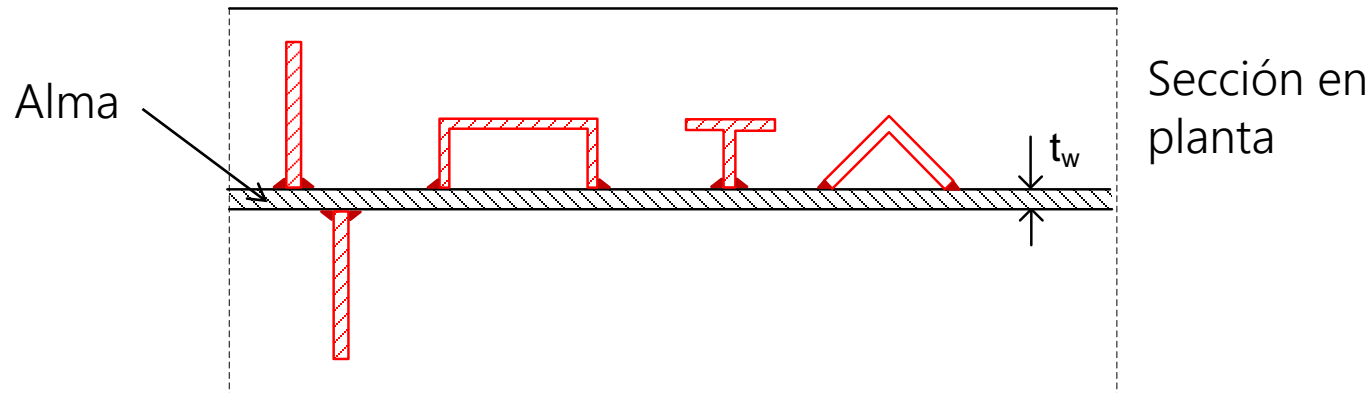
(*) CTE emplea los mismos conceptos, pero algunas expresiones son distintas

Abolladura del alma por cortante

Se añaden rigidizadores verticales y horizontales al alma para evitarlo.



Lo más habitual: rigidizadores transversales de chapa recta.
Otras formas: perfiles (T, L...) soldados al alma



Situación habitual: paneles rectangulares, agujeros en las chapas pequeños, espesor constante

Tensión crítica de pandeo (abolladura) de una chapa a compresión

Compresión uniforme σ , espesor t , ancho b , longitud L , lados apoyados

σ_{cr} Tensión de compresión crítica $\sigma_{cr} = k_{\sigma} \sigma_E$

k_{σ} Coeficiente de abolladura, depende de la condición de apoyo en los lados y de la relación entre lados (L/b) de la placa

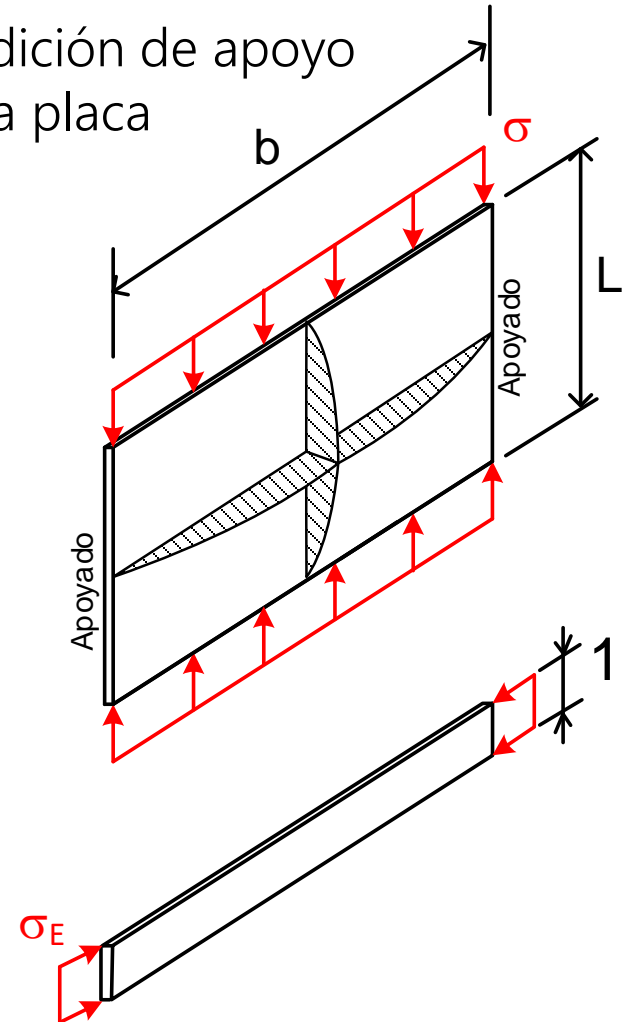
Dos lados apoyados $k_{\sigma} = 4$

σ_E Tensión crítica de Euler: tensión de pandeo de una viga de luz b , sección rectangular de ancho 1, canto t , y módulo de elasticidad $\frac{E}{(1-\nu^2)}$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Sustituyendo $\sigma_E \rightarrow$ tensión de compresión crítica para una chapa de acero ($E = 210$ GPa):

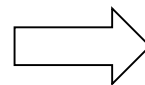
$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} 189800 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (\text{MPa})$$



Necesidad de comprobación de la abolladura del alma por cortante

Almas no rigidizadas: $\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \epsilon$

Almas rigidizadas: $\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \epsilon \sqrt{k_\tau}$



Se debe comprobar la abolladura
y
se deben disponer rigidizadores en los apoyos

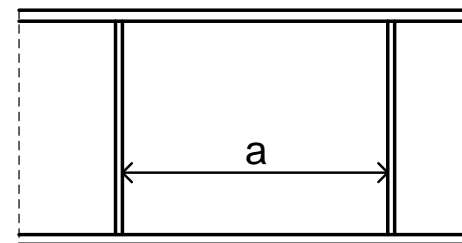
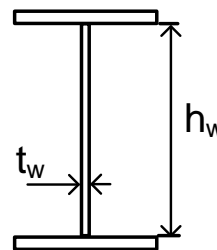
Se basa en que el alma no plastifique antes de abollarse

η Resistencia adicional debida al endurecimiento por deformación

$\eta = 1.2$ para materiales hasta S460, $\eta = 1.0$ para superiores

k_τ Coeficiente de abolladura por cortante,
función de la relación del lados del panel $\frac{h_w}{a}$

h_w t_w : dimensiones del alma



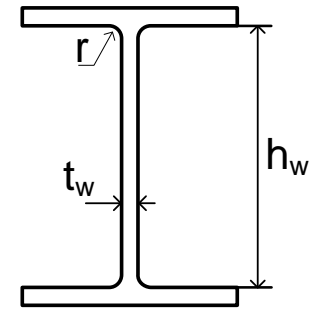
$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

f_y (MPa)	235	275	355	420
ϵ	1	0.924	0.814	0.748

Límite para no tener que comprobar la abolladura del alma

Perfiles normalizados laminados: todos los IPE, HEA, HEB, HEM cumplen:

$$\frac{h_w}{t_w} < \frac{72}{(\eta = 1.2)} \epsilon \quad \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

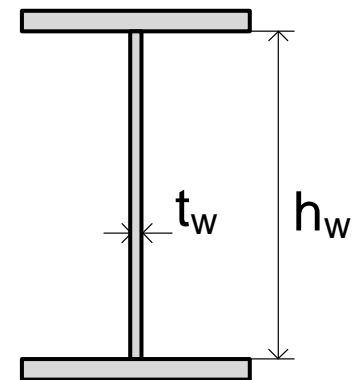


No es necesario comprobar la abolladura,
ni se necesitan rigidizadores

Perfiles soldados sin rigidizadores: para no tener que comprobar la abolladura del alma, ni colocar rigidizadores en los apoyos se debe cumplir:

$$\frac{h_w}{t_w} < \frac{72}{(\eta = 1.2)} \epsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{h_w}{t_w} < \frac{920}{\sqrt{f_y}}$$

	ϵ	$\frac{h_w}{t_w}$ máx
S 275	0.924	≤ 55.5
S 355	0.814	≤ 48.8
S 420	0.748	≤ 44.8

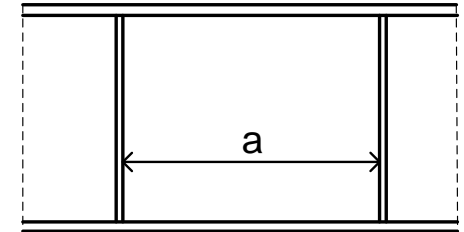
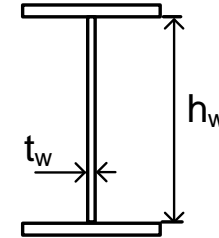


Coeficiente de abolladura por cortante k_{τ}

EN 1993-1-5 A.3

Dos casos: a) rigidizadores transversales rígidos y sin rigidizadores longitudinales, o
b) con más de 2 rigidizadores longitudinales

$$\frac{a}{h_w} \geq 1 \rightarrow k_{\tau} = 5.34 + 4.00 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau sl}$$

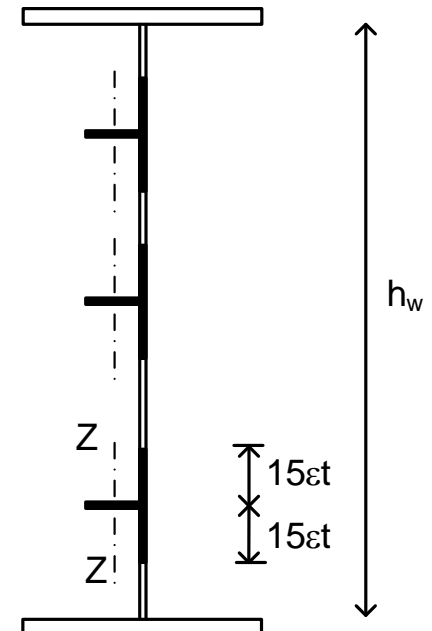


$$\frac{a}{h_w} < 1 \rightarrow k_{\tau} = 4.00 + 5.34 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau sl}$$

$k_{\tau sl}$: efecto de los rigidizadores (s) longitudinales (l)

$$k_{\tau sl} = 9 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w} \right)^3} \quad k_{\tau sl} \leq \frac{2.1}{t_w} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}}$$

I_{sl} : momento de inercia s/ z-z de la rigidización longitudinal.
Inercia del propio rigidizador + $15 \epsilon t$ a cada lado.
(Suma de todos ellos)

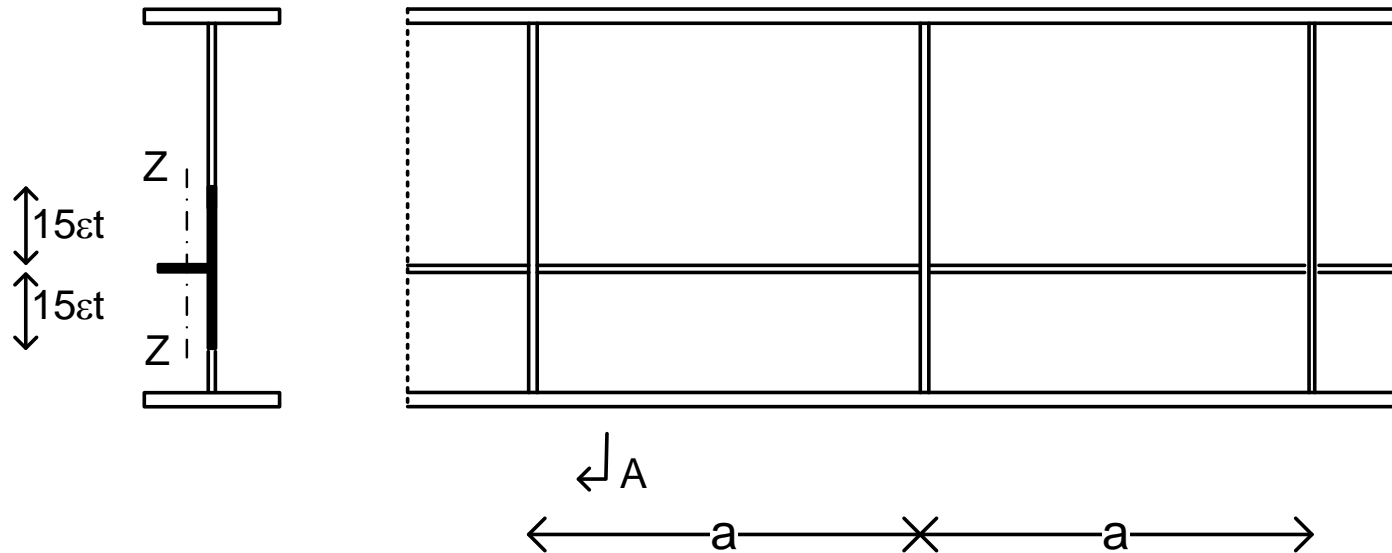


Caso c) Con sólo 1 o 2 rigidizadores longitudinales:

Si $\frac{a}{h_w} \geq 3$ Puede usarse la expresión anterior de k_τ

Si $\frac{a}{h_w} < 3$

$$k_\tau = 4.1 + \frac{6.3 + 0.18 \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}{\left(\frac{a}{h_w}\right)^2} + 2.2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}$$



Comprobación de la abolladura del alma por cortante

$$V_{Ed} \leq V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd}$$

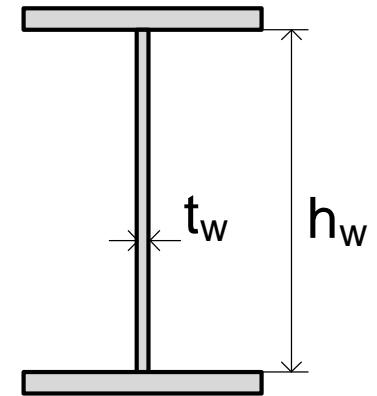
Contribución
del alma

Contribución
de las alas

V_{Ed} Valor de cálculo
del esfuerzo
cortante (1)

(1), si hay torsión,
incluir el cortante
inducido por torsión

$V_{b,Rd}$ Resistencia de
cálculo a la abolladura
del alma. Dos sumandos:
alma (w) + alas (f)



Valor máximo de la resistencia a
abolladura, para evitar su plastificación:

$$V_{b,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

Contribución del alma a la resistencia a abolladura por cortante $V_{bw,Rd}$

$$V_{bw,Rd} = \chi_w \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} h_w t_w$$

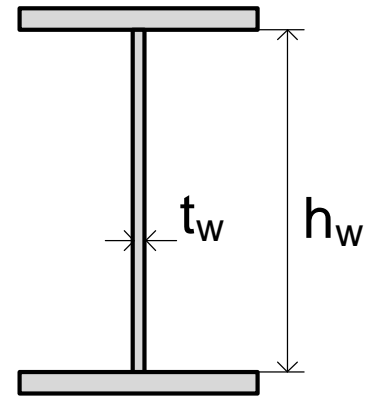
χ_w : Coeficiente de contribución del alma a la resistencia por abolladura

χ_w es función de la **esbeltez del alma** $\bar{\lambda}_w$

f_{yw} : Límite elástico del alma

γ_{M1} : Coeficiente parcial de seguridad del material para estabilidad ($\gamma_{M1} = 1.05$)

$h_w t_w$: dimensiones del alma



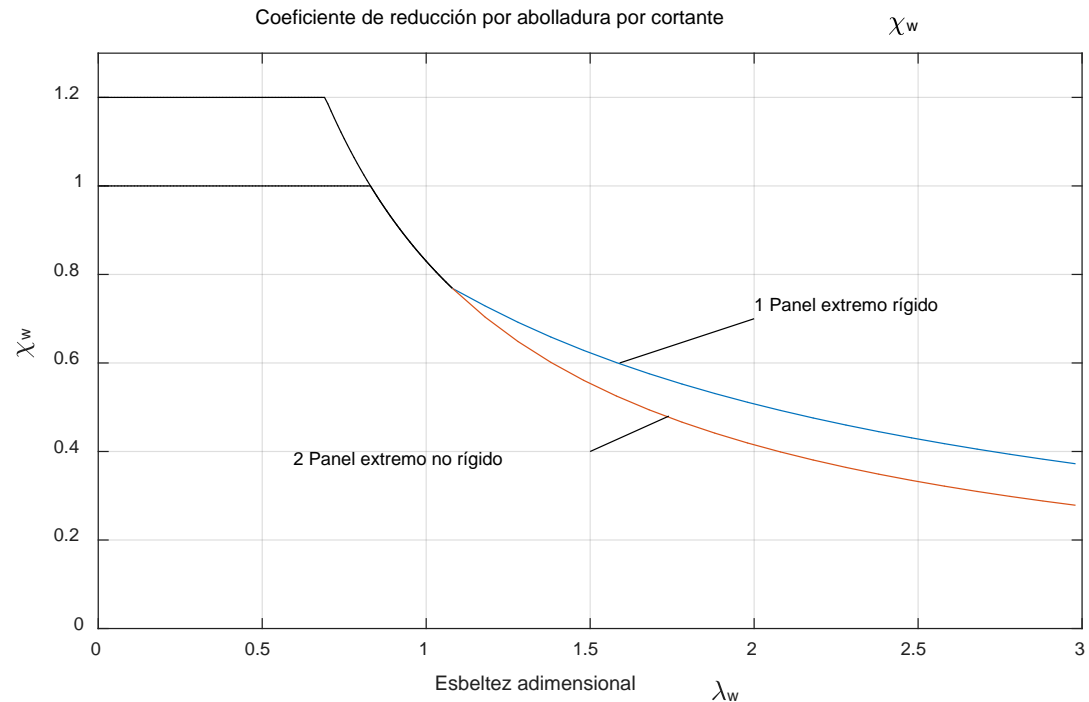
χ_w Coeficiente de contribución del alma a la resistencia por abolladura

	Panel extremo rígido (1)	Panel extremo no rígido (2)
$\bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta}$	η	η
$\frac{0.83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1.08$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$
$\bar{\lambda}_w \geq 1.08$	$\frac{1.37}{0.70 + \bar{\lambda}_w}$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$

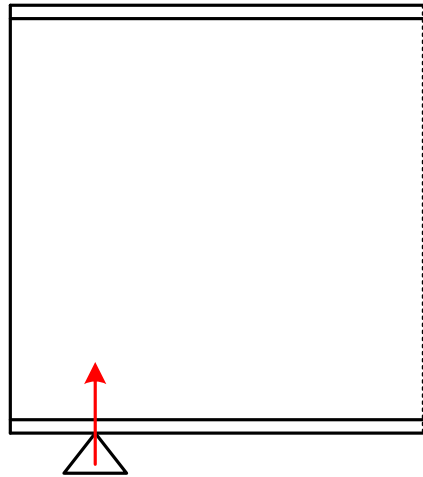
χ_w es función de la esbeltez del alma $\bar{\lambda}_w$

$\eta = 1.2$ (hasta S460)

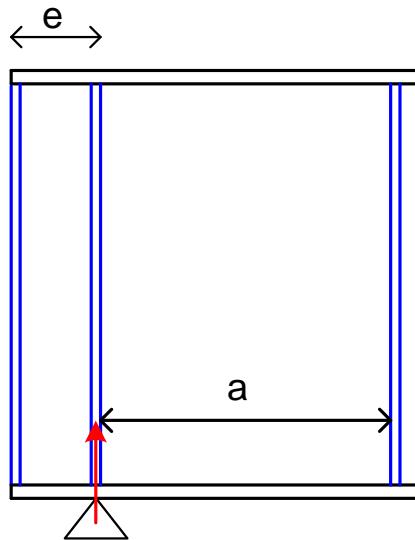
Siempre es $\chi_w^1 \geq \chi_w^2$



Tipos de paneles extremos

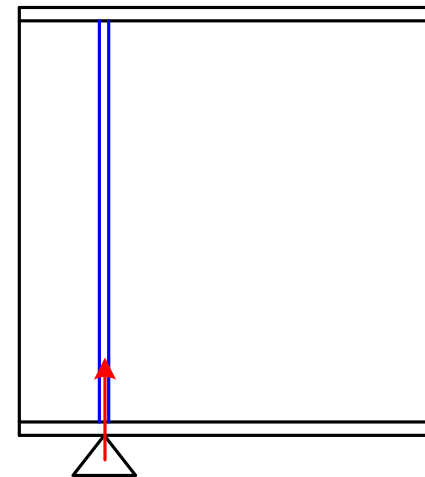


Panel extremo
sin rigidizador



Panel extremo
rígido (1)

Requiere comprobar
su diseño



Panel extremo
no rígido (2)

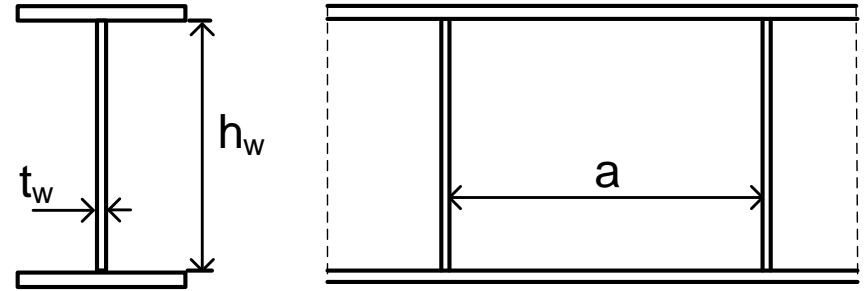
Habitual

Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (1)

Juega un papel fundamental en la resistencia a la abolladura del alma

Se define como:

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_{yw}/\sqrt{3}}{\tau_{cr}}} = 0.76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}}$$



τ_{cr} Tensión cortante crítica que produce abolladura de un panel de $a \times h_w$

$$\tau_{cr} = k_\tau \sigma_E = k_\tau \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 = 189800 k_\tau \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad (\text{MPa})$$

Coeficiente de abolladura por cortante k_τ

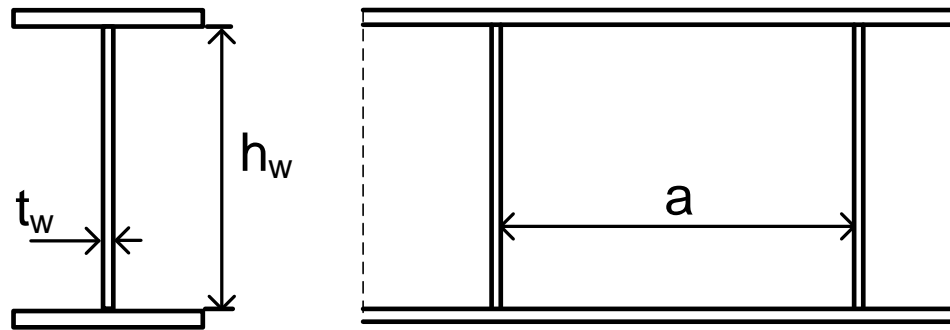
Tensión crítica de Euler del panel

Sustituyendo τ_{cr} en $\bar{\lambda}_w \rightarrow$

Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (2)

Sustituyendo τ_{cr} en $\bar{\lambda}_w$

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37.4 t_w \epsilon \sqrt{k_\tau}} \quad \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yw}}}$$



Si sólo hay rigidizadores en los apoyos: $a \gg \gg h_w$

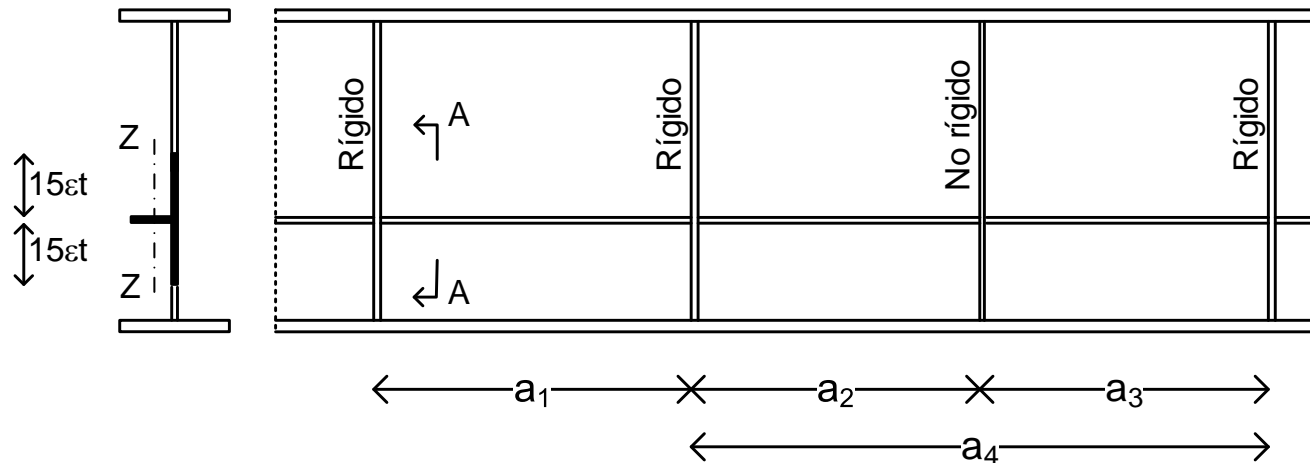
$$a \gg h_w \rightarrow k_\tau \approx 5.34 \rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86.4 t_w \epsilon}$$

Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (3)

- Si coexisten rigidizadores transversales rígidos y no rígidos

k_τ es el mínimo obtenido entre:

- Dos paneles cualesquiera (p.e. a_2 y a_3)
- Dos paneles rígidos que contengan no rígidos (p.e. a_4)



- Si todos los rigidizadores transversales son no rígidos

k_τ es el mínimo obtenido entre:

- Dos paneles adyacentes
- Tres paneles adyacentes

Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (4)

- Si existen rigidizadores longitudinales, la esbeltez del alma $\bar{\lambda}_w$ no debe ser menor que la esbeltez del subpanel con mayor esbeltez

$$\bar{\lambda}_w \geq \bar{\lambda}_{wi} \qquad \bar{\lambda}_{wi} = \frac{h_{wi}}{37.4 t_w \epsilon \sqrt{k_{\tau i}}}$$

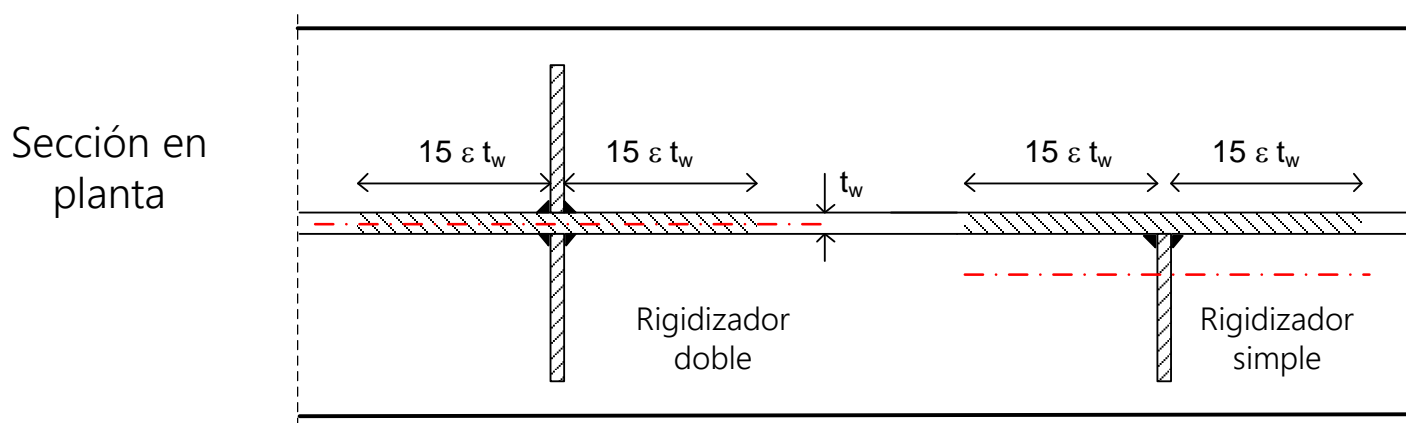
$\bar{\lambda}_{wi}$ esbeltez del panel con mayor esbeltez

h_{wi} canto interior para el panel con mayor esbeltez

$k_{\tau i}$ coeficiente de abolladura para el panel con mayor esbeltez. Calculado con las expresiones anteriores, suponiendo $k_{\tau st} = 0$

Rigidizadores transversales rígidos

Sección transversal del rigidizador = su área bruta más un trozo de alma de longitud $15 \epsilon t_w$ a cada lado, sin superponer las zonas contribuyentes a dos rigidizadores



Se diseñan como rígidos para que los paneles de la viga actúen de forma independiente

I_{st} Inercia de la sección transversal, respecto a un eje paralelo al alma en el c.d.g

Inercia mínima del rigidizador para ser considerado rígido para el pandeo de los paneles interiores del alma (Coeficiente de abolladura k_τ)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{h_w} < \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_{st} \geq \frac{1.5 h_w^3 t_w^3}{a^2} \\ \frac{a}{h_w} \geq \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_{st} \geq 0.75 h_w t_w^3 \end{array} \right.$$

Panel extremo rígido

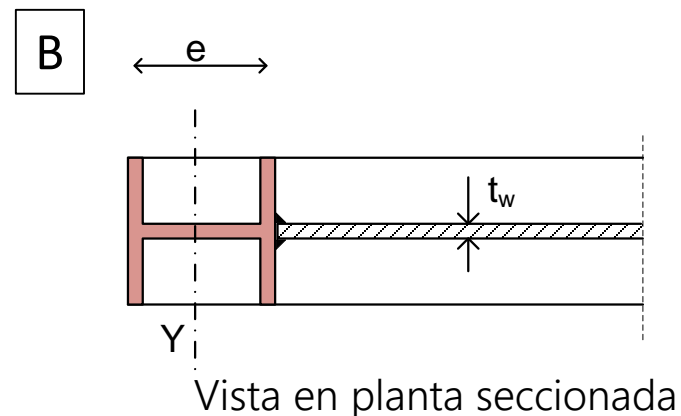
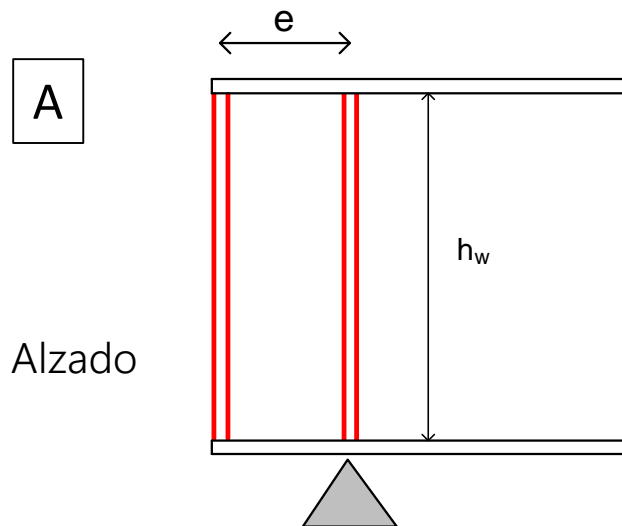
Un panel extremo rígido actúa como rigidizador de apoyo

Debe ser capaz de absorber la reacción exterior como esfuerzo axial en una viga corta vertical

A. **Dos rigidizadores transversales** dobles, a ambos lados del alma. Trozo del alma de la viga entre los rigidizadores forma el alma de la viga corta.

Cada uno debe tener:
$$A_{rig} \geq \frac{4 h_w t_w^2}{e} \quad e > 0.1 h_w$$

B. Un **perfil H laminado** introducido en el alma, con:
$$W_Y \geq 4 h_w t_w^2$$



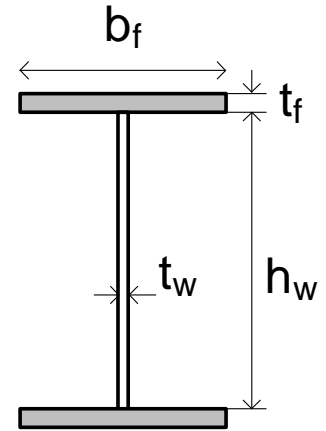
Contribución de las alas a la resistencia de cálculo a abolladura por cortante

Si la resistencia de las alas ($M_{f,Rd}$) no está utilizada completamente para absorber el momento flector (M_{Ed})

$$M_{Ed} < M_{f,Rd} = \frac{M_{f,Rk}}{\gamma_{M0}} \approx A_{ala} \frac{f_{yf}}{\gamma_{M0}} (h_w + t_f)$$

$M_{f,Rd}$ resistencia á flexión considerando sólo las alas

f_{yf} límite elástico del ala



Contribución de las alas a la resistencia a abolladura:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left(1 - \left(\frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

c : distancia de anclaje del campo de tracciones diagonal en el ala

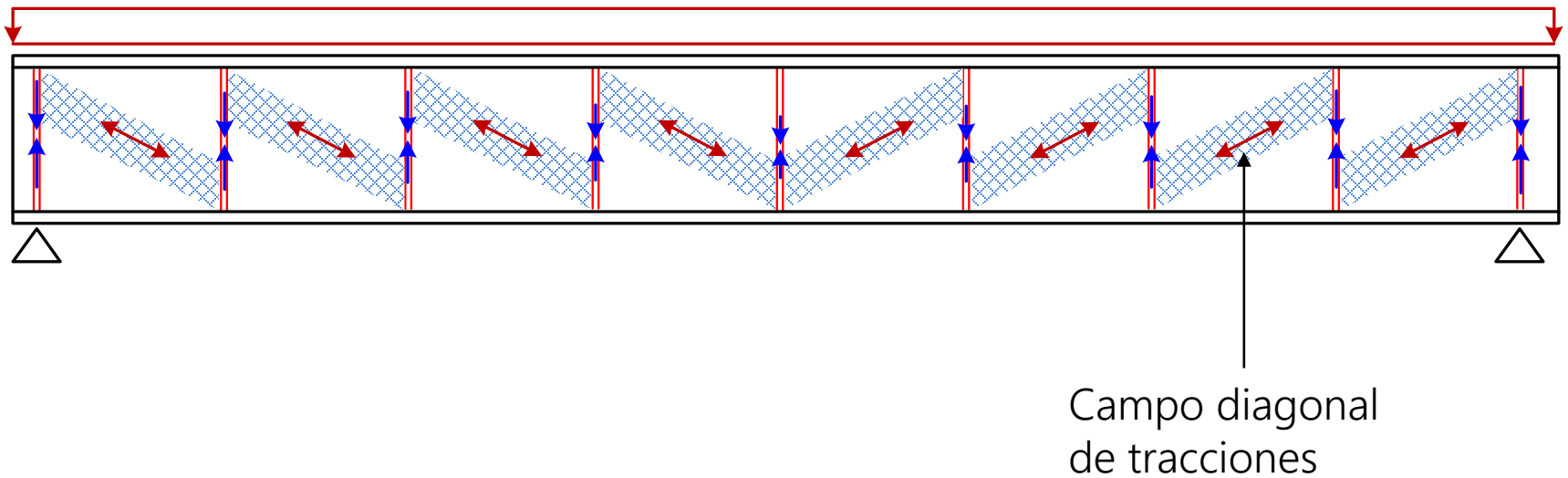
$$c = a \left(0.25 + \frac{1.6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right)$$

Nota: si existe un esfuerzo axial N_{Ed} , el valor de $M_{f,Rd}$ se debe reducir por el factor:

$$\left(1 - \frac{N_{Ed}}{\frac{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}}{\gamma_{M0}}} \right)$$

Rigidizadores intermedios - Esfuerzos

Rigidizadores intermedios a compresión bajo cargas verticales habituales



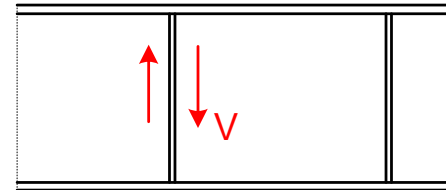
Rigidizadores intermedios - Resistencia

Esfuerzo axial de cálculo del rigidizador:

$$N_{st} = V_{Ed} - \frac{1}{\bar{\lambda}_w^2} \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

V_{Ed} cortante en los paneles adyacentes

Si el cortante es variable, V_{Ed} se obtiene a una distancia $0.5 h_w$ del extremo del panel sometido a mayor cortante.



$\bar{\lambda}_w$ esbeltez calculada para el panel situado entre el rigidizador calculado y el siguiente.

Comprobación de resistencia del rigidizador:
$$\frac{N_{st}}{A_{st}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

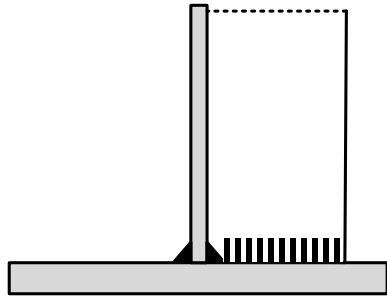
Comprobación de estabilidad del rigidizador: como barra de longitud de pandeo $0.75 h_w$ y curva de pandeo c

Comprobación precisa del rigidizador requiere un estudio de segundo orden, incluyendo su deformación lateral

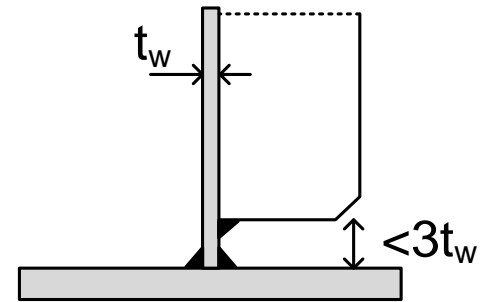
Rigidizadores intermedios. Detalles

Los rigidizadores intermedios no deben soldarse al ala traccionada, para permitir su deformación

Incorrecto



Correcto



Interacción flexión – cortante

Si se ha comprobado la abolladura del alma, la comprobación de la interacción flexión – cortante requiere una pequeña modificación:

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$$

Contribución
del alma

$\bar{\eta}_3 \leq 0.5$ No es necesario reducir la resistencia a flexión

$\bar{\eta}_3 > 0.5$ Se debe cumplir la comprobación de interacción:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} + \left[\left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \right] \leq 1 \quad M_{Ed} \geq M_{f,Rd}$$

$M_{f,Rd}$ Resistencia plástica de la sección considerando sólo el área reducida eficaz de las alas

$M_{pl,Rd}$ Resistencia plástica de la sección considerando el área reducida eficaz de las alas y todo el alma, para cualquier tipo de sección (momento plástico transversal)

Debe comprobarse en todas las secciones situadas a una distancia mayor que $h_w/2$ de un apoyo rigidizado

La comprobación anterior es la misma que en secciones sin abolladura del alma, empleando la contribución del alma $V_{bw,Rd}$ en lugar de la resistencia a cortante total $V_{pl,Rd}$

Interacción flexión – cortante - axial

Si en la sección además hay esfuerzo axial, la fórmula de la interacción debe modificarse:

$M_{pl,Rd} \rightarrow M_{N,Rd}$ Emplear la resistencia plástica a flexión reducida por la existencia de axial

El momento que absorben las alas $M_{f,Rd}$ debe reducirse por el factor indicado en la contribución de las alas

$$\left(1 - \frac{N_{Ed}}{\frac{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}}{\gamma_{M0}}} \right)$$

Abolladura del alma debida al ala comprimida

Ocurre en secciones con almas muy esbeltas ($h_w > 200 t_w$)

El ala comprimida pandea al fallar el soporte que le proporciona el alma

Al pandear el ala comprimida produce una abolladura lateral del alma

Para evitarlo se debe limitar su esbeltez:

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

h_w : altura del alma

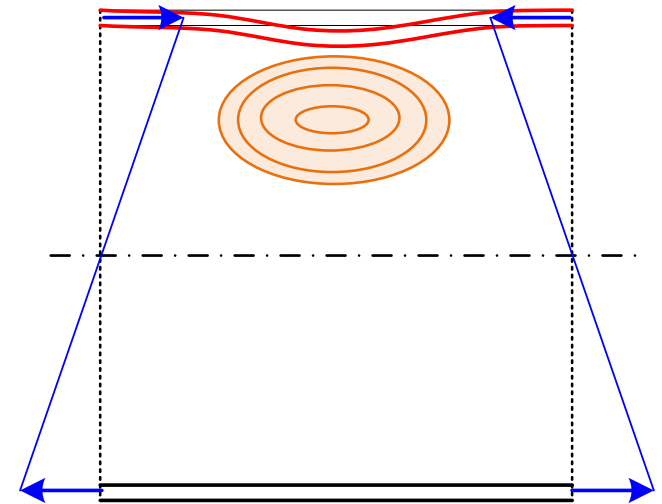
t_w : espesor del alma

A_w : Área del alma

A_{fc} : Área reducida eficaz del ala comprimida

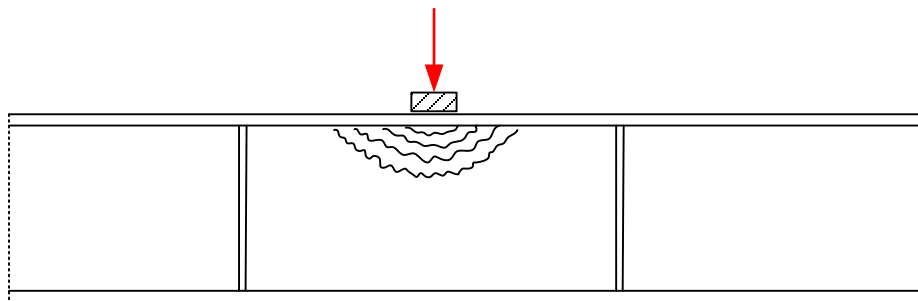
$k = 0.55$ si se considera la resistencia elástica de la sección

$k = 0.40$ si se considera la resistencia plástica a flexión



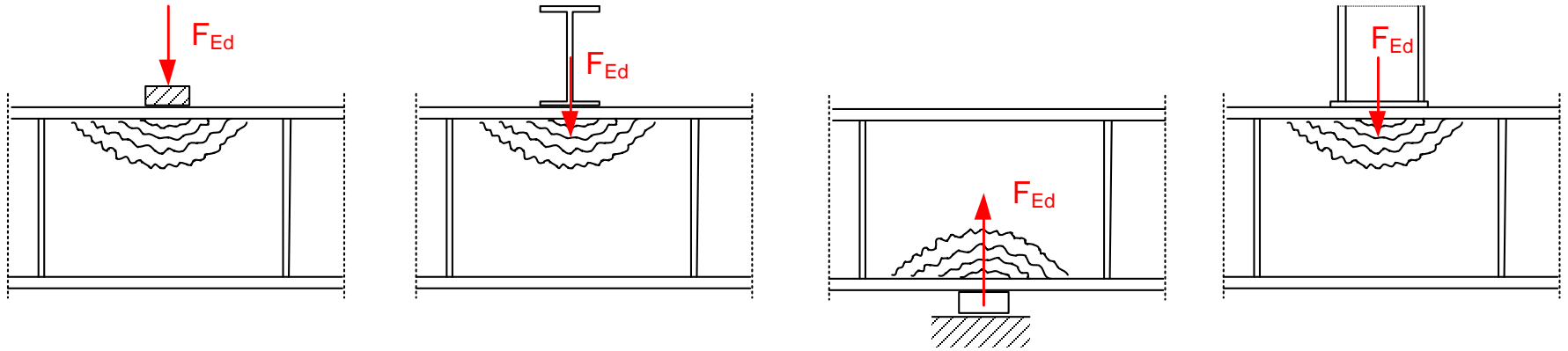
Resistencia a cargas concentradas

EN 1993-1-5 §6
Código Estructural Anejo 25 §6



Fuerzas puntuales transversales a la viga, aplicadas sobre un ala

Pueden ser: cargas exteriores, fuerzas transmitidas por otros elementos (vigas o postes apoyados en vigas), o reacciones.

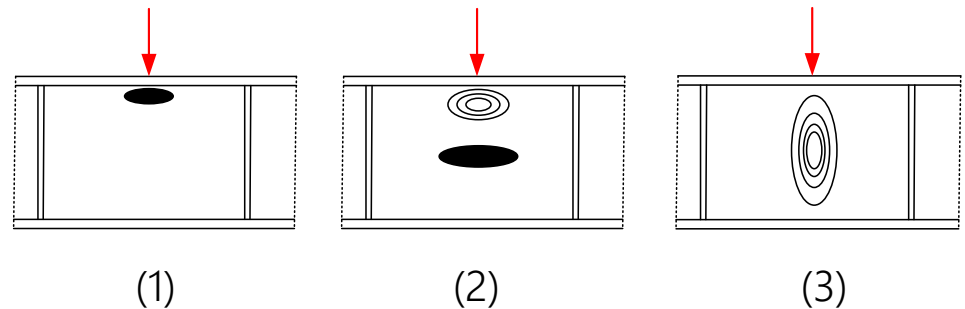


Modos de fallo bajo la carga puntual

1. Plastificación del alma bajo la carga

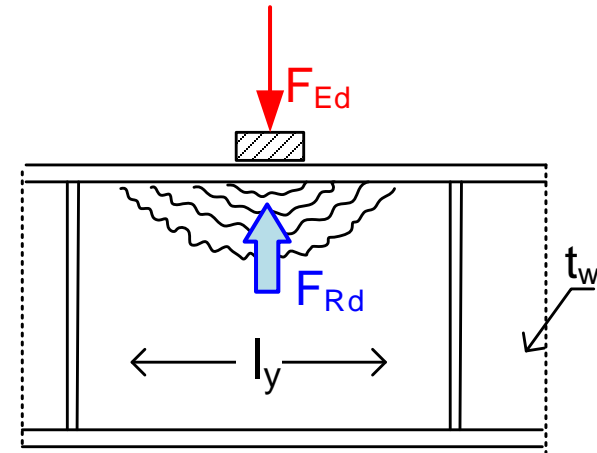
2. Abolladura local bajo la carga y plastificación en el centro del alma

3. Abolladura por pandeo de todo el alma



Resistencia del alma a cargas concentradas

$$F_{Ed} \leq \chi_F l_y t_w \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}$$



F_{Ed} Valor de cálculo de la fuerza transversal aplicada

l_y Longitud efectiva de carga, correspondiente a la longitud de apoyo rígido s_s

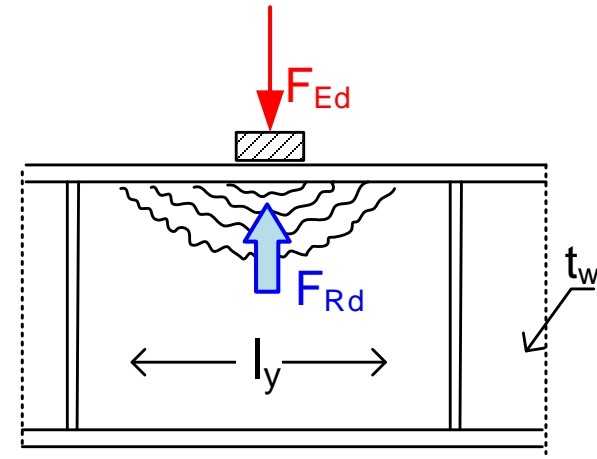
χ_F Coeficiente de reducción para abolladura local frente a carga concentrada

Si no se cumple la condición anterior: se debe situar un rigidizador bajo la carga puntual. El rigidizador se debe diseñar para un esfuerzo axial:

$$N_{st} = V_{Ed} - \frac{1}{\bar{\lambda}_w^2} \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} + F_{Ed}$$

Coeficiente de reducción para abolladura local frente a carga concentrada χ_F

$$\chi_F = \frac{0.50}{\bar{\lambda}_F} \quad \chi_F \leq 1$$



$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}}$$

Esbeltez adimensional para abolladura frente a carga concentrada

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w}$$

Fuerza crítica para abolladura local del alma

Factor de carga crítica k_F

Factor de carga crítica k_F

k_F depende de la forma de aplicación de la carga concentrada

Para vigas sin rigidizadores longitudinales

Tipo a: soportada por el cortante en el alma

a : distancia entre rigidizadores (L si no los hay)

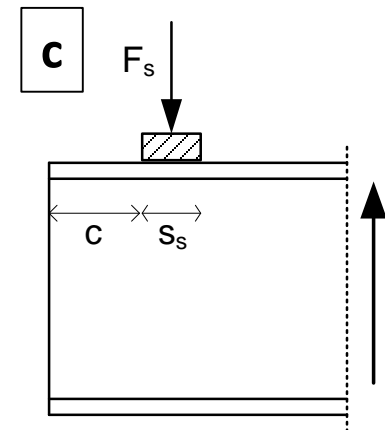
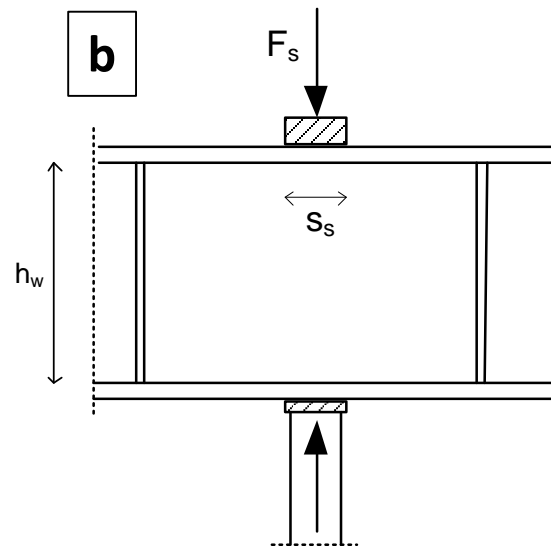
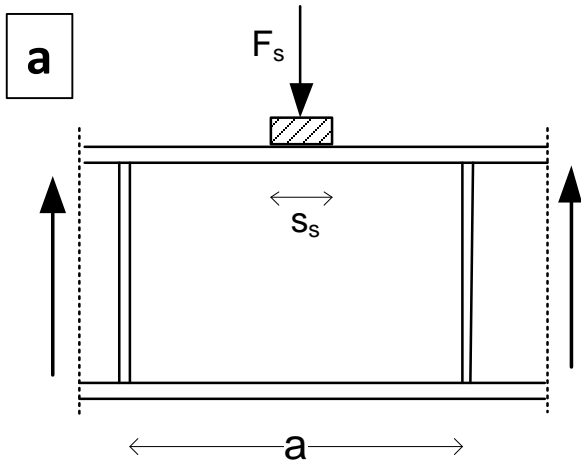
$$k_F = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2$$

Tipo b: transmitida del ala superior al ala inferior por el alma

$$k_F = 3.5 + 2 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2$$

Tipo c: aplicada en un ala próxima a un extremo no rigidizado

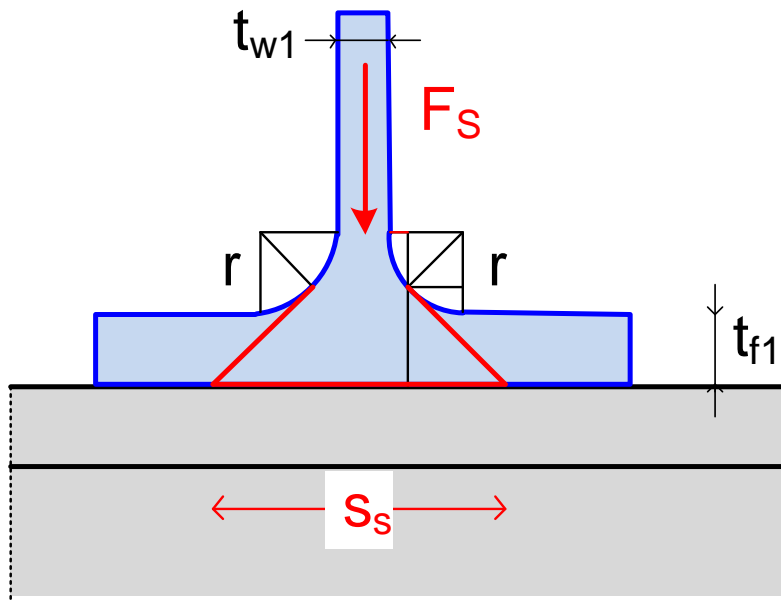
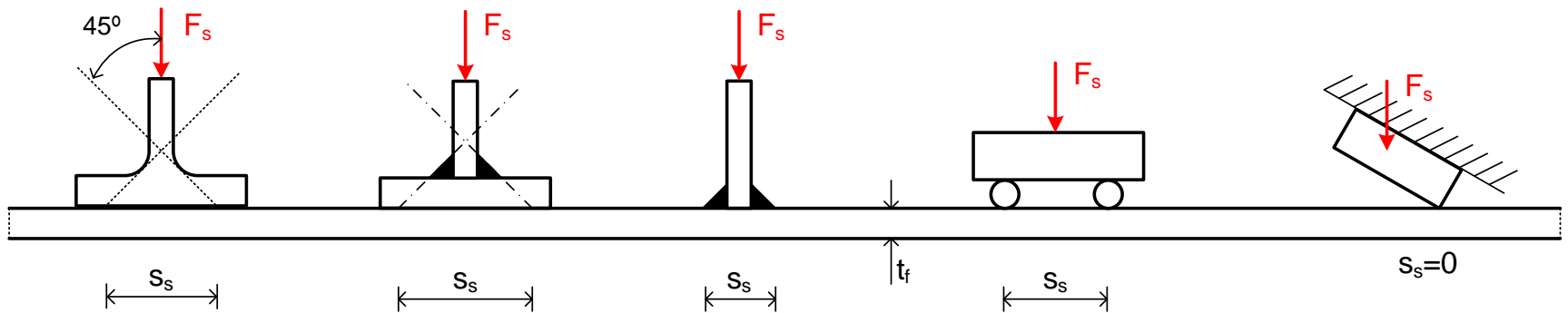
$$k_F = 2 + 6 \left(\frac{s_s + c}{h_w} \right)^2 \leq 6$$



Longitud de apoyo rígido s_s

Longitud real del ala sobre la cual se aplica directamente la carga puntual

Se determina suponiendo un reparto de la fuerza a 45° , con: $s_s < h_w$



Carga transmitida por una viga laminada apoyada:

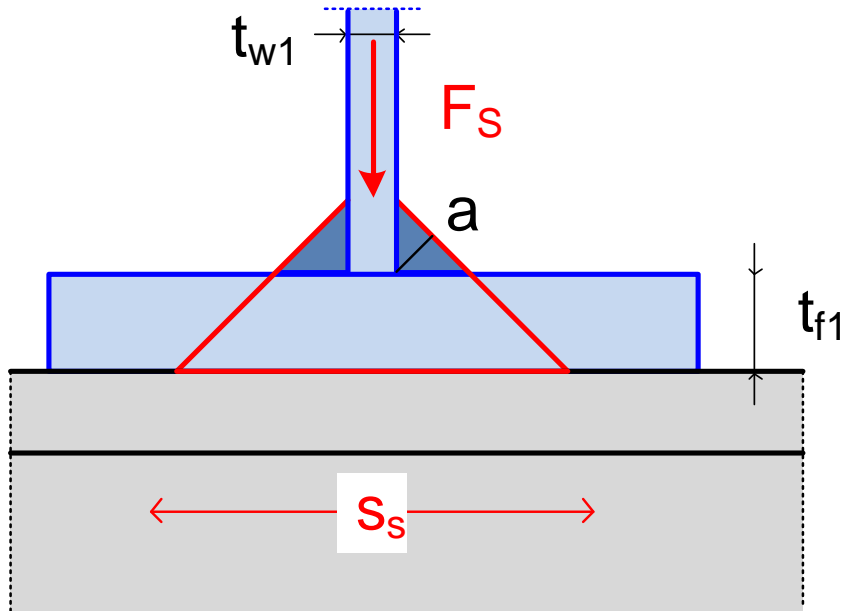
$$s_s = t_{w1} + 2[2(r - r \cos 45) + t_{f1}]$$

$$s_s = t_{w1} + 1.1716 r + 2 t_{f1}$$

r : radio de acuerdo alma-ala

Longitud de apoyo rígido s_s

Carga transmitida por una viga soldada apoyada



$$s_s = t_{w1} + 2(a\sqrt{2} + t_{f1})$$

a : garganta de la soldadura

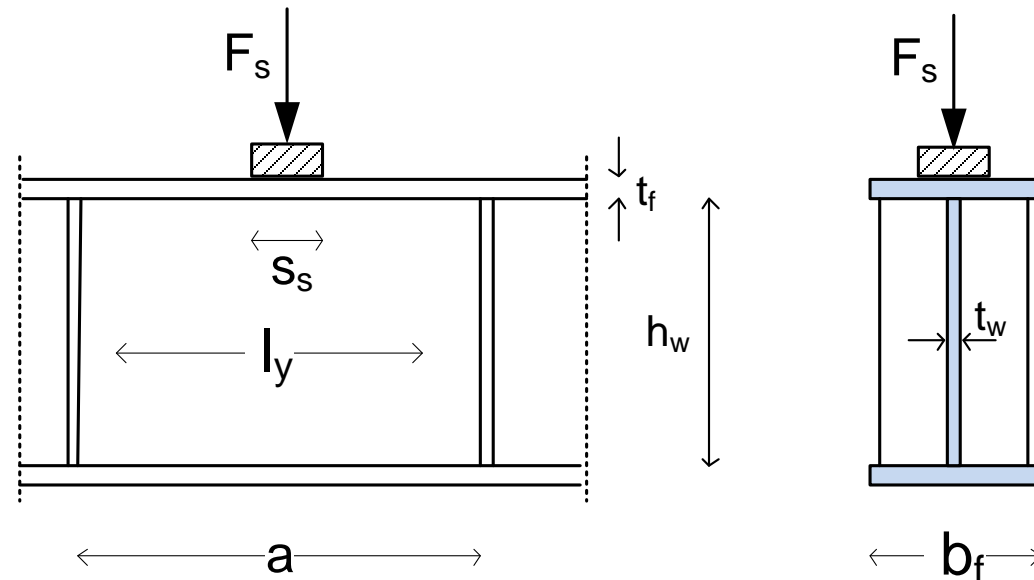
Longitud efectiva de carga l_y . Apoyos tipos a y b

Depende de s_s y de cómo se aplique dicha carga sobre el ala de la viga

$$l_y = s_s + 2 t_f (1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \quad l_y < a$$

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w} \quad \begin{cases} m_2 = 0.02 \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2 & \text{si } \bar{\lambda}_F > 0.5 \\ m_2 = 0 & \text{si } \bar{\lambda}_F \leq 0.5 \end{cases}$$

b_f : ancho del ala de la viga



Longitud efectiva de carga l_y . Apoyo tipo c

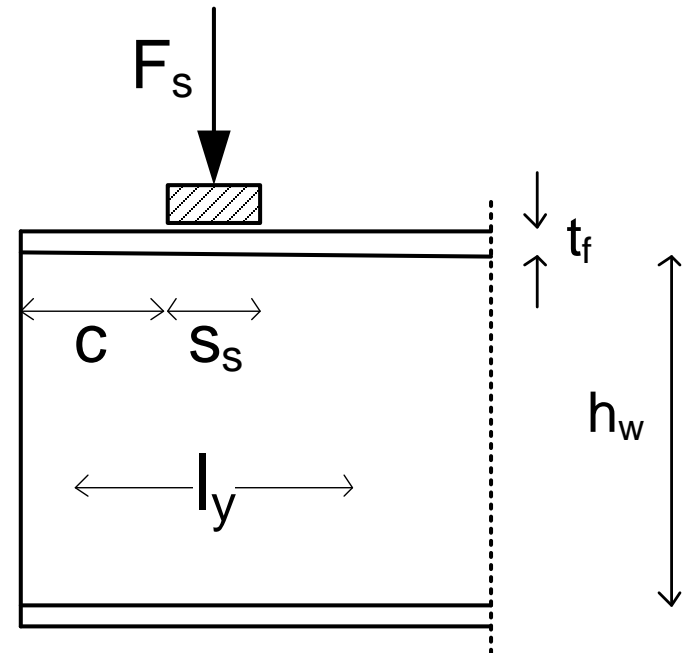
Depende de s_s y de cómo se aplique dicha carga sobre el ala de la viga

$$l_y = \min \left(\frac{l_e + t_f \sqrt{\frac{m_1}{2} + \left(\frac{l_e}{t_f}\right)^2 + m_2}}{l_e + t_f \sqrt{m_1 + m_2}} \right)$$

$$l_e = \frac{k_F E t_w^2}{2 f_{yw} h_w}$$

$$l_e \leq s_s + c$$

$l_y <$ separación entre rigidizadores



Interacción de carga concentrada con axial y flector

Si actúa una fuerza concentrada en el ala comprimida de la viga, y además existen momento flector y esfuerzo axial, se debe comprobar la interacción

$$\eta_2 + 0.8 \eta_1 \leq 1.4$$

$$\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{\chi_F l_y t_w \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}}$$

Factor de agotamiento para resistencia a carga concentrada

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed}}{W_{el} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}$$

Factor de agotamiento ante axial + flector de la sección, considerando clase 3

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}$$

Ídem clase 4

Imperfecciones en el análisis estructural

EN 1993-1-1 §5.3
Código Estructural Anejo 22

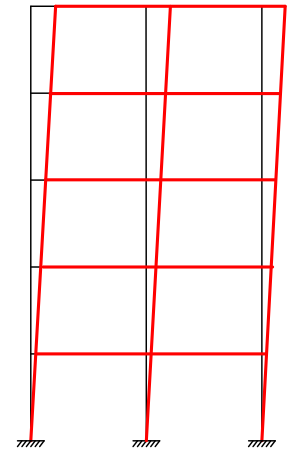
Imperfecciones geométricas

El análisis estructural debe considerar los **defectos** de verticalidad, alineación, excentricidad... cuando puedan afectar al comportamiento de la estructura

Se deben introducir en el análisis **imperfecciones geométricas equivalentes** a dichos defectos

Deben considerarse en el análisis:

- a) global de la estructura
- b) de los sistemas de arriostramiento
- c) local de cada elemento



Deben incluirse para la comprobación de los EL últimos.
En general no son necesarias para comprobación de los EL de servicio.

Las imperfecciones locales de los elementos (c) ya se tienen en cuenta al determinar su resistencia.

Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (1)

Celosía horizontal que arriostra los cordones comprimidos de un conjunto de (m) estructuras principales de la nave (pórticos o celosías), unidas mediante correas.

Estructura principal de celosía:

Cordón comprimido es el cordón superior, esfuerzo N_{cor}

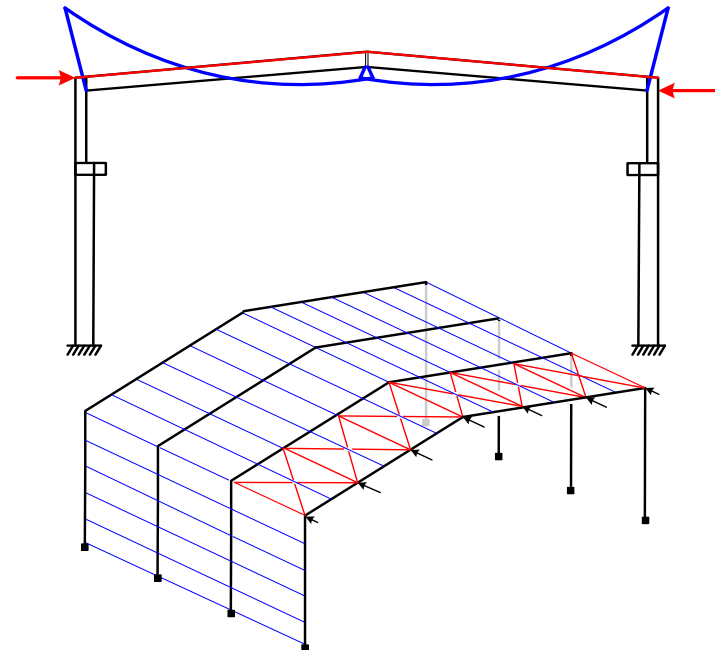
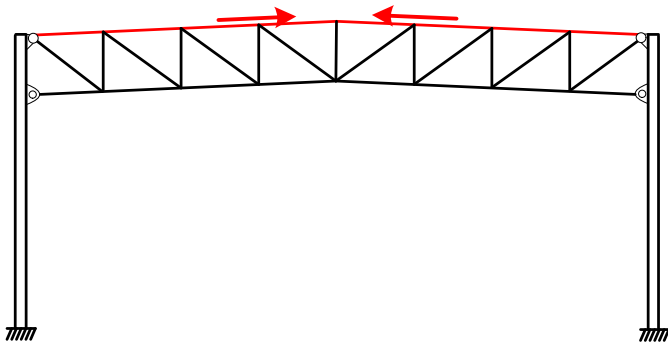
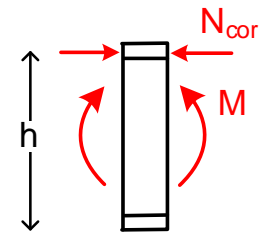
Estructura principal de pórtico:

Cordón comprimido es el ala superior de la viga

Esfuerzo N_{cor} aproximado

Añadirle el esfuerzo axial real en el dintel

$$N_{cor} = \frac{M_{max}}{h_{viga}}$$



Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (2)

Se debe emplear una **imperfección de curvatura** inicial e_0 en el cordón comprimido:

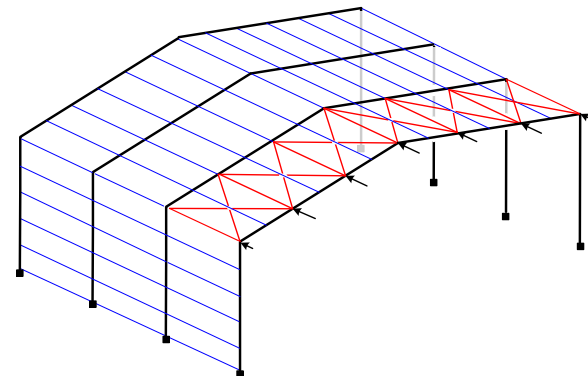
$$e_0 = \alpha_m \frac{L}{500} \quad \alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad m: \text{número de celosías estabilizadas.}$$

La imperfección e_0 se sustituye por una fuerza equivalente q_d , que genere el mismo momento flector en el centro de la celosía, suponiéndola apoyada en ambos extremos:

$$\Sigma N_{cor} (e_0 + \delta_q) = \frac{q_d L^2}{8} \longrightarrow q_d = \Sigma N_{cor} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}$$

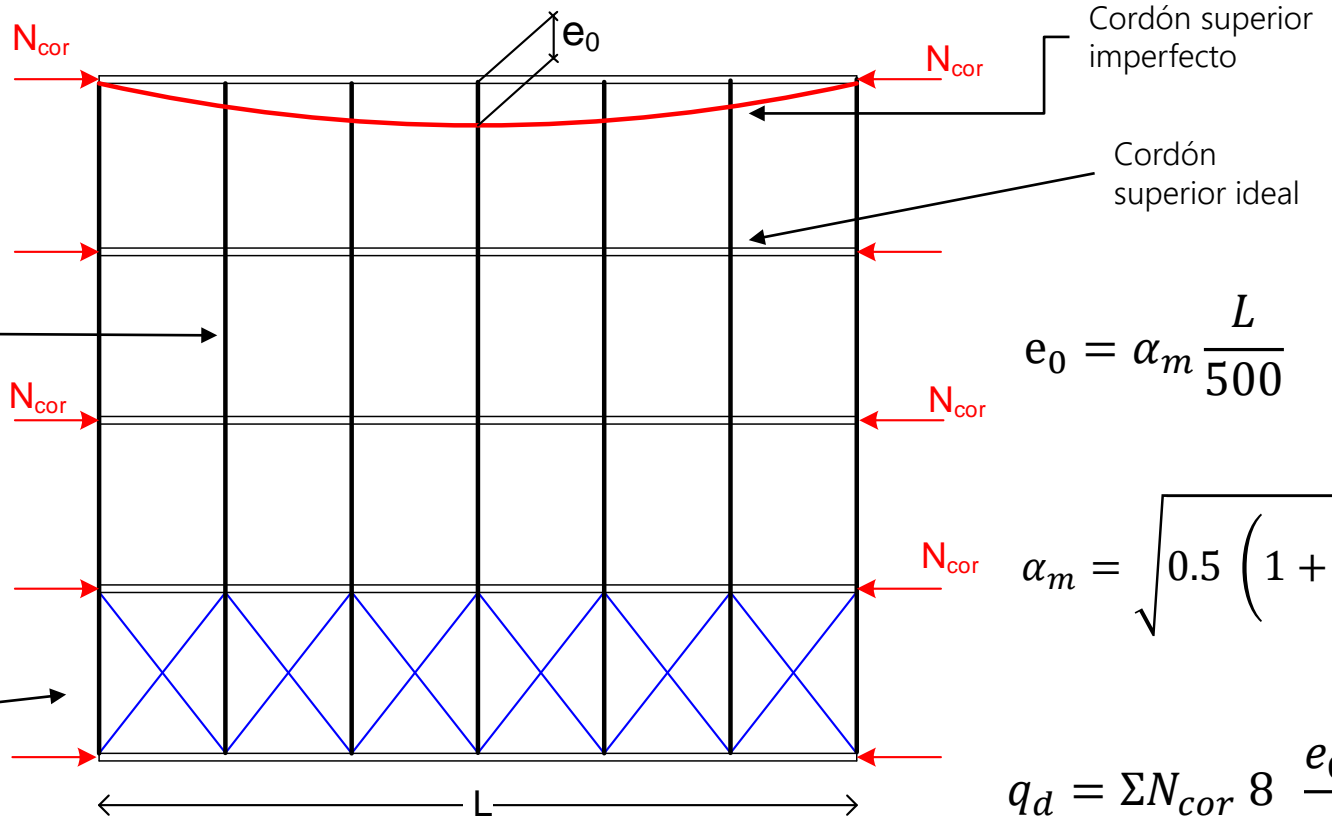
δ_q : deformación horizontal en la celosía de arriostramiento, debida a la carga equivalente q_d y a las otras acciones exteriores que puedan actuar sobre la celosía riostra (F_V viento).

Es necesario iterar, pues q_d depende de δ_q



Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (3)

Vista en planta de la cubierta

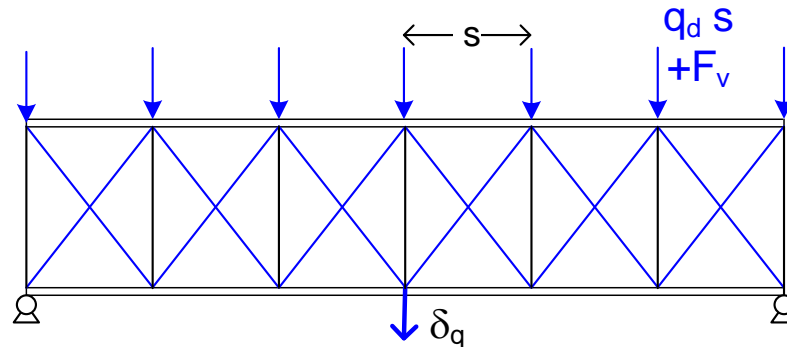


$$e_0 = \alpha_m \frac{L}{500}$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

$$q_d = \sum N_{cor} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}$$

Vista en planta de la celosía de arriostramiento



Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (4)

Cálculo de la deformación δ_q

A. Como una celosía

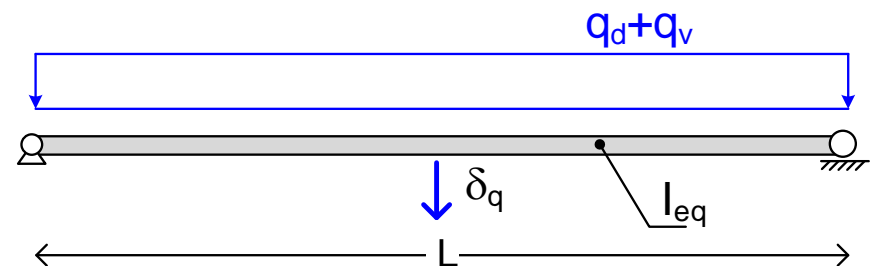
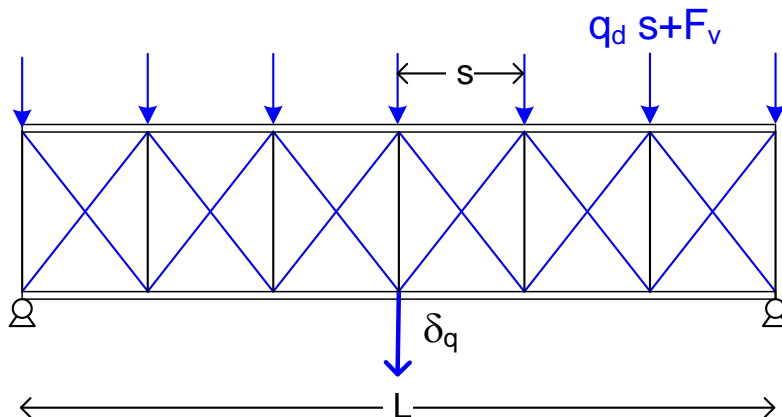
Sobre cada nudo de la celosía riostra se aplica una fuerza puntual de valor $(q_d \cdot s)$ (s =separación de correas), que se suma a la debida del viento F_V y con ellas se calcula δ_q

$$F_{nudo} = q_d s + F_V$$

B. Aproximando la celosía a una viga apoyada, con inercia equivalente I_{eq}

$$\delta_q \approx \frac{5}{384} \frac{(q_d + q_v) L^4}{E I_{eq}}$$

$$I_{eq} = 0.75 \sum_{i=1,2} A_{cor,i} d_{cor,i}^2$$



Imperfecciones en celosías de arriostramiento de fachadas

Defecto inicial de verticalidad: $\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$

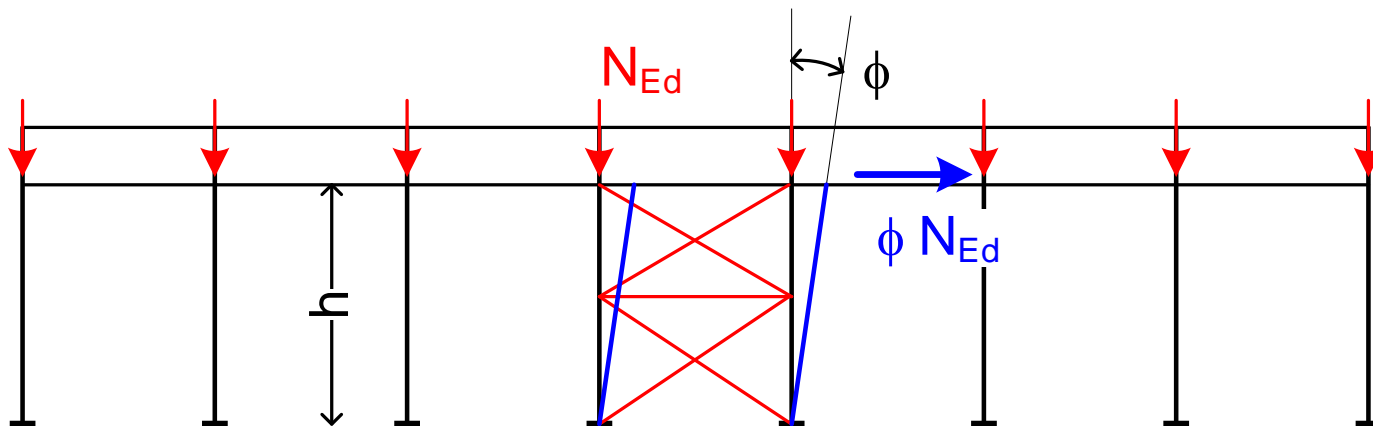
ϕ_0 Valor base de la imperfección lateral: 1/200

α_h Coeficiente reductor por altura h (m): $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$

α_m Coeficiente reductor por número de alineaciones de postes m $\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$

Fuerza horizontal equivalente a la imperfección $H_{td} = \phi \Sigma N_{Ed}$

N_{Ed} Valor de cálculo de las fuerzas de compresión



Imperfecciones laterales para el análisis global de pórticos

Defecto inicial de verticalidad: $\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$

ϕ_0 Valor base de la imperfección lateral: 1/200

α_h Coeficiente reductor por altura h (m): $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$

α_m Coeficiente reductor por número de alineaciones de postes m .

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 (1 + 1/m)}$$

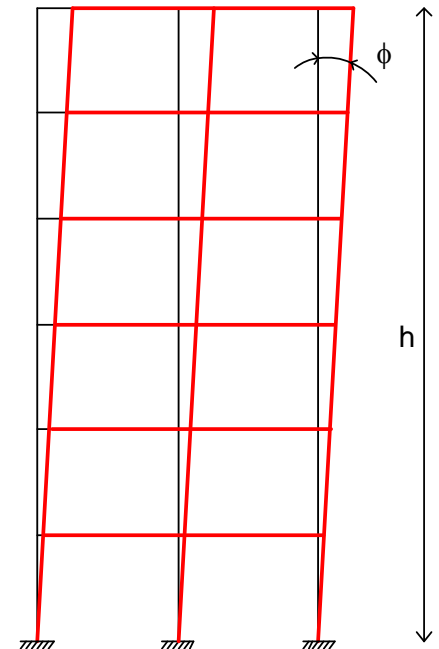
En m sólo se cuentan los postes que se extienden a toda la h total y con $N_{Ed} > 0.5 N_{media}$

En pórticos de edificación sólo es necesario considerar la imperfección cuando:

$$H_{Ed} \geq 0.15 V_{Ed}$$

H_{Ed} Valor de cálculo de la resultante de las fuerzas horizontales en la base del edificio.

V_{Ed} Ídem de las fuerzas verticales



Curvaturas iniciales para elementos comprimidos

Deben considerarse en la inestabilidad global de estructuras traslacionales.

Sólo se debe considerar en elementos comprimidos con:

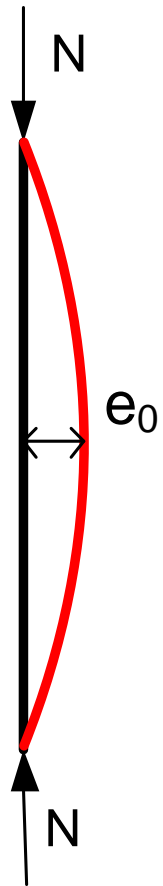
Al menos un nudo empotrado

Valor de cálculo del axial de compresión $N_{Ed} > 0.25 N_{cr,Euler}$

Equivalente a: $\bar{\lambda} > 0.5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}}$

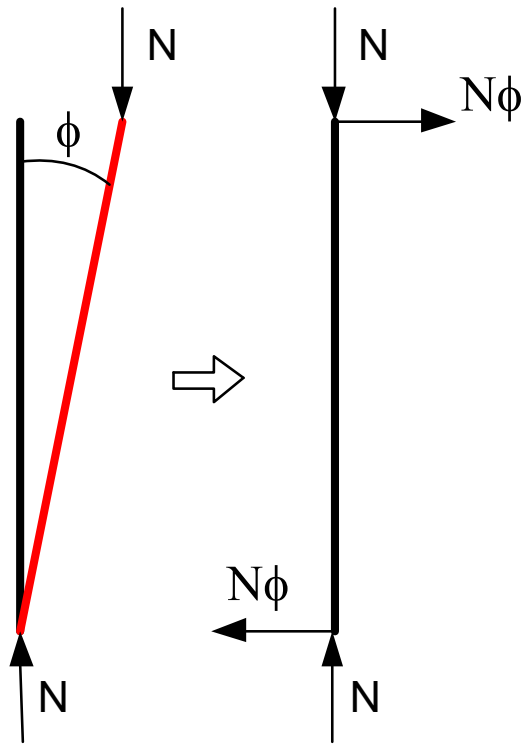
Incluir una curvatura inicial equivalente, parabólica con valor máximo e_0 , que depende de la curva de pandeo correspondiente al poste, y del tipo de análisis:

e_0	a0	a	b	c	d
Análisis global elástico	L/350	L/300	L/250	L/200	L/150
Análisis global plástico	L/300	L/250	L/200	L/150	L/100

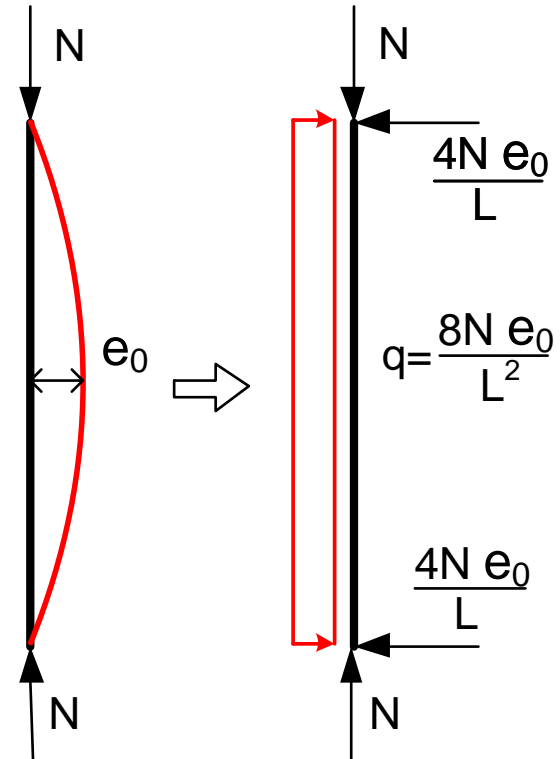


Fuerzas equivalentes a las imperfecciones laterales

Se pueden sustituir las imperfecciones laterales y de curvatura por un conjunto de fuerzas horizontales equivalentes, aplicadas en los forjados, autoequilibradas, y proporcionales a las fuerzas verticales



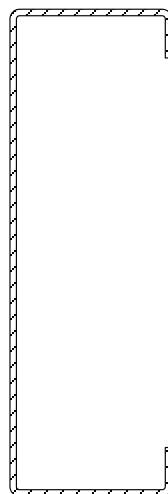
Imperfección lateral:
par de fuerzas
horizontales



Curvatura: fuerza distribuida
y reacciones



Perfiles en C conformados en frío



Perfiles en C conformados en frío

Muy usados para correas o vigas ligeras. Buena relación resistencia/peso

No normalizadas. Habituales: $h: 80 \dots 350 \text{ mm}$ $b: 40 \dots 80 \text{ mm}$ $c: 15 \dots 20 \text{ mm}$
(dimensiones exteriores)

Espesores pequeños $t: 2 \dots 4 \text{ mm}$

Labio rigidizador: fundamental para limitar la abolladura del ala

Sin labio, el ala volada es clase 4, se abolla: anchura eficaz muy pequeña.

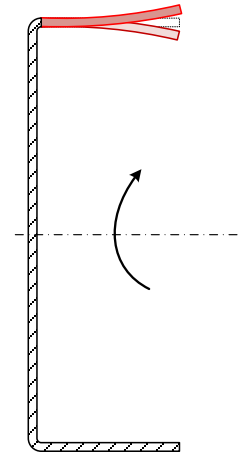
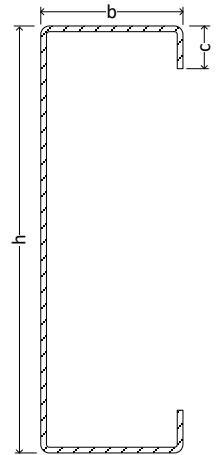
Alma: chapa interna a flexión. Clase 3 o 4 (si h grande y t pequeño)

Labio: chapa volada a compresión. Con las dimensiones habituales, es clase 3 hasta S355:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{max} = \frac{20}{2} = 10 \leq 14 \epsilon = 14 \cdot 0.81 = 11.3 \text{ (S355)}$$

Ala: No es chapa volada ni chapa interior. Está apoyada de forma fija en el alma y apoyada elásticamente en el labio.

Requiere un cálculo especial del ancho eficaz del ala y del conjunto ala-labio



Perfiles en C conformados en frío

Normativa:

EN 1993-1-3 Estructuras de acero. Reglas adicionales para perfiles y chapas de paredes delgadas conformadas en frío. §5.5.3

No incluidos en el Código Estructural

Bibliografía:

D. Dubina, V. Ungureanu, R. Landolfo, *"Design of cold-formed Steel Structures"*, cap. 3, ECCS Eurocode Design Manuals, Ernst & Sohn, 2012.

ECCS Technical Committee 7, Cold-formed Steel, *"Worked examples according to EN 1993-1-3"*, ECCS nº 123, 2008.

Proporciones geométricas

EN 1993-1-3 §5.2

$$\frac{c}{t} \leq 50$$

Evitar la abolladura del labio volado

$$\frac{b}{t} \leq 60$$

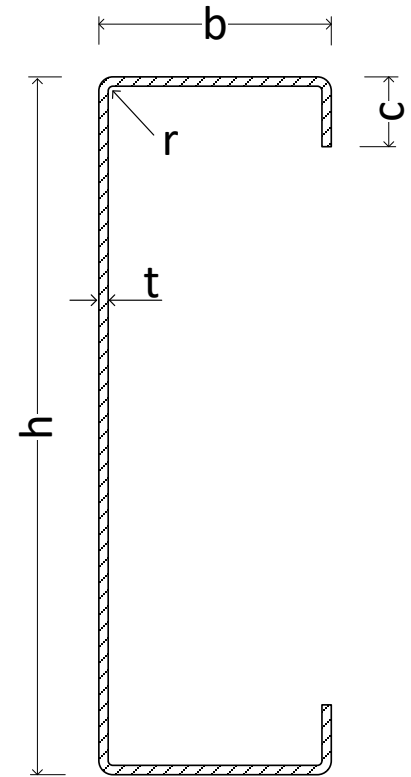
Evitar que sea necesario un labio de mucha longitud c , que pueda abollarse

$$0.2 \leq \frac{c}{b} \leq 0.6$$

Proporcionar suficiente rigidez al labio (límite inferior) y evitar su pandeo precoz (límite superior)

Si $\frac{c}{b} < 0.2$ se debe ignorar el labio (tiene poca rigidez)

Si $\frac{c}{b} > 0.6$ el labio se debe considerar como un ala volada más, no como un rigidizador, y puede abollarse



Todos los perfiles comerciales las cumplen

Modelo estructural del ala + labio

Ala apoyada elásticamente en el labio

Valores semi-empíricos de la rigidez del apoyo K

Cálculo laborioso, iterativo, de la resistencia a la abolladura del extremo del ala + labio (EN 1993-1-3, 5.5.3)

Resultados:

Anchura eficaz del ala junto al alma b_{e1}

Anchura eficaz del ala junto al labio b_{e2}

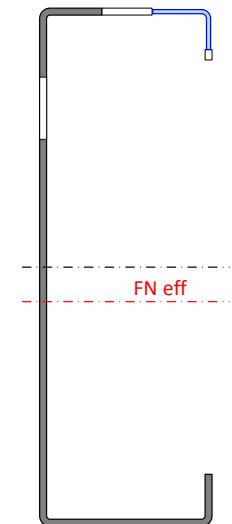
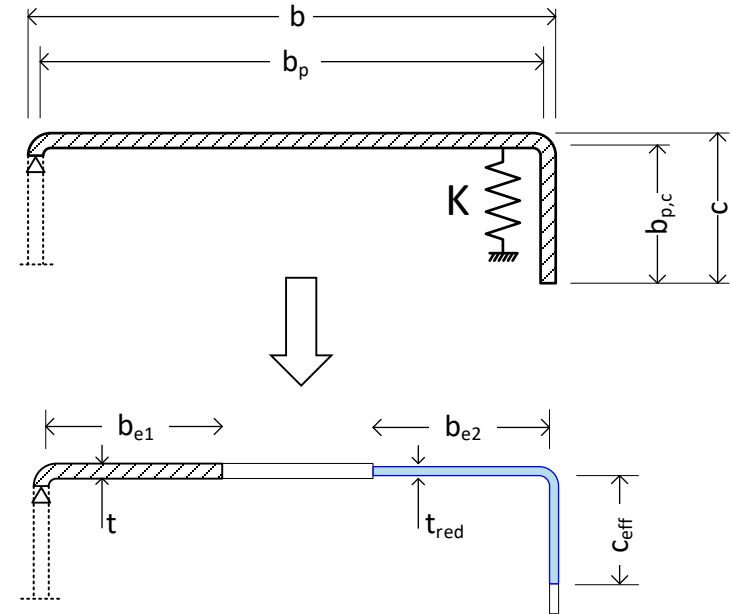
Anchura eficaz del labio c_{eff} (normalmente = c)

Espesor reducido del extremo del ala + labio t_{red}

Sección eficaz del alma, si es clase 4

→ Propiedades eficaces del perfil en C

Disminución de la resistencia en los tamaños de mayor esbeltez (h/t grande)



Influencia de las esquinas redondeadas

Longitud de cálculo de cada chapa: b_p, h_p

Medida desde P, punto medio del arco, en el eje de la chapa

$$g_r = r_m - r_m \cos 45$$

$$g_r = 0.293 r_m = 0.293 (r + t/2)$$

Habitual: $r \approx 2 t \div 2.8 t$

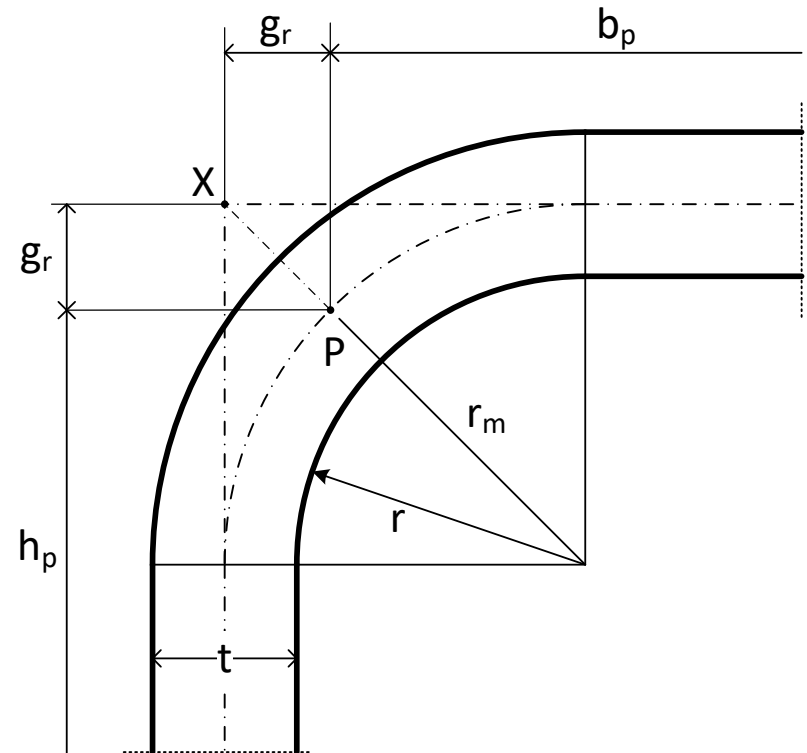
Esquinas redondeadas pueden despreciarse si se cumplen:

$$r \leq 5 t$$

$$r \leq 0.1 \min(b_p, h_p)$$

Equivale a sustituir P por X (intersección ejes)

Despreciar las esquinas redondeadas sobrestima la inercia del perfil, aunque emplee un mayor b_p , por tener mayor esbeltez las chapas



Resistencia de perfiles en C – S355 (esquinas redondeadas $r = 2t$)

h	b	c	t	Inercia eficaz (mm ⁴ x10 ⁴)		W eficaz tracción (mm ³)		W eficaz compresión (mm ³)	
100	48	15	2	64.99	99%	12918	99%	13078	100%
			3	91.06	100%	18213	100%	18213	100%
			4	111.86	100%	22372	100%	22372	100%
125	48	15	2	109.18	99%	17319	98%	17621	100%
			3	154.91	100%	24786	100%	24786	100%
			4	191.98	100%	30717	100%	30717	100%
150	48	15	2	167.52	98%	22105	97%	22571	99%
			3	239.96	100%	31995	100%	31995	100%
			4	299.33	100%	39911	100%	39911	100%
160	48	15	2	195.15	98%	24128	97%	24665	99%
			3	280.44	100%	35055	100%	35055	100%
			4	350.60	100%	43825	100%	43825	100%
175	48	15	2	241.49	98%	27280	97%	27926	99%
			3	348.56	100%	39835	100%	39835	100%
			4	437.04	100%	49947	100%	49947	100%
200	70	20	2	415.09	94%	40000	91%	43136	98%
			3	620.03	98%	61308	97%	62714	99%
			4	803.93	100%	80358	100%	80428	100%
225	70	20	2	534.37	92%	44802	87%	50543	98%
			3	818.45	98%	71866	97%	73659	99%
			4	1063.85	100%	94397	100%	94733	100%
250	70	20	2	670.09	90%	49585	83%	58339	98%
			3	1051.17	98%	83009	97%	85208	99%
			4	1369.22	100%	109224	99%	109854	100%
300	70	20	2	991.74	86%	59097	77%	75028	98%
			3	1626.26	97%	106777	96%	110110	99%
			4	2128.39	99%	141250	99%	142540	100%

Resistencia de perfiles en C – S355 (esquinas rectas)

h	b	c	t	Inercia eficaz (mm ⁴ x10 ⁴)		W eficaz tracción (mm ³)		W eficaz compresión (mm ³)	
100	48	15	2	68.96	99%	13672	98%	13912	100%
			3	100.59	100%	20118	100%	20118	100%
			4	128.70	100%	25739	100%	25739	100%
125	48	15	2	115.33	98%	18248	97%	18661	99%
			3	169.85	100%	27175	100%	27175	100%
			4	218.41	100%	34946	100%	34946	100%
150	48	15	2	176.30	98%	23206	97%	23815	99%
			3	261.51	100%	34868	100%	34868	100%
			4	337.50	100%	45000	100%	45000	100%
160	48	15	2	205.11	98%	25298	97%	25989	99%
			3	304.97	100%	38121	100%	38121	100%
			4	394.07	100%	49258	100%	49258	100%
175	48	15	2	253.36	98%	28551	96%	29371	99%
			3	377.51	100%	43116	100%	43172	100%
			4	489.09	100%	55896	100%	55896	100%
200	70	20	2	430.10	94%	41450	91%	44693	98%
			3	654.94	98%	64577	96%	66438	99%
			4	867.88	100%	86493	99%	87084	100%
225	70	20	2	547.87	91%	45562	85%	52300	98%
			3	862.39	98%	75513	96%	77836	99%
			4	1144.44	99%	101252	99%	102209	100%
250	70	20	2	686.06	89%	50373	82%	60284	98%
			3	1105.13	97%	87029	96%	89837	99%
			4	1468.31	99%	116791	99%	118146	100%
300	70	20	2	1012.94	85%	59928	75%	77339	97%
			3	1705.46	97%	111814	96%	115645	99%
			4	2269.97	99%	150225	98%	152453	99%

Cálculo detallado de la sección eficaz del conjunto ala + labio

Sección eficaz del conjunto ala + labio (1)

Paso 1

EN 1993-1-3, 5.5.3

Suponer que el labio produce una coacción total al ala ($K = \infty$) y que ésta se comporta como una chapa interior, apoyada en el alma y en el labio.

Paso 1.1 Ancho eficaz del ala

El ala está sometida a tensión de compresión uniforme, de valor: $\sigma_{com,Ed} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

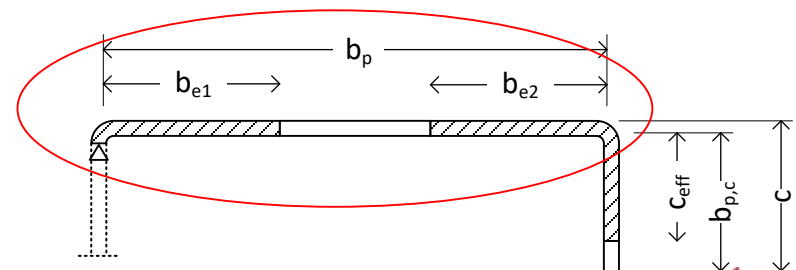
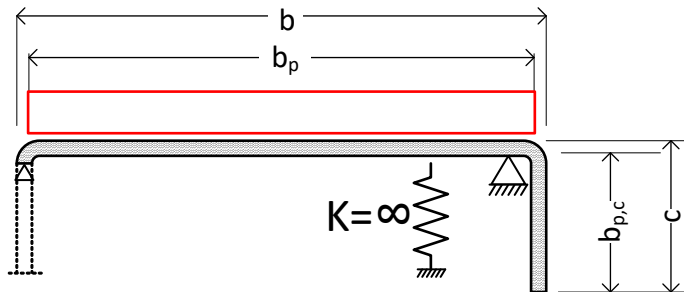
Esbeltez del ala:
$$\bar{\lambda}_p = \frac{(b_p/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

Dos lados apoyados $k_\sigma = 4$

Factor de reducción del ala ρ :
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.673 \quad \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.673 \quad \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.22}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

Ancho eficaz del ala: $b_{eff} = \rho b_p$

$b_{e1} = b_{e2} = 0.5 b_{eff}$



Sección eficaz del conjunto ala + labio (2)

Paso 1.2 Labio Como chapa volada comprimida de forma uniforme $\sigma_{com,Ed} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

Esbeltez del labio: $\bar{\lambda}_{p,c} = \frac{(b_{p,c}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$

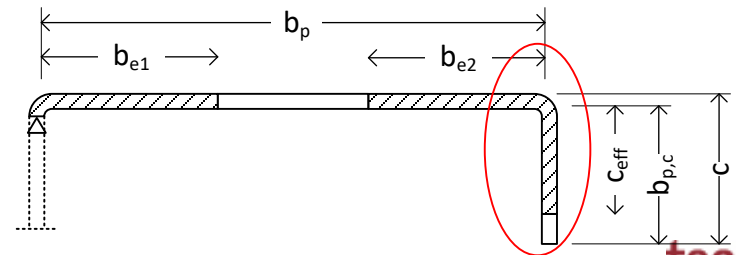
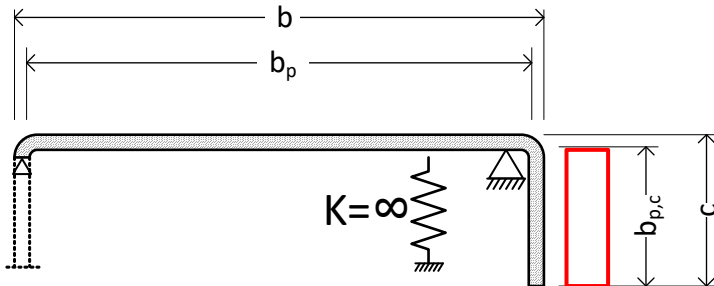
Coeficiente de abolladura del labio k_σ :
Específico para el labio

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{b_{p,c}}{b_p} \leq 0.35 & k_\sigma = 0.5 \\ 0.35 < \frac{b_{p,c}}{b_p} \leq 0.6 & k_\sigma = 0.5 + 0.83 \left(\frac{b_{p,c}}{b_p} - 0.35 \right)^{2/3} \end{array} \right.$$

Factor de reducción del labio ρ_c :
Estándar para una chapa volada

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_{p,c} \leq 0.748 & \rho_c = 1.0 \\ \bar{\lambda}_{p,c} > 0.748 & \rho_c = \frac{\bar{\lambda}_{p,c} - 0.188}{\bar{\lambda}_{p,c}^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

Ancho eficaz del labio: $c_{eff} = \rho_c b_{p,c}$

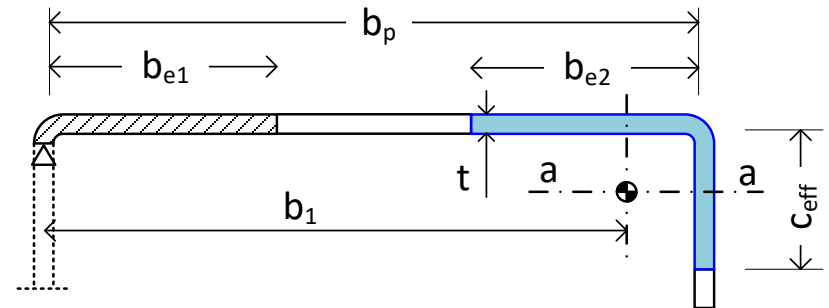


Sección eficaz del conjunto ala + labio (3)

Paso 2.1 Propiedades geométricas del rigidizador en L formado por la parte efectiva del labio (c_{eff}) y del ala junto a él (b_{e2})

A_S : área del rigidizador en L

I_S : momento de inercia del rigidizador en L respecto al eje a-a en su CDG



Paso 2.2 Rigidez equivalente al rigidizador en L, por unidad de longitud (N/mm^2)

$$K = \frac{E t^3}{4(1 - \nu^2)} \frac{1}{b_1^2 h_w + b_1^3 + 0.5 b_1 b_2 h_w k_f}$$

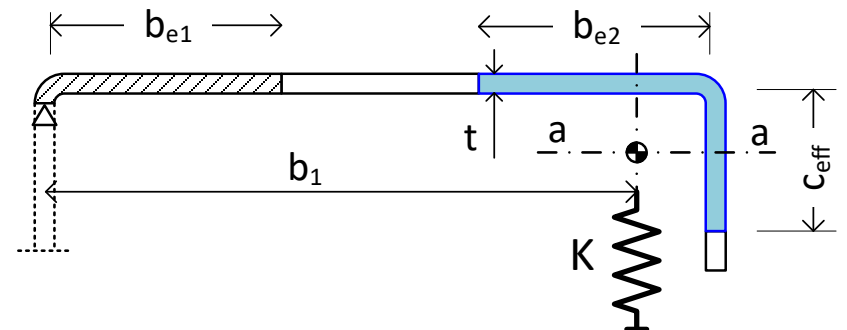
b_1 : distancia desde el alma al CDG del rigidizador en L, ala superior

h_w : altura del alma

b_2 : ídem a b_1 para el ala inferior

$k_f = 0$ ala inferior a tracción (viga a flexión)

$k_f = 1$ sección simétrica en compresión



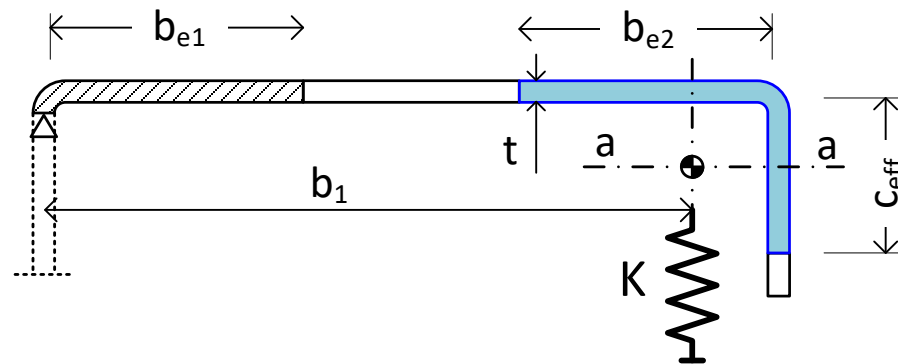
Sección eficaz del conjunto ala + labio (4)

Paso 2.3 Tensión crítica de pandeo elástico del rigidizador en L formado por la parte efectiva del labio y del ala junto a él

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{K E I_s}}{A_s}$$

Paso 2.4 Esbeltez del rigidizador en L formado por la parte efectiva del labio y del ala junto a él

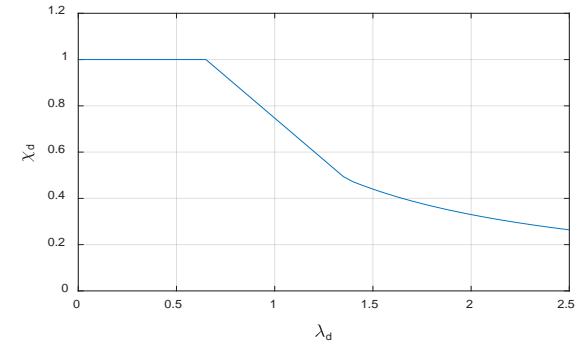
$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,s}}}$$



Sección eficaz del conjunto ala + labio (5)

Paso 2.5 χ_d Factor de reducción por pandeo a flexión del rigidizador en L

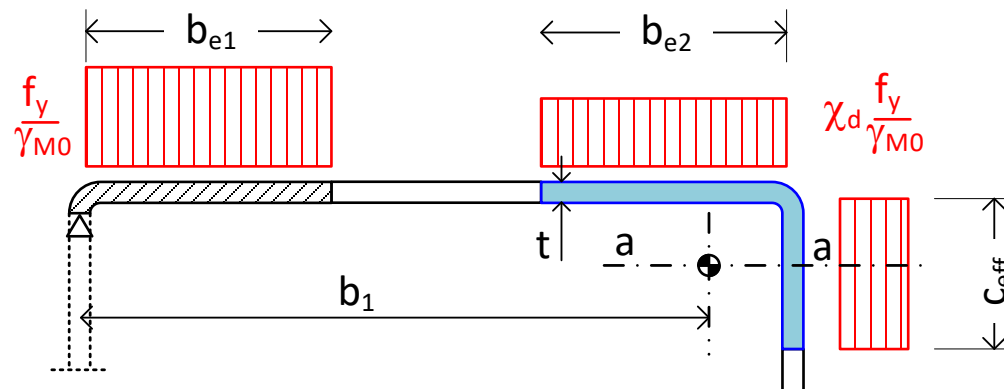
$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_d \leq 0.65 & \chi_d = 1.0 \\ 0.65 < \bar{\lambda}_d \leq 1.38 & \chi_d = 1.47 - 0.723 \bar{\lambda}_d \\ \bar{\lambda}_d > 1.38 & \chi_d = \frac{0.66}{\bar{\lambda}_d} \end{array} \right.$$



La resistencia a compresión del rigidizador en L queda disminuida al valor

$$\sigma_{com,Ed} = \chi_d \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

La resistencia a compresión del resto del perfil es $\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

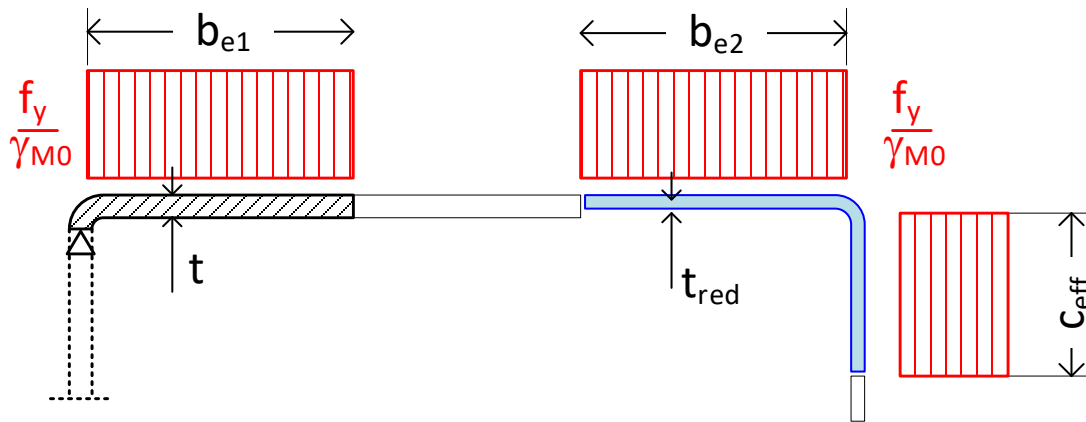


Sección eficaz del conjunto ala + labio (6)

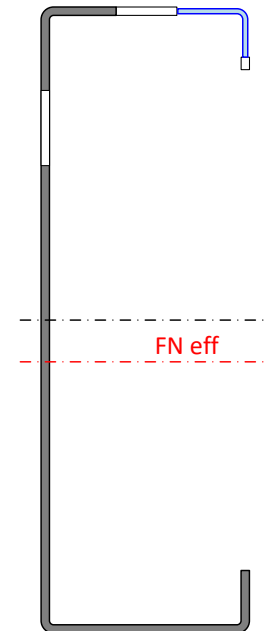
Paso 2.6

Adoptar un **espesor reducido** para el rigidizador en L, a fin de tener en cuenta que tiene menos resistencia que otras zonas del perfil, para poder emplear una resistencia de valor $\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ en todo él.

$$t_{red} = \chi_d t$$



Calcular las propiedades resistentes efectivas del perfil con las dimensiones efectivas obtenidas y el valor del espesor reducido en la zona del rigidizador en L



Sección eficaz del conjunto ala + labio (y 7)

Paso 3 Opcional

Tensión de compresión obtenida en el paso 2.5 en el ala: $\sigma_{com,Ed} = \chi_d \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

Es distinta de la tensión de partida en el paso 1 $\sigma_{com,Ed} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

Iterar, repitiendo los pasos 1 y 2, con el nuevo valor de la tensión de compresión en el ala:

$$\sigma_{com,Ed,i+1} = \chi_d \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Esto es equivalente a adoptar una nueva esbeltez del ala:

$$\bar{\lambda}_{p,i+1} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d}$$

Iterar hasta alcanzar la convergencia en el valor del factor de reducción por pandeo χ_d

Si no se itera, los resultados suelen ser, en general, más conservadores, porque aunque χ_d disminuya, b_{e2} aumenta.

Cálculo de la resistencia del alma

Alma es clase 3: sección eficaz=sección bruta

Alma es clase 4: proceso estándar en los perfiles de clase 4

Cálculo de la sección eficaz del alma (1)

Punto de partida: sección eficaz del ala + labio y alma, alma completa

Calcular la posición de la fibra neutra z_{FN} en el c.d.g. de la sección

Identificar las alturas a compresión h_c y tracción h_t del alma

$$h_c + h_t = h_p$$

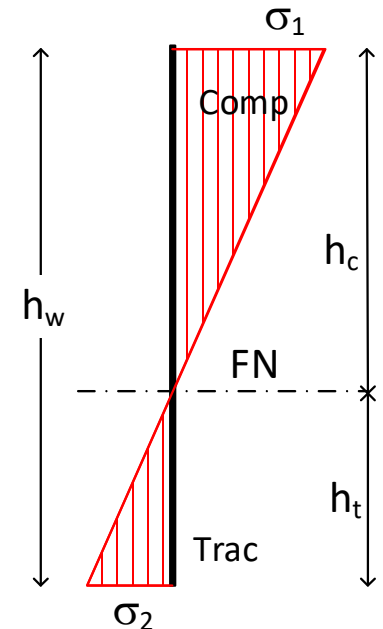
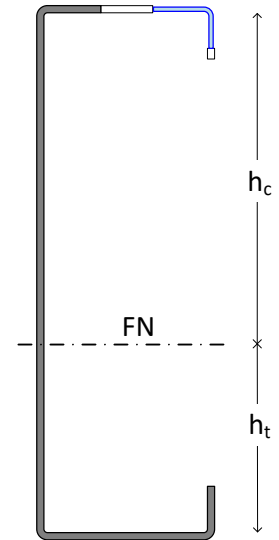
Relación de tensiones en los extremos del alma $\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = -\frac{h_t}{h_c}$

En flexión, es $-1 \leq \psi \leq 0$

Coeficiente de abolladura k_σ EN 1993-1-5 Tabla 4.1

$$k_\sigma = 7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$$

Esbeltez del alma $\bar{\lambda}_p = \frac{(h_w/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$



Cálculo de la sección eficaz del alma (2)

Coeficiente de reducción por abolladura del alma ρ EN 1993-1-5 4.4 (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \\ \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \rho = 1.0 \\ \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array}$$

Altura eficaz del alma en compresión $h_{eff} = \rho h_c$

Distribuir la altura eficaz del alma en compresión

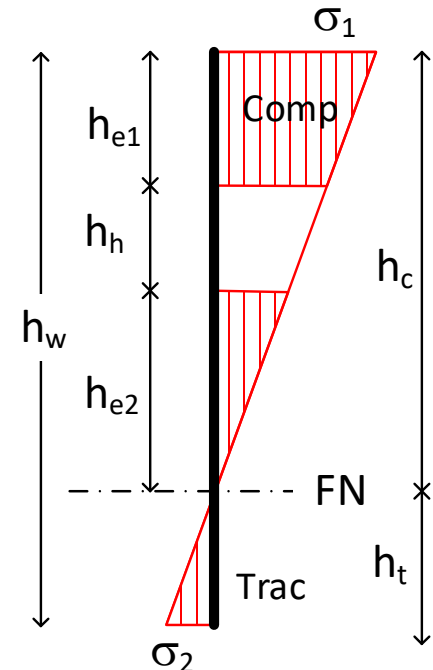
$$h_{e1} = 0.4 h_{eff} \quad h_{e2} = 0.6 h_{eff}$$

Alto no eficaz del alma en compresión h_h

$$h_h = (1 - \rho) h_c$$

Calcular la nueva posición de la fibra neutra z'_{FN} , considerando sólo la altura eficaz del alma

Iterar hasta que la posición de la fibra neutra z_{FN} converja



Ejemplo

$$h = 300$$

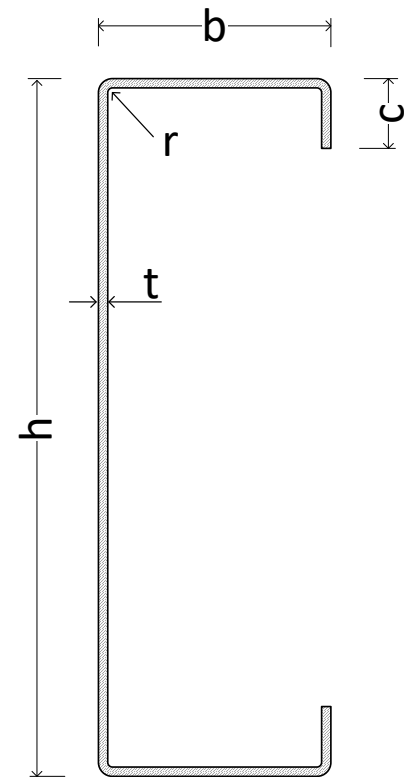
$$b = 70$$

$$c = 20$$

$$t = 2$$

$$r = 4$$

S355



Ejemplo. Perfil C $h = 300$ $b = 70$ $c = 20$ $t = 2$ $r = 4$ S355

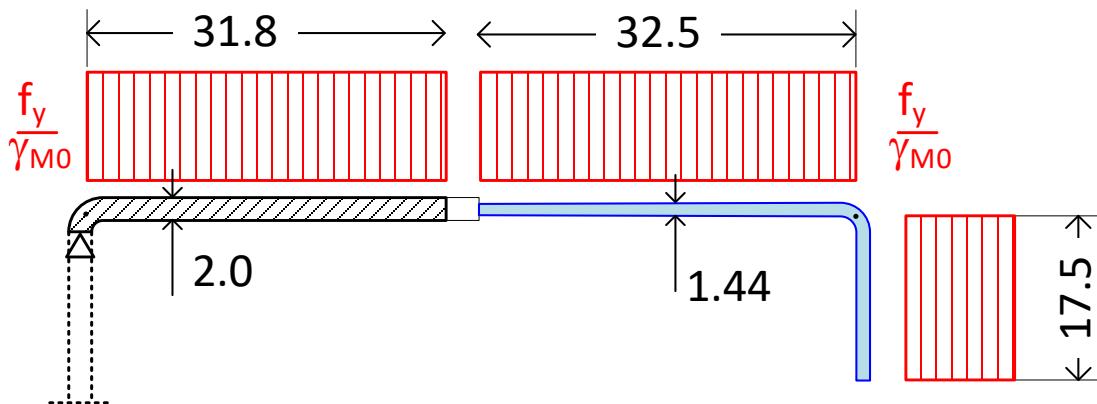
Dimensiones de cálculo, entre puntos P: $h_p = 295.1$ $b_p = 65.1$ $b_{p,c} = 17.54$

Inercia bruta: $11.54 \times 10^6 \text{ mm}^4$

Módulo elástico bruto: 76969 mm^3

Cálculo del ala + labio. Iteraciones: 3 Tolerancia en $\chi_d = 10^{-4}$

Ala				Labio			Rigidizador en L			
$\bar{\lambda}_p$	ρ	b_{e1}	b_{e2}	$\bar{\lambda}_{p,c}$	ρ_c	c_{eff}	$\sigma_{cr,s}$	$\bar{\lambda}_d$	χ_d	$\sigma_{com,Ed}$
0.704	0.977	31.8	31.8	0.537	1.0	17.5	331.7	1.034	0.722	256.3
0.598	1.0	31.8	32.5	0.456	1.0	17.5	329.9	1.037	0.720	255.6
0.597	1.0	31.8	32.5	0.455	1.0	17.5	329.9	1.037	0.720	255.6



Espesor reducido:

$$t_{red} = \chi_d t = 0.720 t$$

$$t_{red} = 1.44 \text{ mm}$$

Ejemplo. Perfil C $h = 300$ $b = 70$ $c = 20$ $t = 2$ $r = 4$ S355

Cálculo del alma. Iteraciones: 5 Tolerancia en $z_{FN} = 0.01$ mm

z_{FN}	ψ	k_σ	$\bar{\lambda}_p$	ρ	h_c	h_{eff}	h_h
153.9	-0.936	22.23	1.353	0.677	152.4	103.2	51.3
164.5	-0.809	19.31	1.453	0.631	163.1	102.9	62.7
166.4	-0.789	18.85	1.471	0.624	165.0	102.9	62.6
166.8	-0.789	18.78	1.473	0.623	165.3	102.9	65.0
166.8	-0.785	18.76	1.474	0.622	165.3	102.9	62.4

z_{FN} medio desde el eje del ala superior

Alto zona comprimida alma: $h_c = 165.34$ mm

Alto zona traccionada alma: $h_t = 129.73$ mm

Alto eficaz a compresión del alma: $h_{eff} = 102.9$ mm ($\rho = 0.622$)

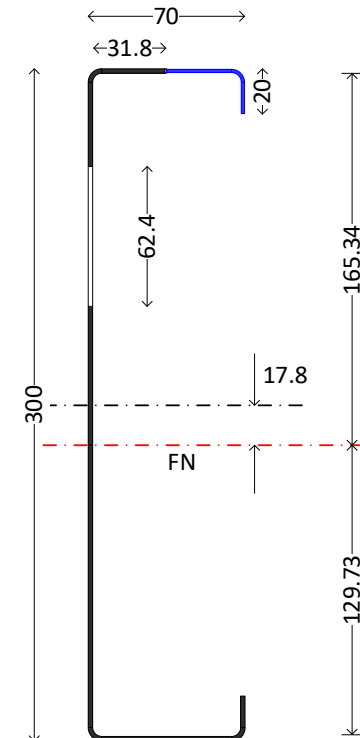
Alto hueco no útil alma: $h_h = 62.4$ mm

Descenso FN: 17.8 mm

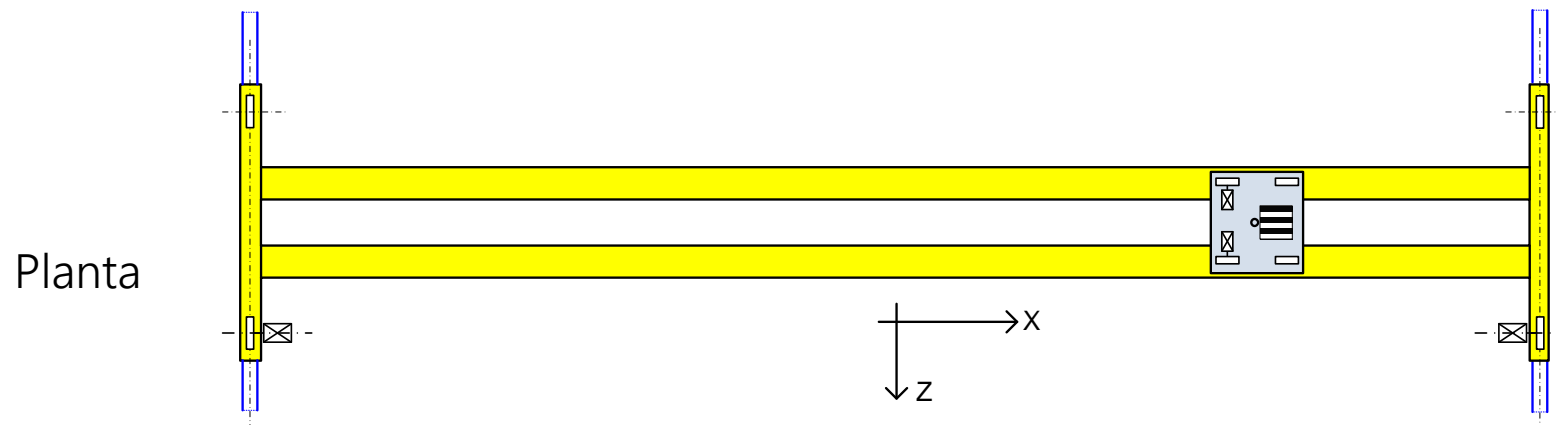
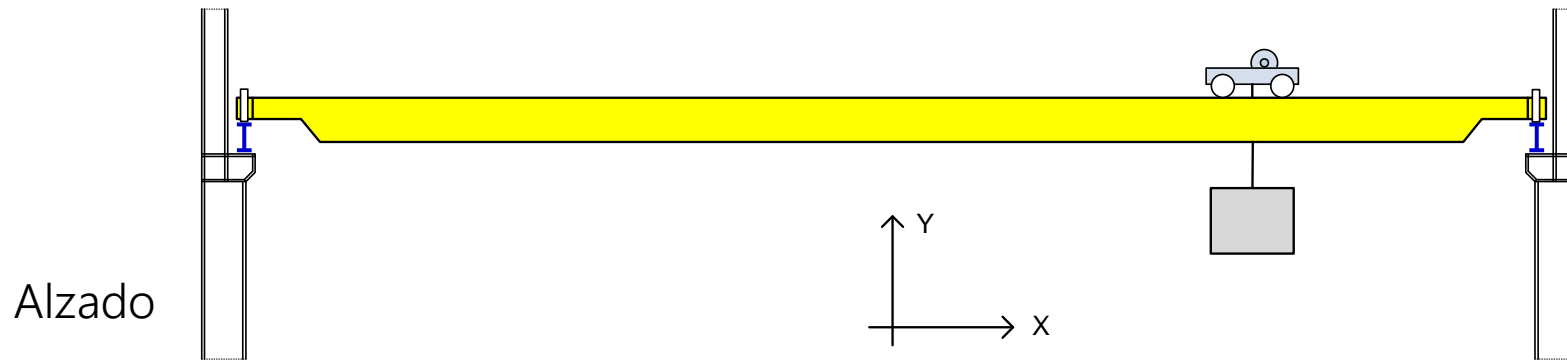
Inercia eficaz: $9.917 \cdot 10^6$ mm⁴ (86% del bruto)

Módulo elástico eficaz compresión: 59097 mm³ (77% del bruto)

Módulo elástico eficaz tracción: 75028 mm³ (98% del bruto)



Grúas puente



Grúas puente. Clasificación. UNE 58112, EN 13001

Según su uso (U)

	Ciclos (máx.)	Uso
U0	16 k	Ocasional
U1	32 k	" "
U2	63 k	" "
U3	125 k	" "
U4	250 k	Regular ligero

	Ciclos (máx.)	Uso
U5	500 k	Regular intermitente
U6	1 M	Regular intensivo
U7	2 M	Intensivo
U8	4 M	" "
U9	> 4 M	" "

Según su condición de carga (Q)

Condición de carga	Observaciones
Q1 Ligero	Raramente carga nominal. Habitualmente cargas muy pequeñas
Q2 Moderado	Con bastante frecuencia carga nominal. Corrientemente cargas pequeñas
Q3 Pesado	Con bastante frecuencia carga nominal. Corrientemente cargas medianas
Q4 Muy pesado	Corrientemente carga próxima a la nominal

Cálculo mucho más preciso de Q, según EN 13001: requiere conocer en detalle los ciclos de carga

Grúas puente. Grupos

8 grupos, en función de su uso U y condición de carga Q

	U0	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
Q1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8
Q2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	8
Q3	1	2	3	4	5	6	7	8	8	8
Q4	2	3	4	5	6	7	8	8	8	8

Factor de esfuerzos dinámicos para reacciones verticales

Las reacciones verticales calculadas de forma estática se multiplican por un coeficiente Φ para tener en cuenta los efectos dinámicos

$$R_{dinam} = \Phi R_{estat}$$

Según UNE 76201. Depende del grupo de la grúa

Es distinto para el diseño de la viga carril y de sus soportes

Grupo	Φ viga carril		Φ soportes	
	Máximo	Reducido	Máximo	Reducido
1 y 2	1.10	1.10	1.00	1.00
3 y 4	1.15	1.10	1.00	1.00
5 y 6	1.25	1.10	1.10	1.00
7 y 8	1.35	1.10	1.20	1.00

Reducido: cuando hay varias grúas en la misma viga carril

Otro procedimiento para hallar Φ muy sofisticado y complejo en EN 1991-3

Acciones verticales (1)

Deben ser proporcionadas por el fabricante de la grúa.

Normalmente se consideran **dos situaciones** de la grúa que producen las máximas reacciones: con la **carga en los dos extremos** del puente.

Valores aproximados, calculados de forma estática:

Reacción vertical máxima total ΣR_{max} en cada testero de la viga carril:

$$\Sigma R_{max} \approx \frac{P}{2} + (C + Q) \left(1 - \frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

Reacción total máxima en el testero más cargado

$$\Sigma R_{ACmax} \approx \frac{P}{2} + (C + Q) \left(\frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

Reacción total acompañante a la máxima, en el testero menos cargado

P : peso del puente, C : peso del carro móvil, Q carga útil

d_{min} distancia mínima de la carga al carril

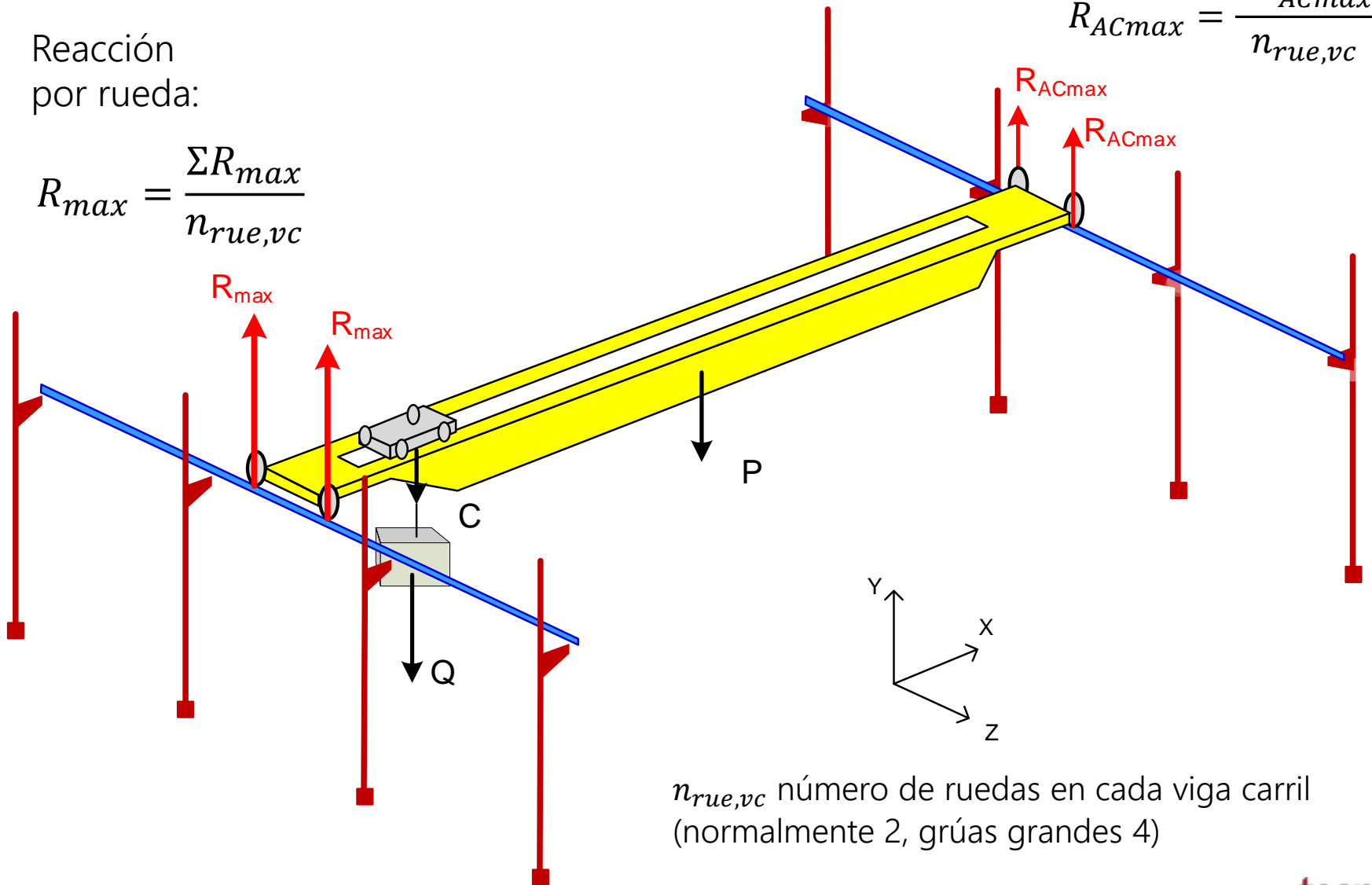
L_{grua} luz de la grúa entre vigas carril

Acciones verticales (2)

Reacción
por rueda:

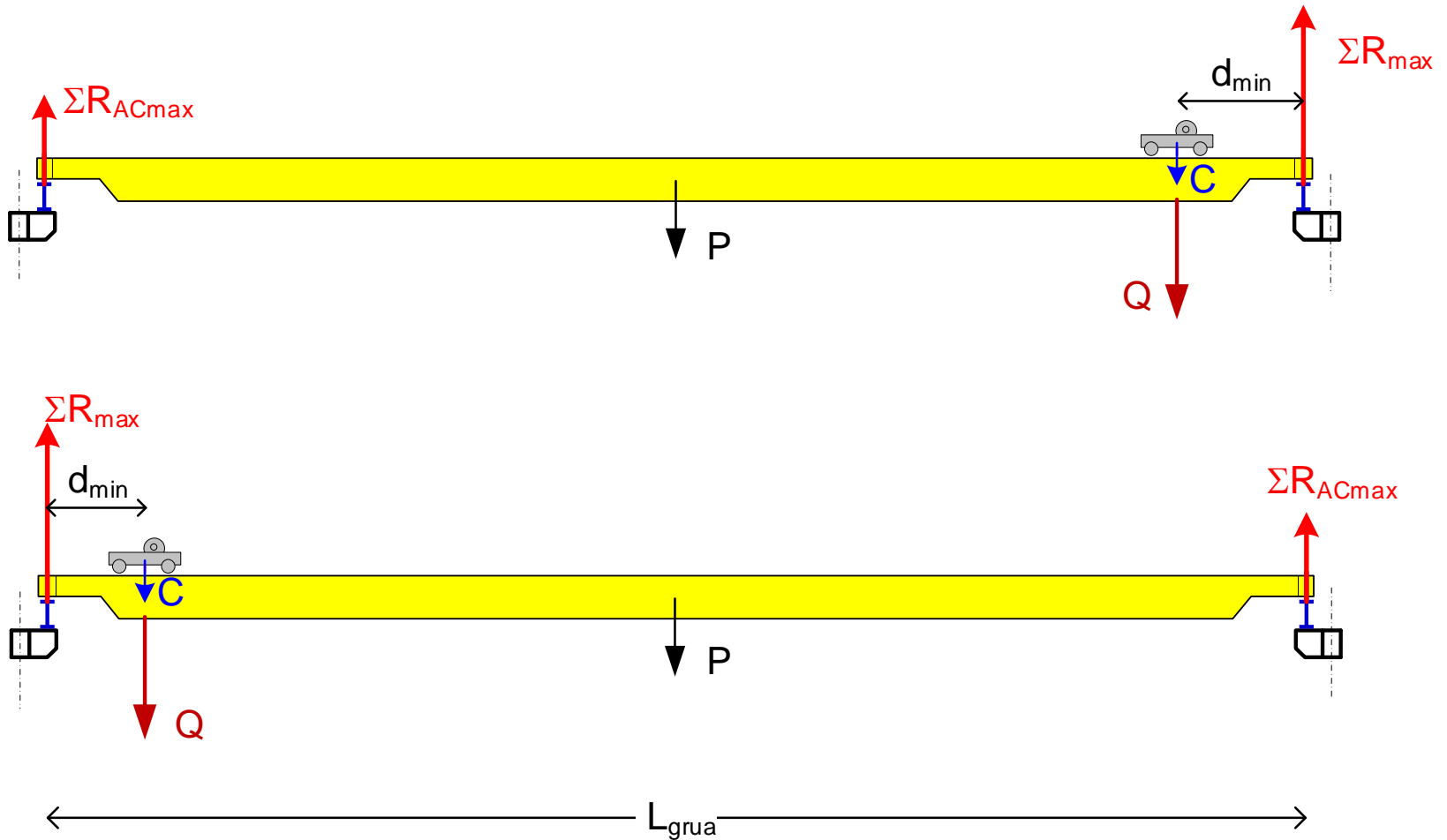
$$R_{max} = \frac{\Sigma R_{max}}{n_{rue,vc}}$$

$$R_{ACmax} = \frac{\Sigma R_{ACmax}}{n_{rue,vc}}$$

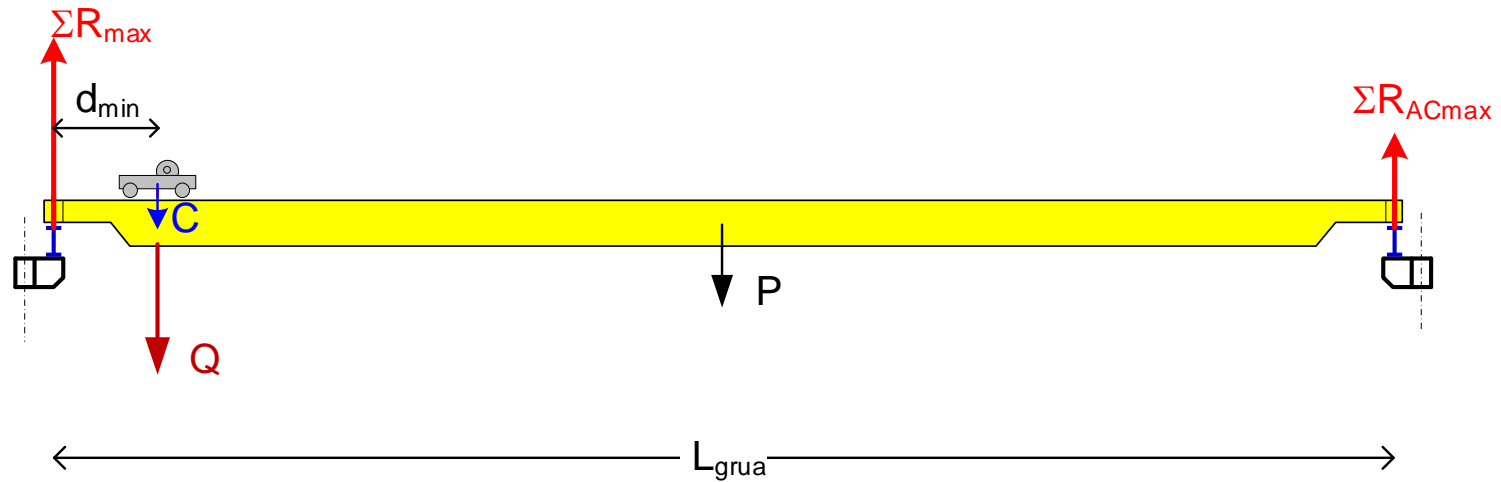


$n_{rue,vc}$ número de ruedas en cada viga carril
(normalmente 2, grúas grandes 4)

Acciones verticales (3). Posiciones extremas de la grúa



Acciones verticales (4). Cálculo aproximado



$$\Sigma M_{dcha} = 0 \quad \Sigma R_{max} L_{grua} = P \frac{L_{grua}}{2} + (C + Q)(L_{grua} - d_{min})$$

$$\Sigma R_{max} = \frac{P}{2} + (C + Q) \left(1 - \frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

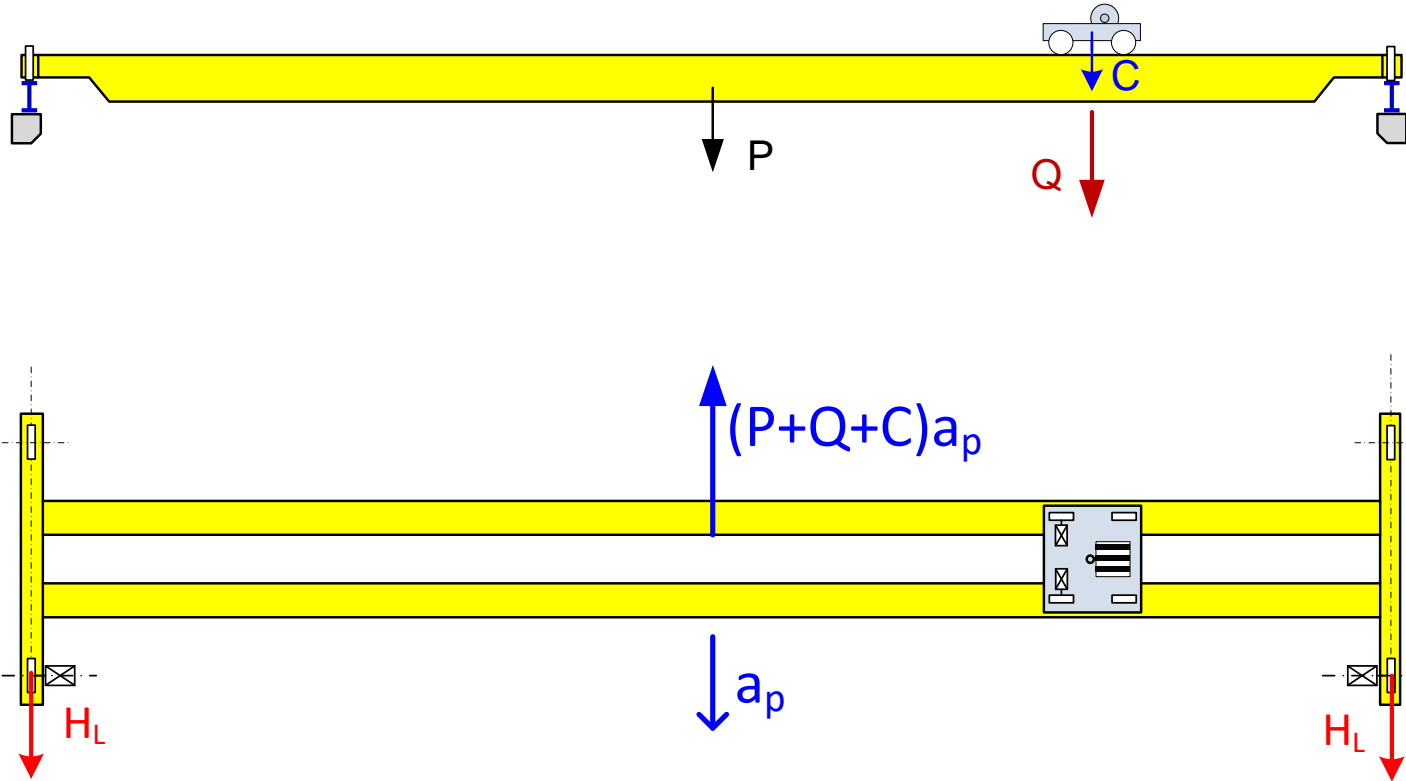
$$\Sigma F_Y = 0 \quad \Sigma R_{ACmax} + \Sigma R_{max} = P + C + Q$$

$$\Sigma R_{ACmax} = \frac{P}{2} + (C + Q) \left(\frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (0)

Causadas por la aceleración/frenado longitudinal del puente grúa

Resultado de la fuerza de accionamiento en el contacto rueda motriz / carril



Valor conservador (máximo, en deslizamiento con $f = 0.2$):

$$\Sigma H_{l,max} = 0.2 \frac{(Q + C + P)}{n_{rue,p}} n_{mot,p}$$

Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (1)

Causadas por la aceleración/frenado longitudinal del puente grúa

Resultado de la fuerza de accionamiento en el contacto rueda motriz / carril

A. Para diseño de la viga carril:

$$\Sigma H_{l,max} = (Q + C + P) \left(\omega + \frac{2j_p}{g} \right) \leq (Q + C + P) f \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}}$$

$\Sigma H_{l,max}$: suma de todas las fuerzas longitudinales en la grúa

ω : Coeficiente de resistencia al avance por fricción $\omega \approx 0.003 \div 0.005$

j_p : aceleración longitudinal del puente. Recomendado $j_p = 0.4 \text{ m/s}^2$

Valores en Tabla 6 UNE: $j_p \approx 0.2 \div 0.6 \text{ m/s}^2$

f : Coeficiente de adherencia (acero/acero seco $f = 0.2$)

$n_{mot,p}$: número de ruedas motrices del puente (hab. 2)

$n_{rue,p}$: número de ruedas del puente (hab. 4)

Valor conservador (máximo): $\Sigma H_{l,max} = 0.2 (Q + C + P) \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}}$

Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (2)

$\Sigma H_{l,max}$ se distribuye a partes iguales sobre las ruedas motrices de ambos carriles ($n_{mot,p}$), salvo si está limitada por la adherencia

$$H_{li} = \frac{\Sigma H_{l,max}}{n_{mot,p}}$$

Si está limitada por la adherencia: repartir proporcionalmente a la reacción vertical en cada carril

Reacción menor:
$$H_{l2} = f \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}} \Sigma R_{ACmax}$$

Reacción mayor:
$$H_{l1} = \Sigma H_{l,max} - H_{l2}$$

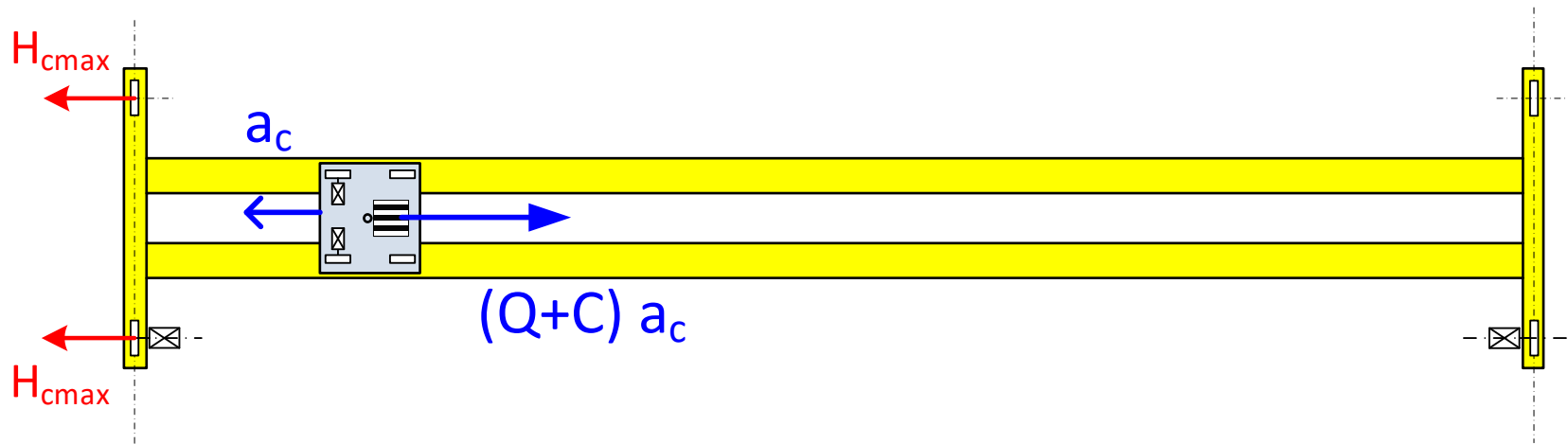
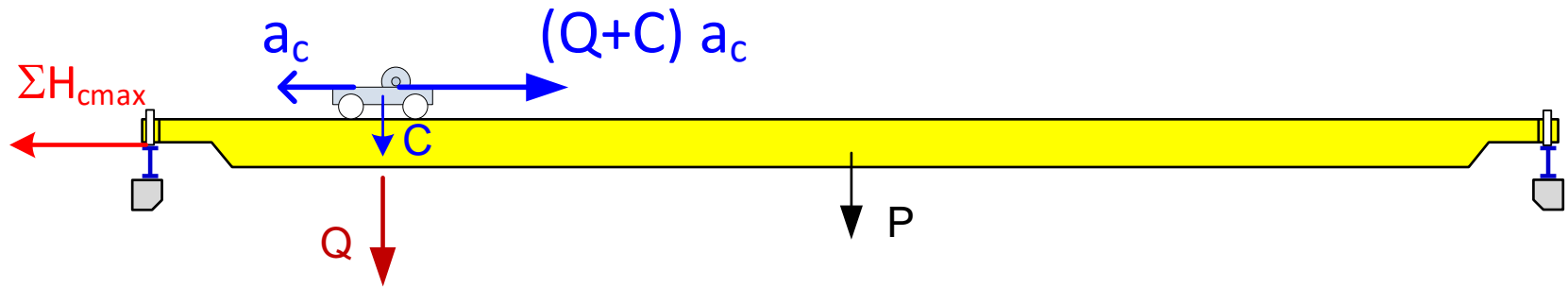
B. Para diseño de los soportes:

Fuerza longitudinal en cada sistema de soporte de la viga carril (pórtico de frenado):

$$H_{li} = 0.2 \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}} \Sigma R_i$$

ΣR_i Suma de las reacciones verticales en cada testero

Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (0)



Valor conservador (máximo, deslizamiento del carro con $f = 0.2$):

$$\Sigma H_{c,max} = 0.2 \frac{(Q + C)}{n_{rue,c}} n_{mot,c}$$

Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (1)

Causadas por la aceleración/frenado transversal del carro

Se producen en las ruedas motrices del carro y se absorben por las ruedas de la grúa en los testeros

A. Para diseño de la viga carril:

$$\Sigma H_{c,max} = (Q + C) \left(\omega + \frac{2 j_c}{g} \right) \leq f \frac{(Q + C)}{n_{rue,c}} n_{mot,c}$$

$\Sigma H_{c,max}$: suma de todas las fuerzas transversales en la grúa

j_c : aceleración longitudinal del carro. Recomendado $j_c = 0.2 \text{ m/s}^2$

Valores en Tabla 6 UNE: $j_c \approx 0.1 \div 0.6 \text{ m/s}^2$

$n_{mot,c}$: número de ruedas motrices del carro (hab. 2)

$n_{rue,c}$: número de ruedas del carro (hab. 4)

Valor conservador (máximo):

$$\Sigma H_{c,max} = 0.2 \frac{(Q + C)}{n_{rue,c}} n_{mot,c}$$

$\Sigma H_{c,max}$ se distribuye a partes iguales entre todas las ruedas de un testero

Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (2)

B. Para diseño de los soportes:

Fuerza transversal en cada sistema de soporte de la viga carril
(poste de la nave)

$$\Sigma H_c = 0.1 \Sigma R_i$$

ΣR_i Suma de las reacciones verticales en cada testero

Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (1)

A. Para diseño de la viga carril:

Durante la aceleración/frenado longitudinal de la grúa, la resultante de las fuerzas de inercia longitudinales está situada en un punto G, que es el c.d.g. de dichas tres masas P, C, Q.

La resultante de las fuerzas de inercia longitudinales es: $\Sigma H_{l,max}$

Las situaciones pésimas son con el carro en ambas posiciones extremas. La excentricidad de G respecto del centro de la grúa en ambas, es: e_{max}

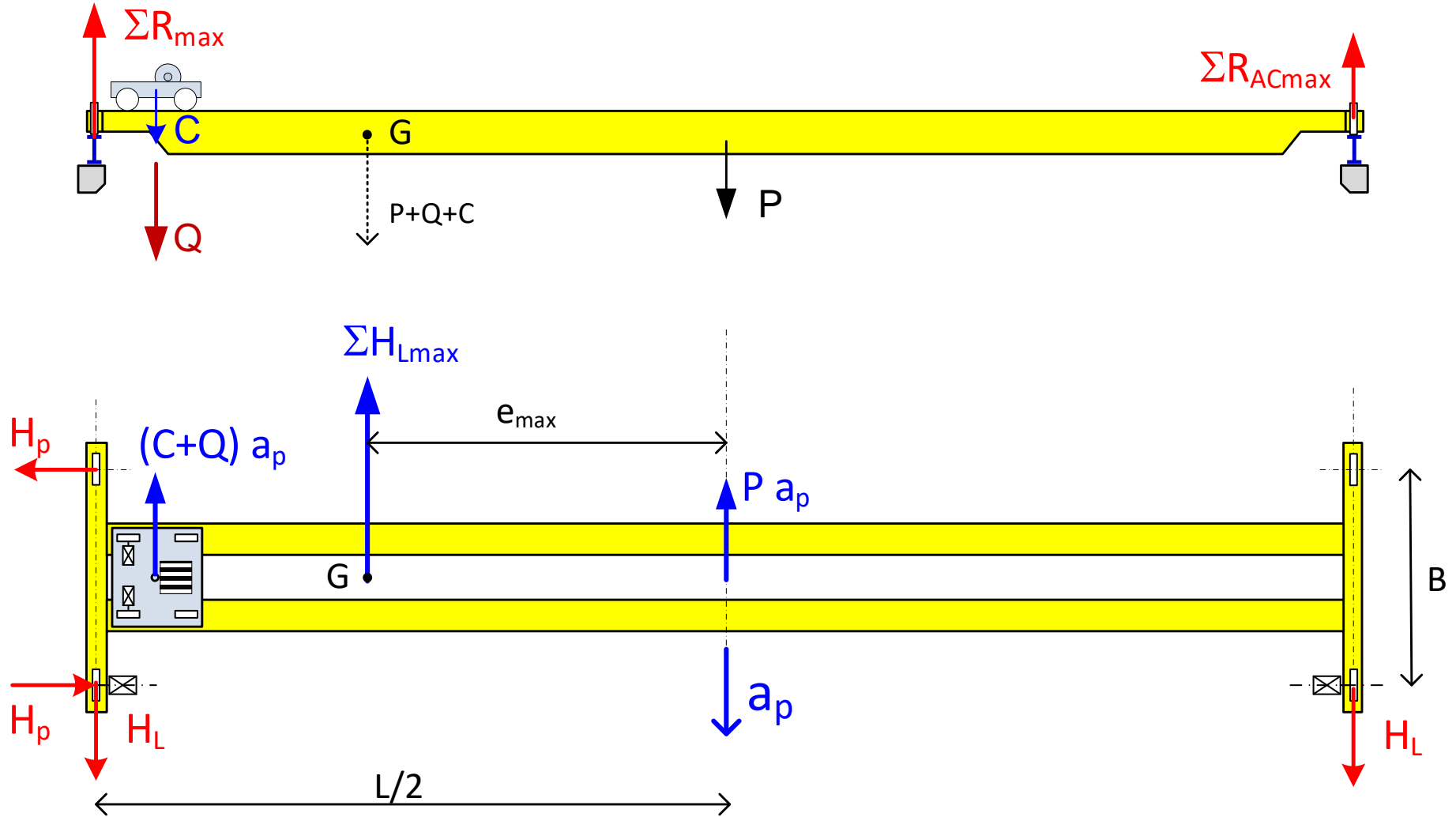
Equilibrio horizontal: dos fuerzas iguales y de sentido contrario H_p en ambas ruedas

Equilibrio de momentos respecto al eje vertical (Y) en el centro de la grúa

$$H_p B = \Sigma H_{l,max} e_{max} \longrightarrow H_p = \Sigma H_{l,max} \frac{e_{max}}{B}$$

Las fuerzas H_p aparecen en las ruedas extremas del testero más próximo al carro.

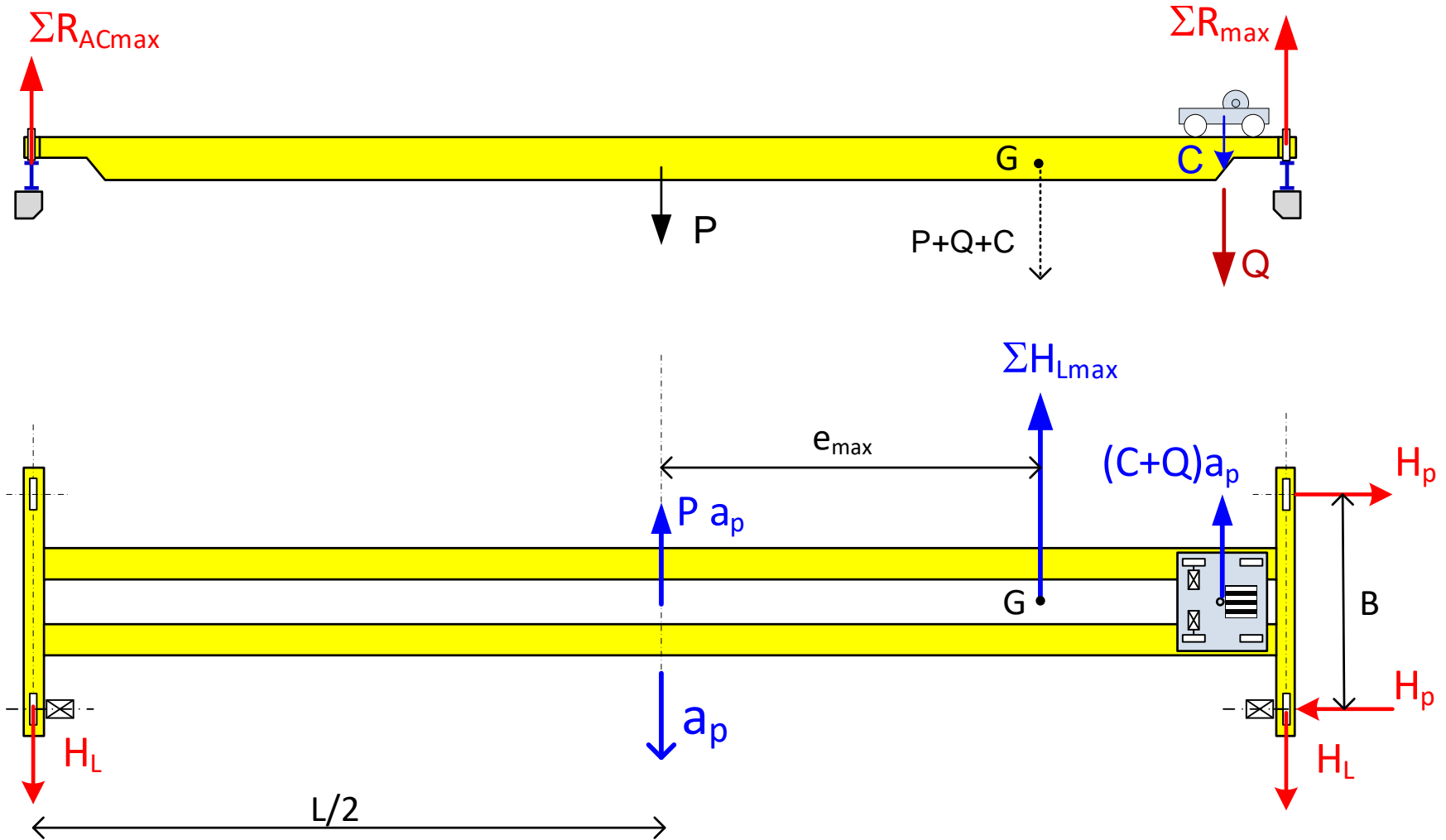
Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (2a)



$$\Sigma M_Y^P = 0$$

$$H_p B = \Sigma H_{l,max} e_{max}$$

Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (2b)



$$\Sigma M_Y^P = 0$$

$$H_p B = \Sigma H_{l,max} e_{max}$$

Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (3)

El valor de e_{max} se calcula como el eje central de las 3 fuerzas verticales Q , C , P , pues las tres fuerzas de inercia longitudinales tienen el mismo punto de aplicación que las fuerzas verticales:

$$\Sigma F_Y = 0 \quad \Sigma R_{max} + \Sigma R_{ACmax} = Q + C + P$$

$$\Sigma M_Z = 0 \quad \Sigma R_{max} L = (Q + C + P) \left(\frac{L}{2} + e_{max} \right)$$

$$e_{max} = \frac{\Sigma R_{max} - \Sigma R_{ACmax}}{\Sigma R_{max} + \Sigma R_{ACmax}} \frac{L}{2}$$

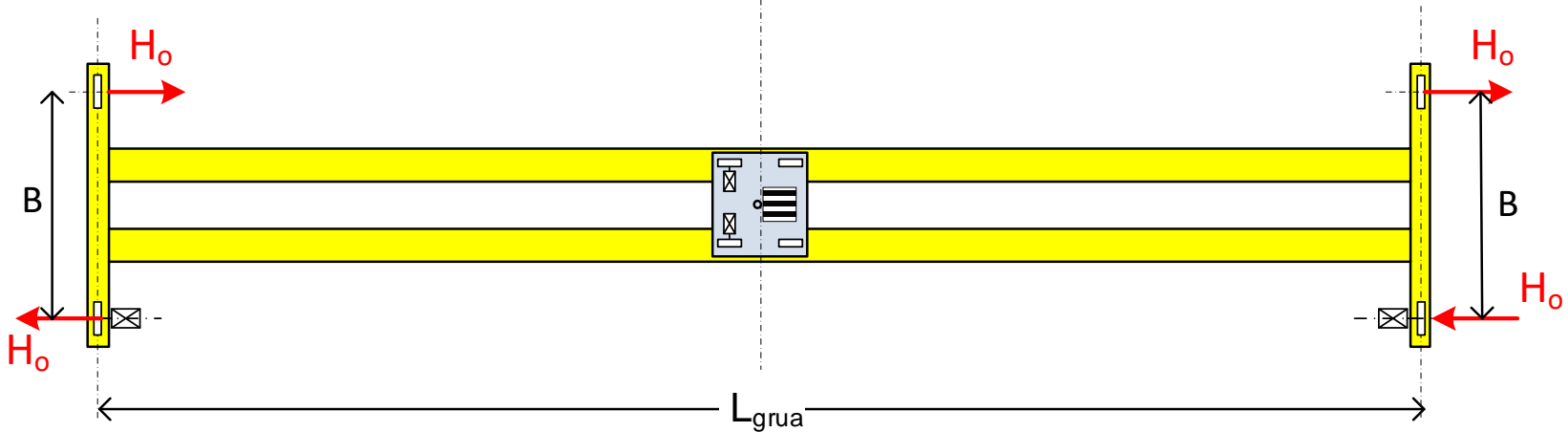
B. Para diseño de la estructura de soporte:

Esta fuerza se considera incluida en la H_c

Acciones transversales debidas a la marcha oblicua la grúa

Genera acciones H_o horizontales transversales, iguales y opuestas en las ruedas extremas. Valor máximo con el carro en el centro.

A. Para diseño de la viga carril
$$H_o = 0.024 (Q + C + P) \frac{L_{grua}}{B}$$



Valores mucho más precisos, y deducción compleja, en EN 1991-3

B. Para diseño de la estructura de soporte:

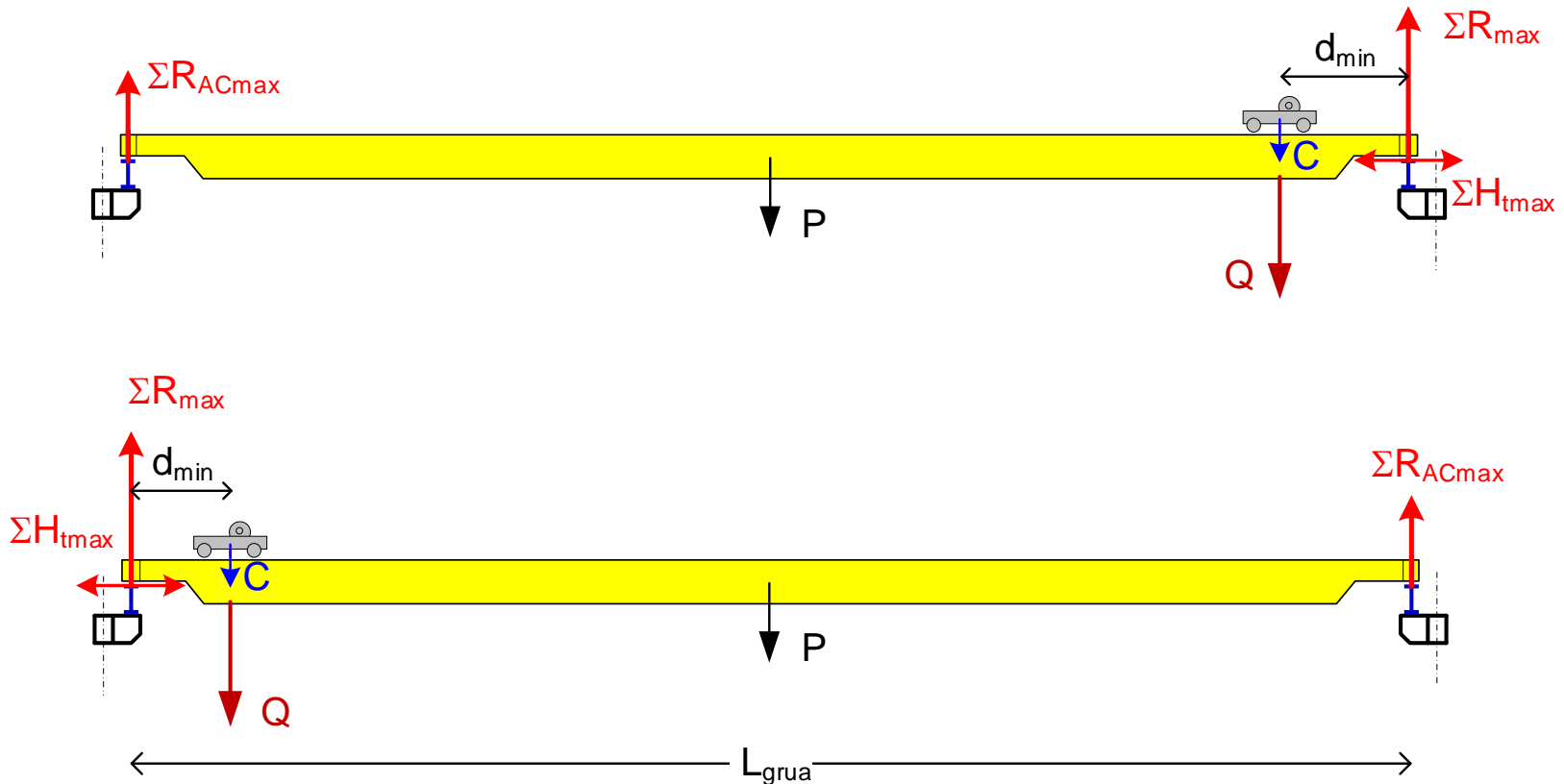
Esta fuerza se considera incluida en la H_c

Acciones transversales. Expresión simplificada. Norma SIA 160

Una única fuerza horizontal H_t engloba todos los efectos: H_c H_p H_o

$$H_{t,max} \approx 0.025 \frac{L_{grua}}{B} R_{max} \quad 2 \leq \frac{L_{grua}}{B} \leq 8$$

Se aplica en el testero más cargado, en ambas direcciones



Acciones longitudinales. Expresión simplificada

Se emplea el valor conservador (máximo):

$$\Sigma H_{l,max} = 0.2 \frac{(Q + C + P)}{n_{rue,p}} n_{mot,p}$$

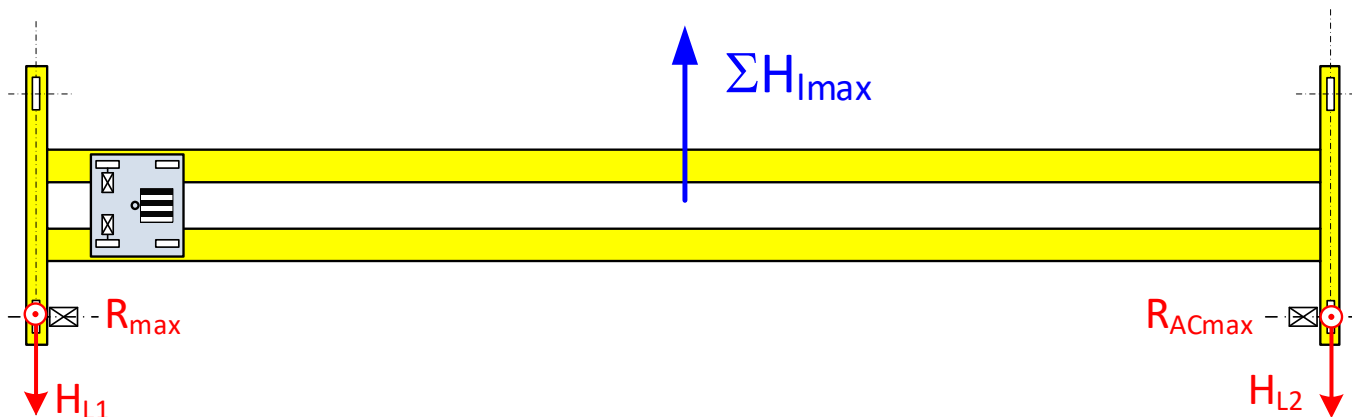
$\Sigma H_{l,max}$ se distribuye a partes iguales sobre las ruedas motrices de ambos carriles ($n_{mot,p}$), salvo si está limitada por la adherencia

$$H_{li} = \frac{\Sigma H_{l,max}}{n_{mot,p}}$$

Si no se conoce $(Q + C + P)$ es habitual adoptar una fuerza longitudinal igual a 0.2 de la reacción vertical en cada rueda motriz

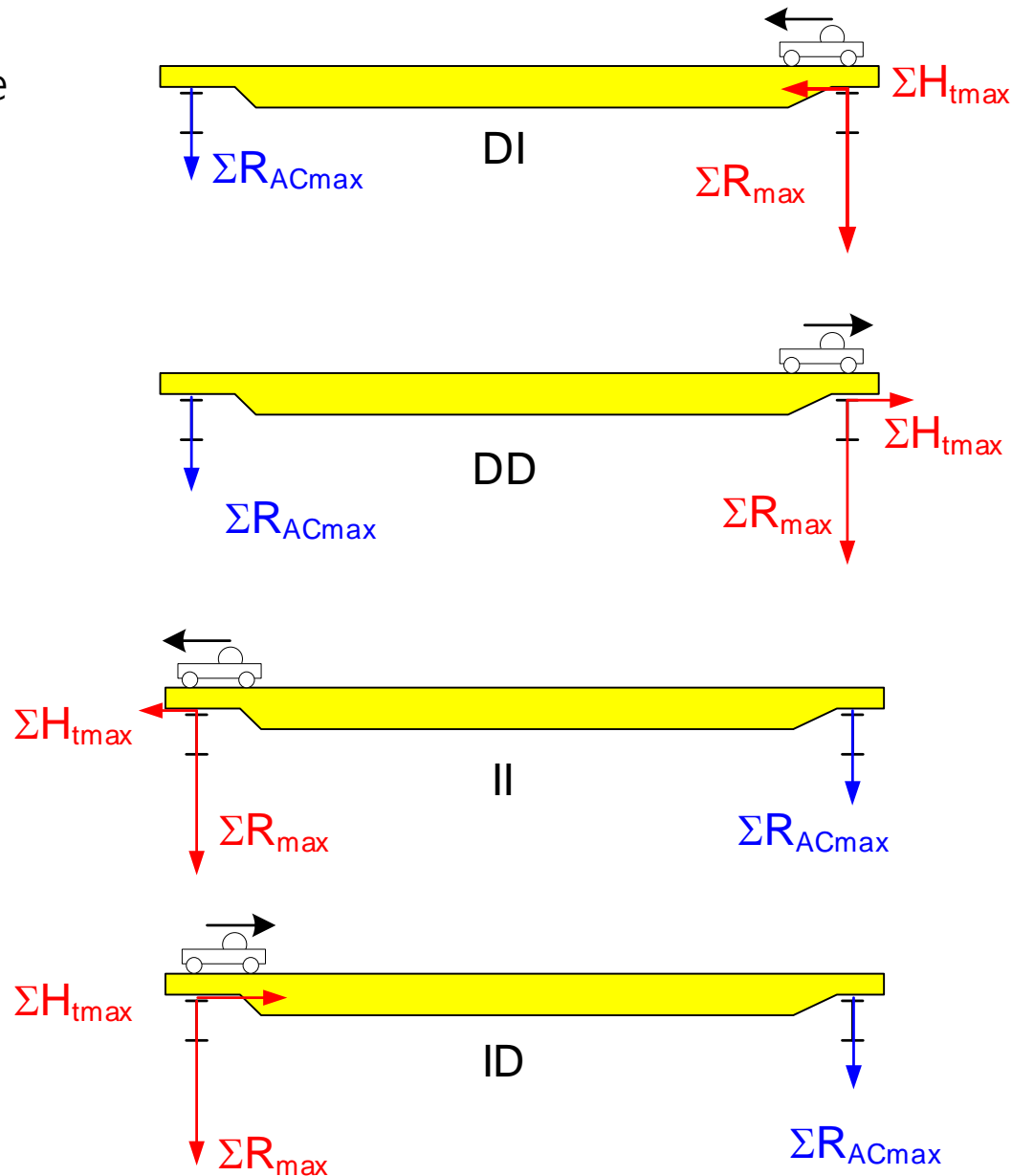
$$H_{l1} = 0.2 R_{max}$$

$$H_{l2} = 0.2 R_{ACmax}$$



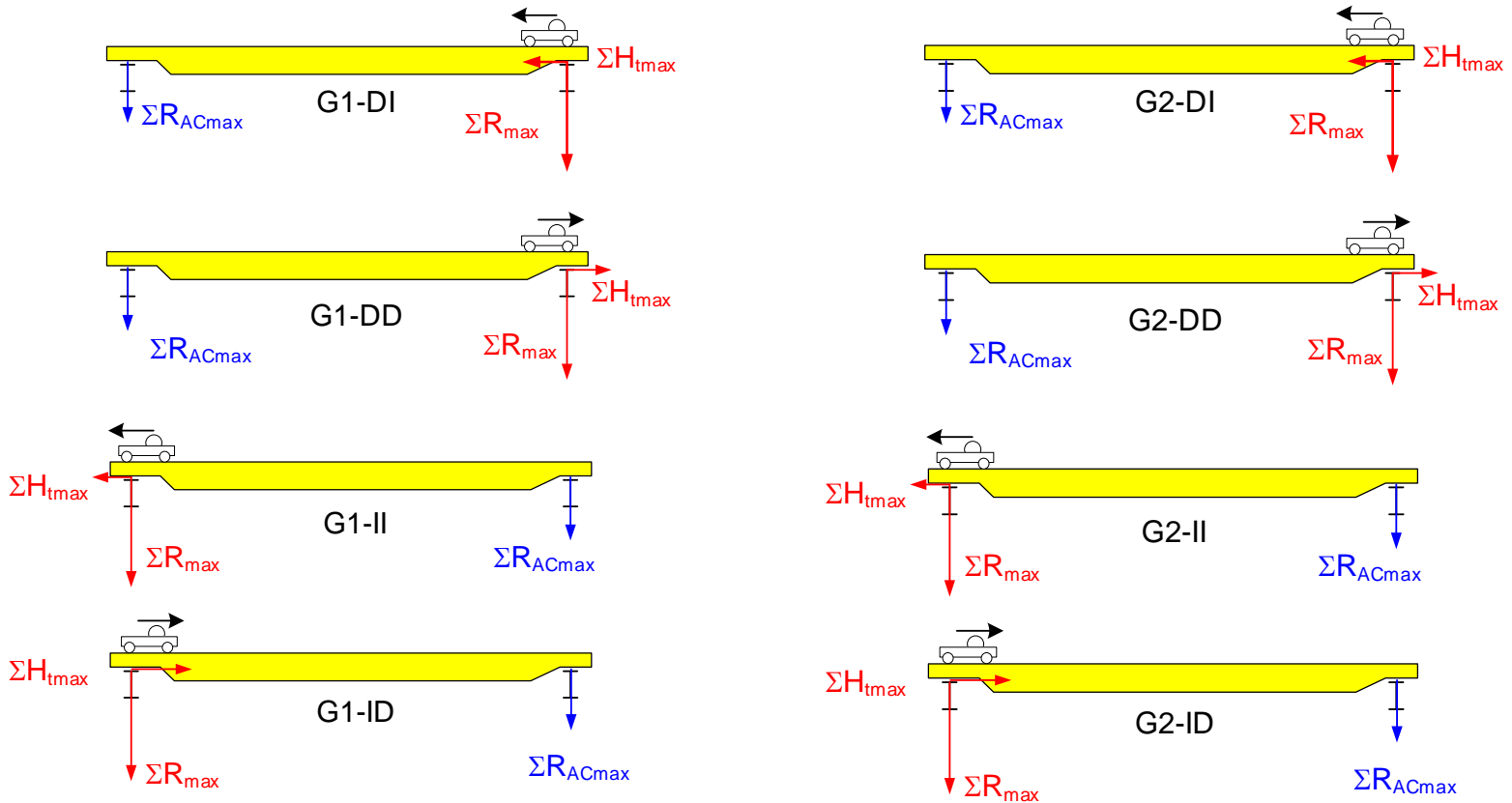
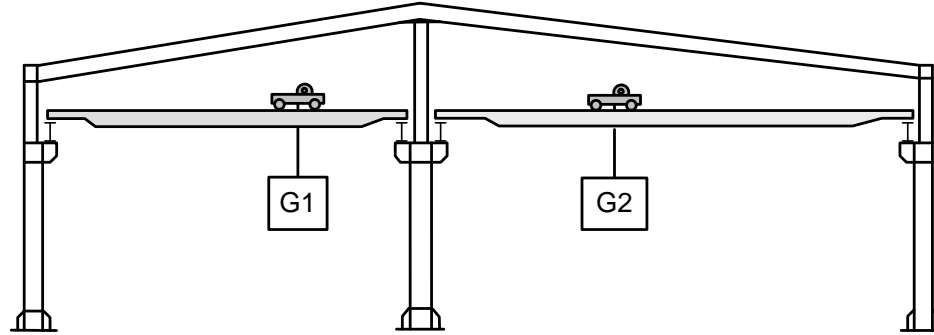
Casos de carga debidos a una grúa: 4 distintos

Acciones sobre la viga carril



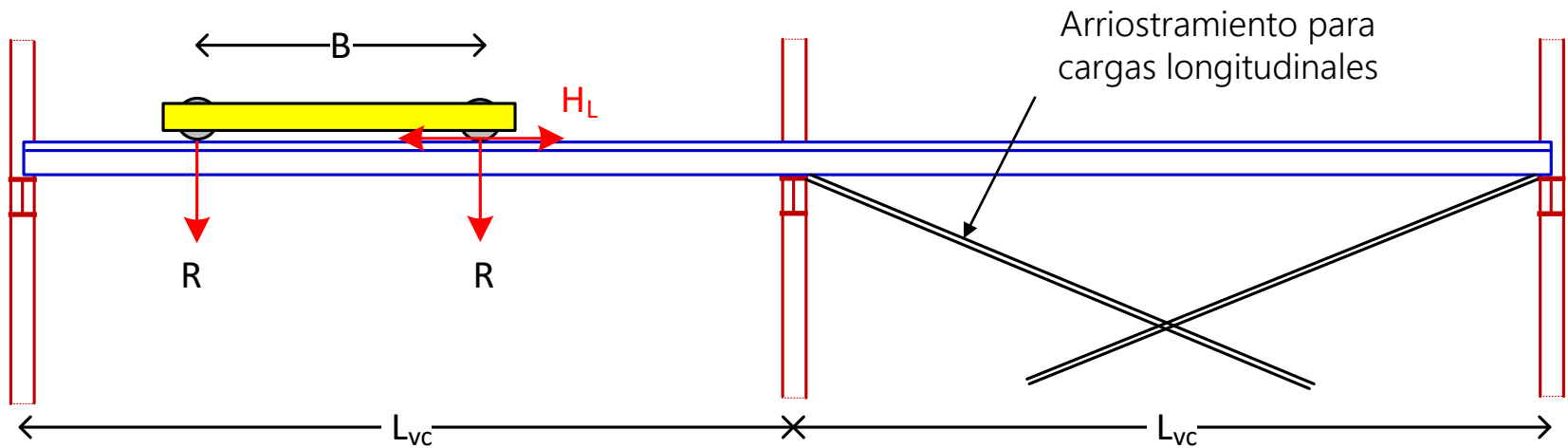
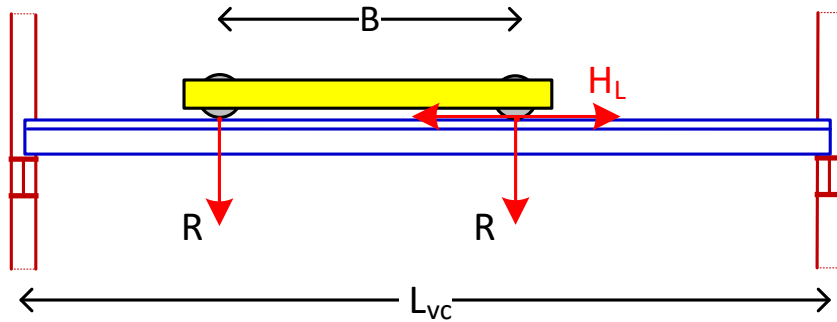
Nave con dos grúas

16 casos de carga



Casos de carga debidos a las fuerzas longitudinales

2 casos de carga ($\pm H_L$)



Coeficientes parciales de acción γ para grúas

Valores según EN 1991-3 Anexo A

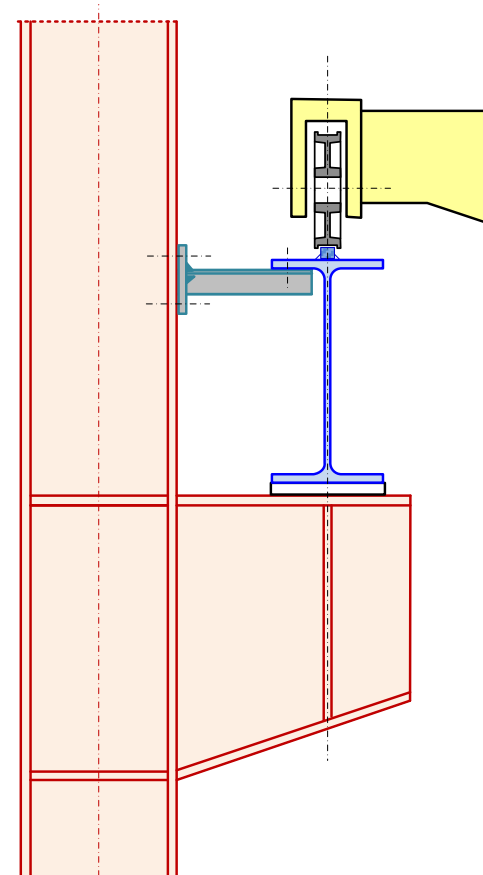
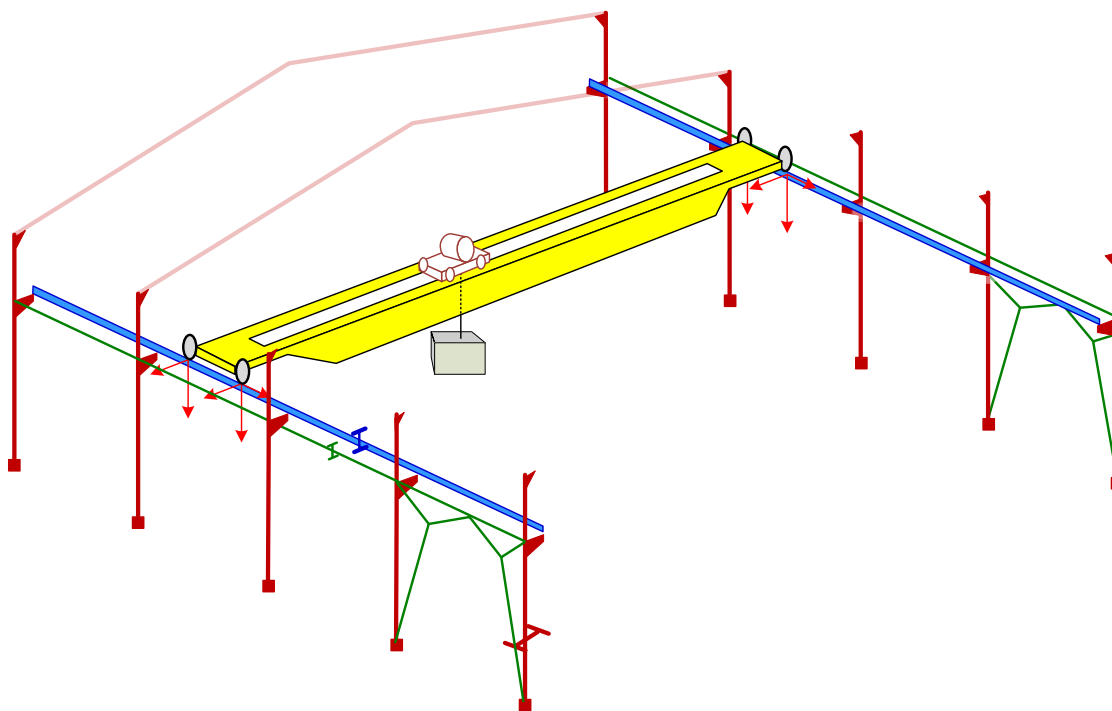
Estados límite últimos ELU - Coeficientes parciales γ recomendados

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria		Situación accidental	
	Favorable	Desfavorable	Favorable	Desfavorable
Acciones permanentes de la grúa γ_G	1.00	1.35	1.00	1.00
Acciones variables de la grúa γ_Q				
Desfavorable		1.35		1.00
Favorable Grúa presente	1.00		1.00	
Favorable Grúa no presente	0.00		0.00	
Otras acciones variables γ_Q	0.00	1.50	0.00	1.00
Accidental γ_A	- -	- -		1.00

Coeficientes de simultaneidad: $\Psi_0 = 1.0$ $\Psi_1 = 0.9$ $\Psi_2 = \frac{\text{Cargas permanentes}}{\text{Cargas totales}}$

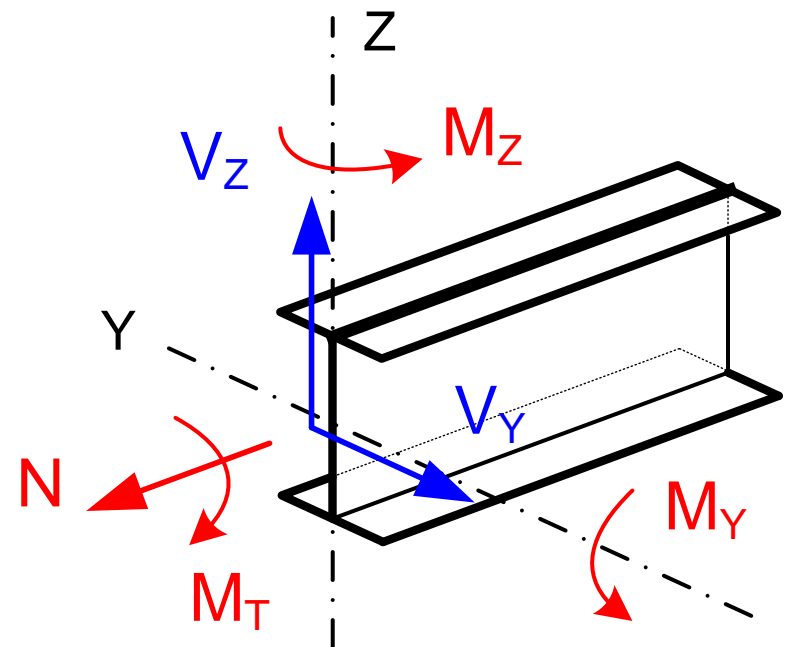
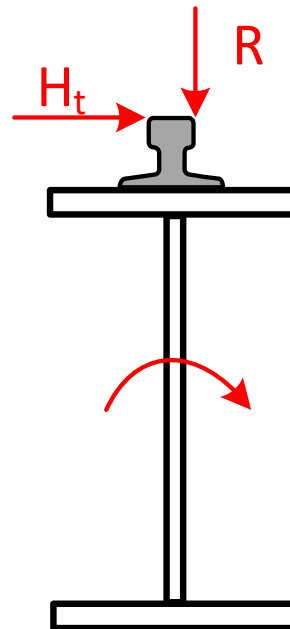
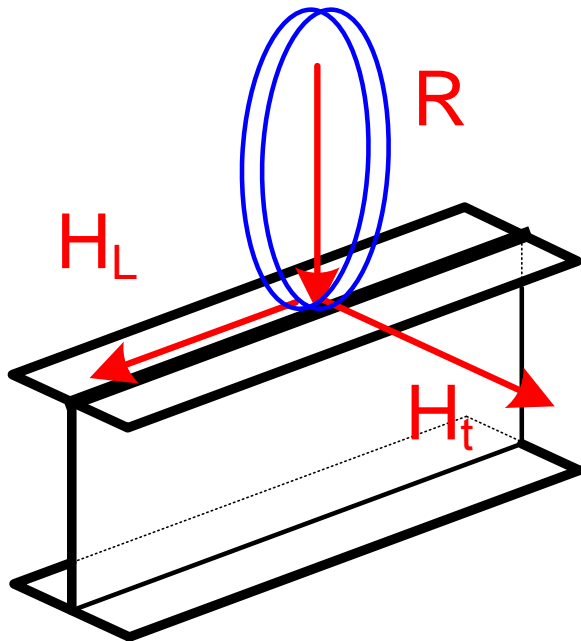
Estados límite de servicio ELS: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Coeficientes parciales } \gamma = 1.0 \\ \text{Coeficientes dinámicos } \Phi = 1 \end{array} \right.$

Vigas carril



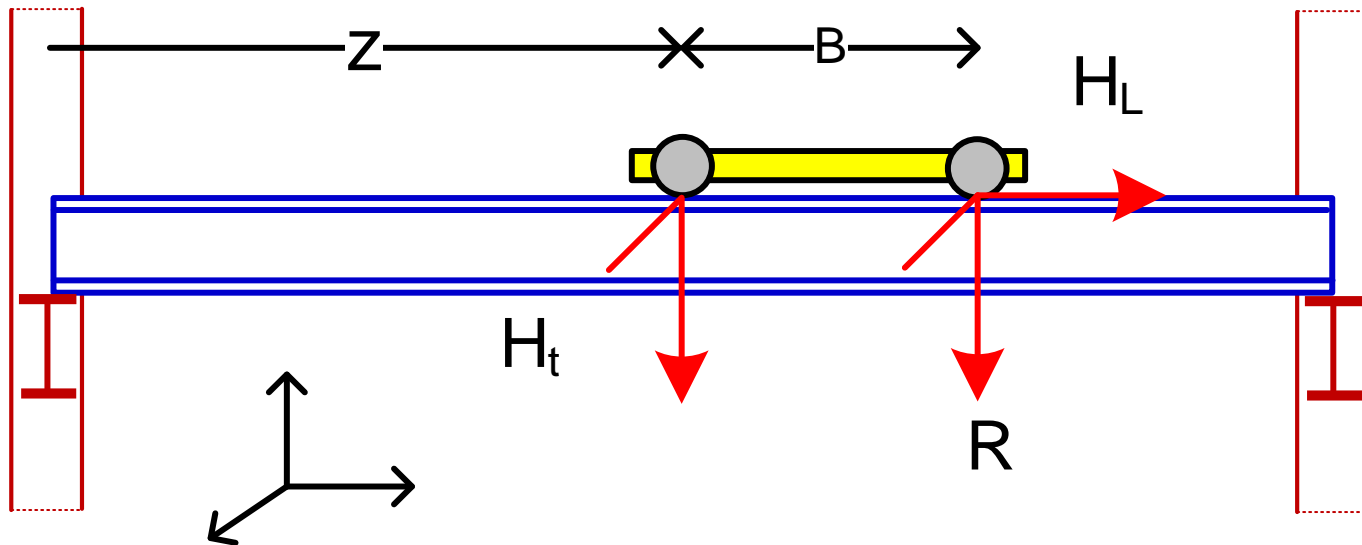
Vigas carril. Esfuerzos

- Flexión en dos planos { Reacciones verticales R : flexión eje fuerte M_Y
Reacciones horizontales H_t : flexión eje débil M_Z
- Esfuerzo cortantes { Cargas verticales R : absorbido por el alma V_Z
Cargas horizontales H_t : absorbido por las alas V_Y
- Esfuerzo axial Fuerza de frenado longitudinal H_L
- Momento torsor Reacciones horizontales H_t y verticales R excéntricas



Viga carril simplemente apoyada

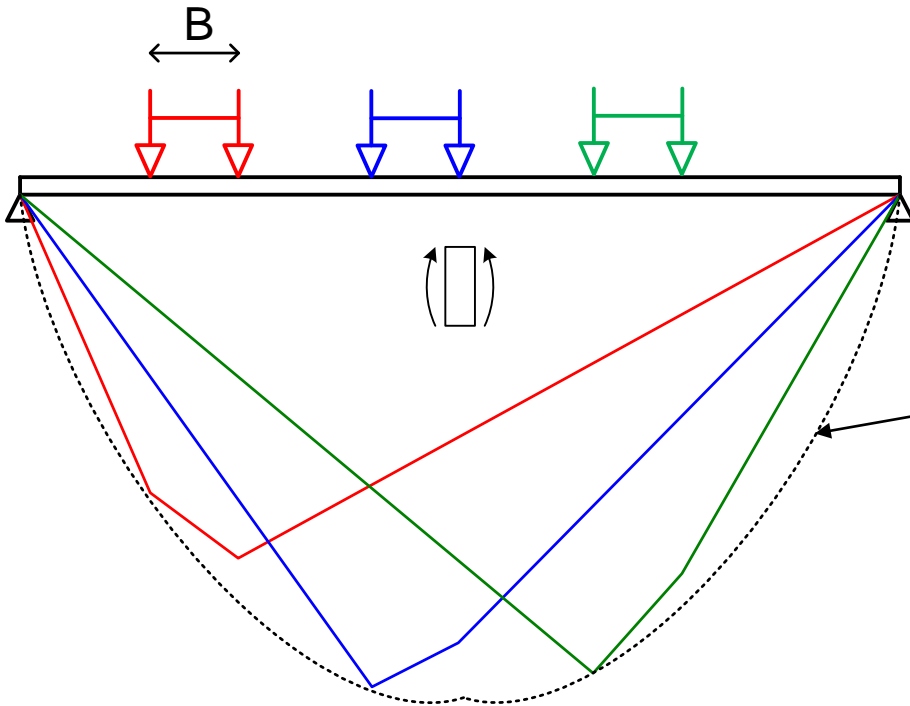
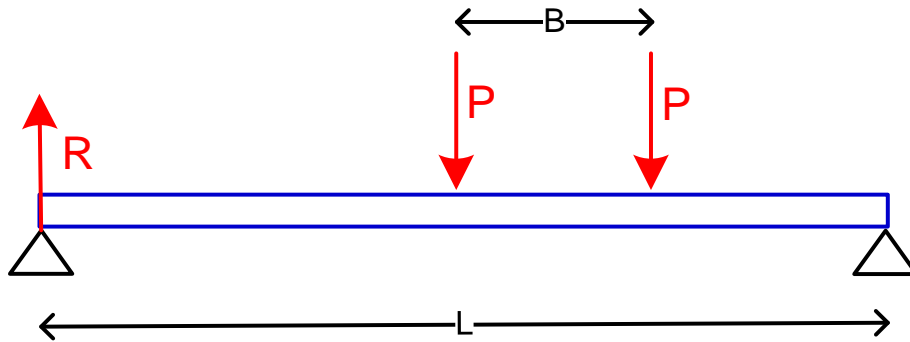
Luces grandes (>10 m) o grandes cargas.



Cálculo sencillo (isostática). Cargas son móviles: posición pésima?
Es distinta para el momento flector y la deformación

Repetir el cálculo de los esfuerzos y deformaciones para distintas posiciones de las cargas móviles y hallar el máximo de cada magnitud

Viga carril simplemente apoyada



Mostradas 3 posiciones de las cargas

Repetir el cálculo para muchas posiciones del tren de cargas

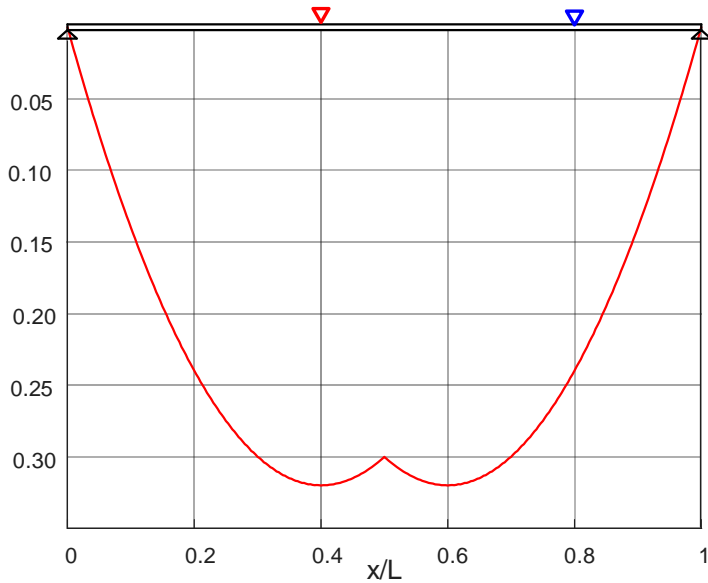
Hallar la curva envolvente

Envolvente de los diagramas de momentos

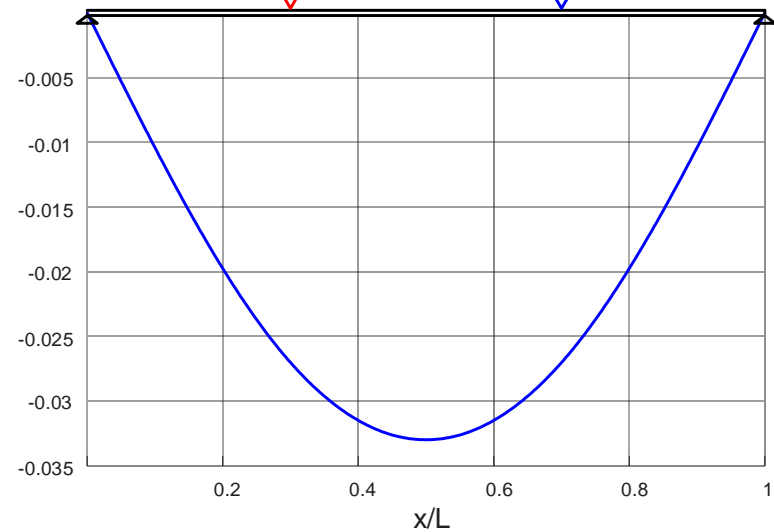
Depende de $\frac{B}{L}$

Viga carril simplemente apoyada

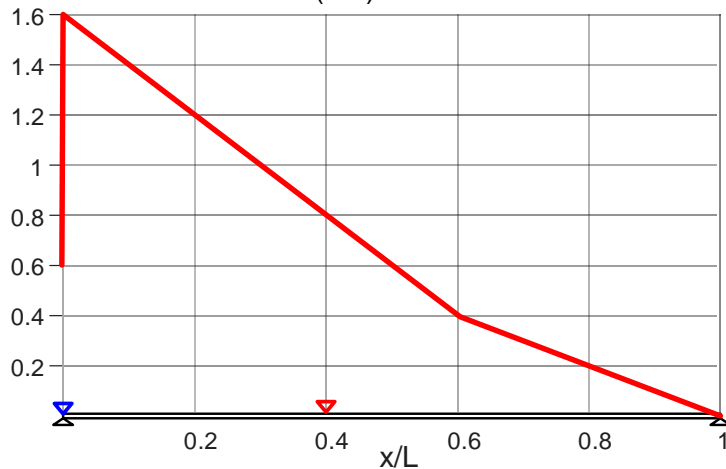
$M(xPL)$ $B/L: 0.40$



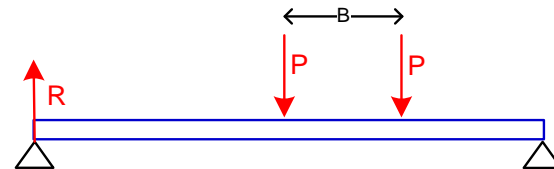
$\Delta (xPL^3/EI)$ $B/L: 0.40$



Reacción (x P) $B/L: 0.40$

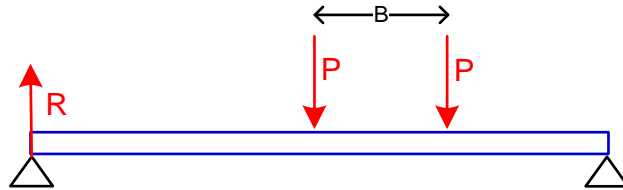


Envolventes de esfuerzos y deformaciones $\frac{B}{L} = 0.4$



Calculado con VigaCarril.m

Viga carril simplemente apoyada

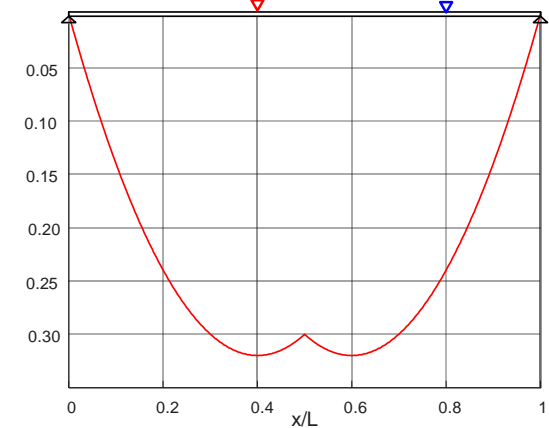


$\frac{B}{L}$	M_{max} ($\times PL$)	x_{Mmax} ($\times L$)	Δ_{max} ($\times \frac{PL^3}{EI}$)	$x_{\Delta max}$ ($\times L$)	R_{max} ($\times P$)
0	0.5000	0.500	-0.0417	0.50	2.00
0.1	0.4512	0.477	-0.0411	0.50	1.90
0.2	0.4050	0.450	-0.0393	0.50	1.80
0.3	0.3612	0.430	-0.0366	0.50	1.70
0.4	0.3200	0.400	-0.0330	0.50	1.60
0.5	0.2812	0.370	-0.0286	0.50	1.50
0.6	0.2500	0.500	-0.0237	0.50	1.40
0.65	0.2500	0.500	-0.0210	0.50	1.35
≥ 0.7	0.2500	0.500	-0.0208	0.50	$2 - B/L$

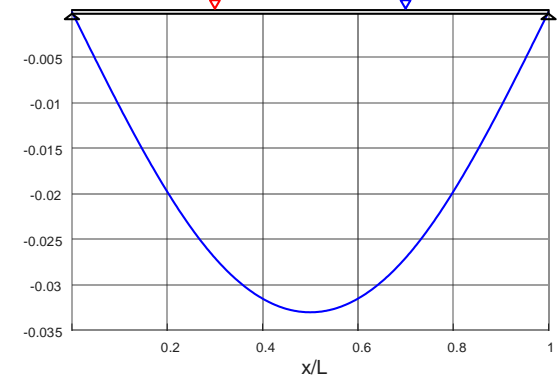
x_{Mmax} : punto donde se produce el momento máximo

$x_{\Delta max}$: punto donde se produce la deformación máxima

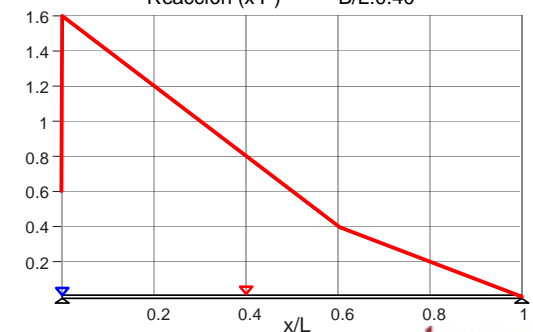
M(xPL) B/L: 0.40



Δ ($\times PL^3/EI$) B/L: 0.40

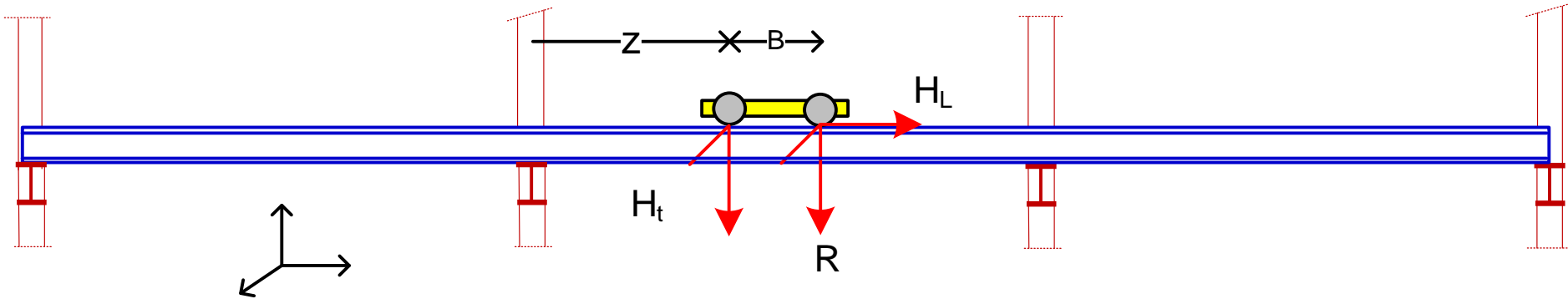


Reacción (x P) B/L: 0.40



Vigas carril continuas

Habitualmente: vigas continuas de 2 o más vanos. Mejor aprovechamiento.
Longitud de la viga continua limitada por transporte/montaje o requiere uniones continuas en obra entre tramos



Cargas son móviles: posición pésima?

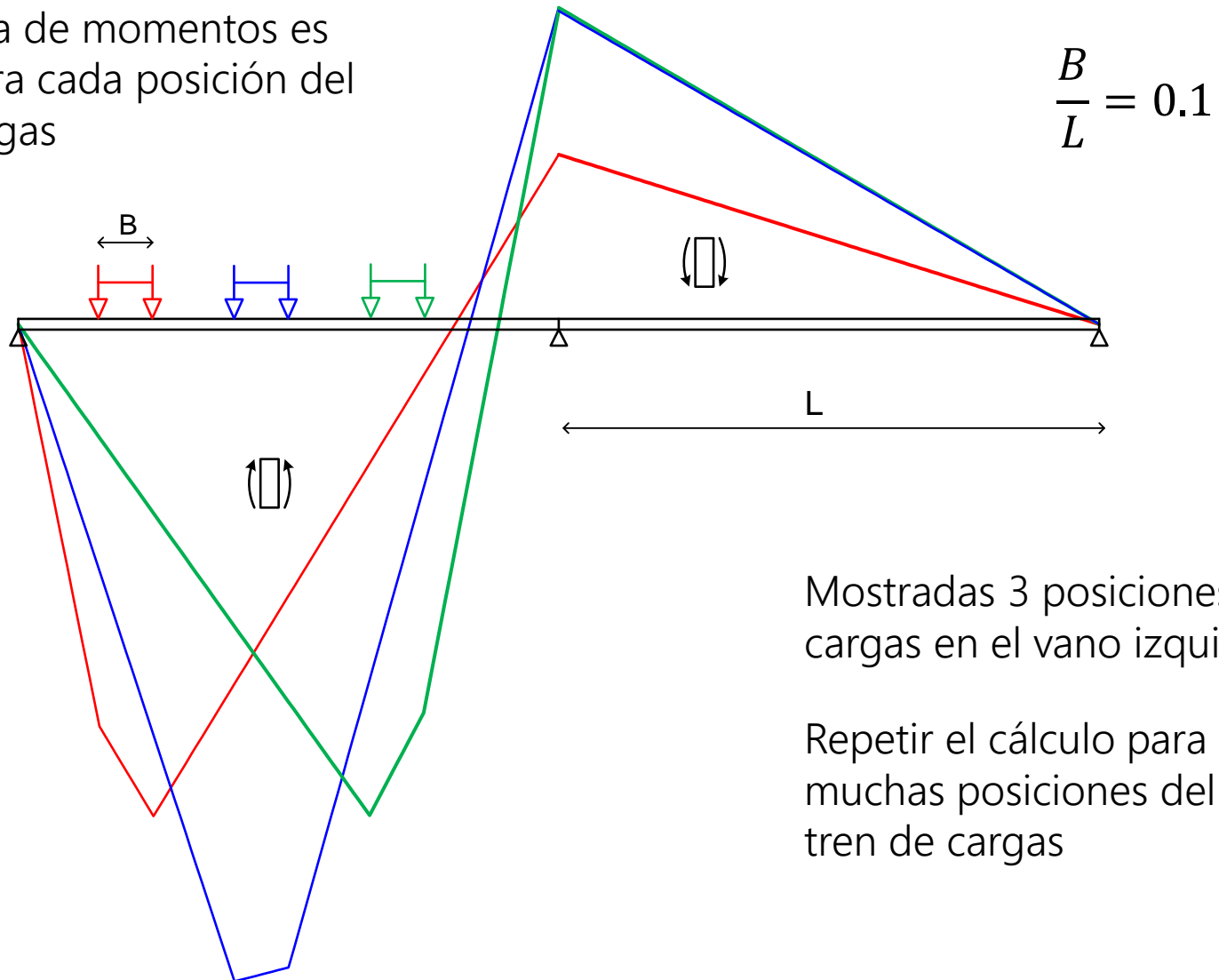
Es distinta para cada esfuerzo y en cada punto de la viga

Repetir el cálculo de los esfuerzos y deformaciones para distintas posiciones de las cargas móviles y hallar la envolvente de la respuesta

Viga carril continua de 2 vanos.

Momento flector debido a dos cargas iguales móviles

El diagrama de momentos es distinto para cada posición del tren de cargas

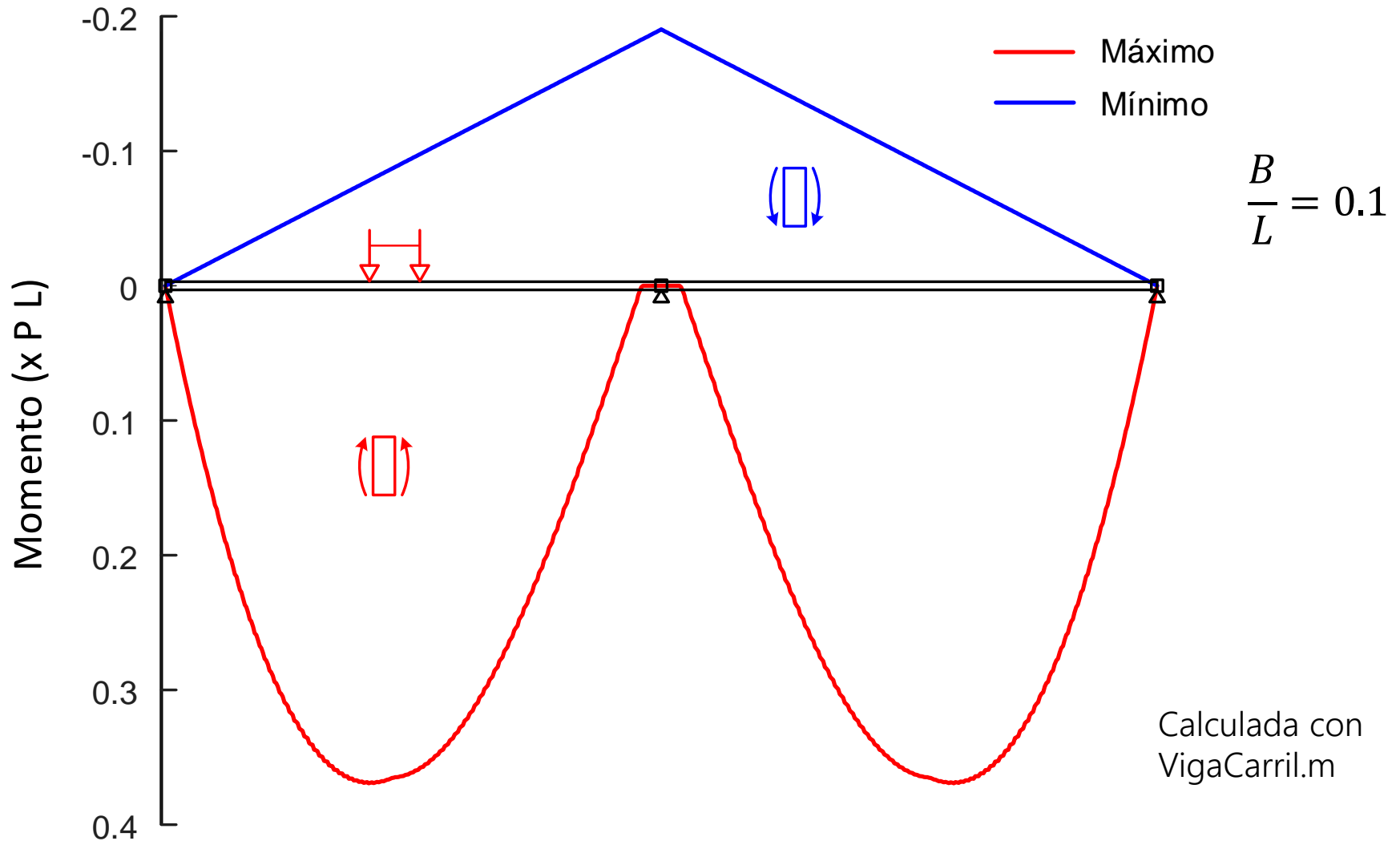


Mostradas 3 posiciones de las cargas en el vano izquierdo

Repetir el cálculo para muchas posiciones del tren de cargas

Viga carril continua de 2 vanos. Envolverte del momento flector

Hallar la curva envolvente (máximo y mínimo) de todos los diagramas de momentos obtenidos para muchas posiciones de las fuerzas móviles

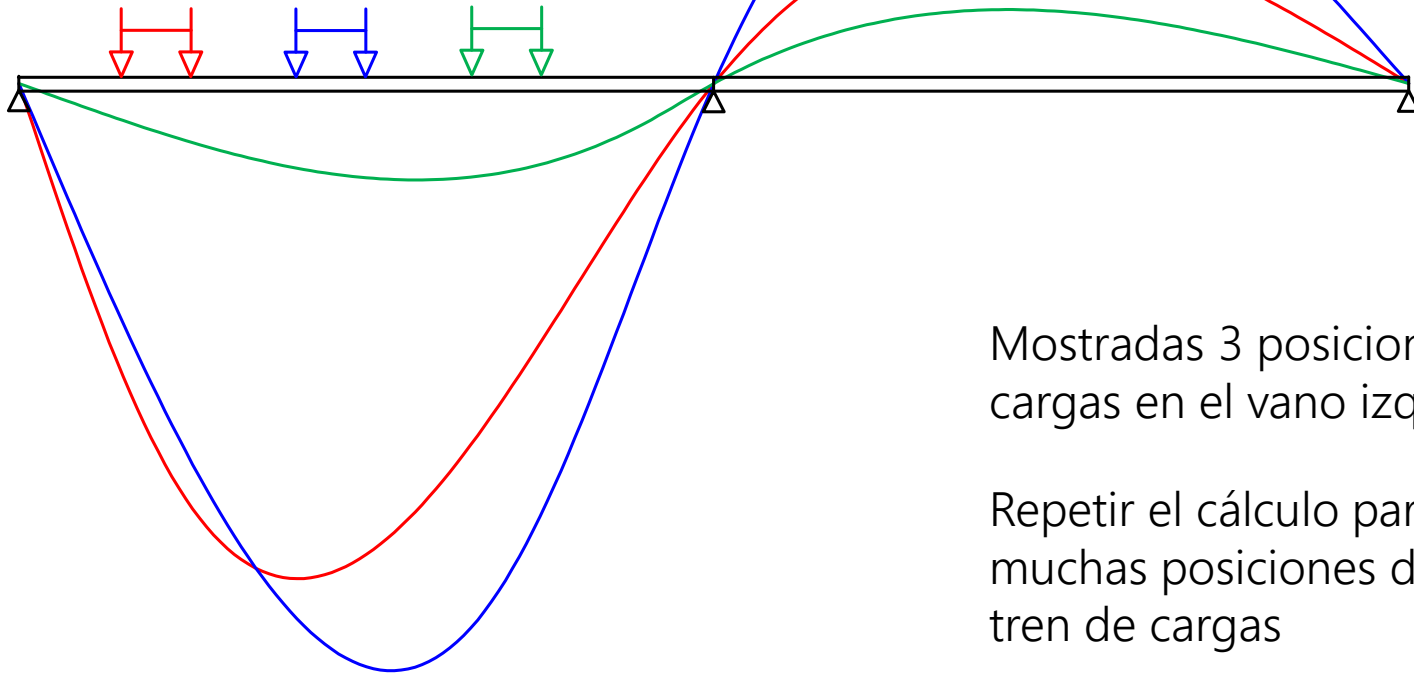


Viga carril continua de 2 vanos.

Deformaciones producidas por dos cargas iguales móviles

La deformada es distinta para cada posición del tren de cargas

$$\frac{B}{L} = 0.1$$

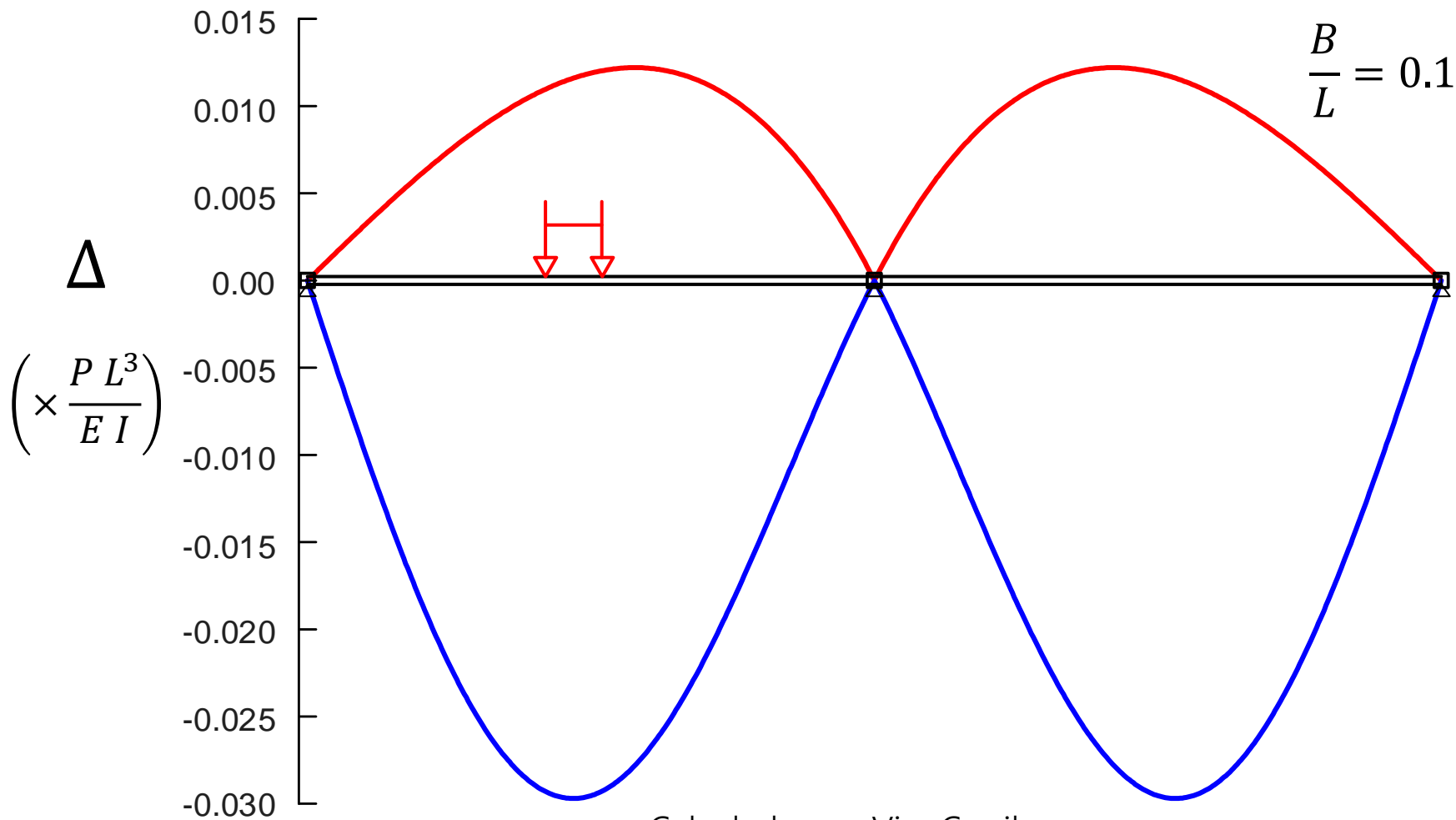


Mostradas 3 posiciones de las cargas en el vano izquierdo

Repetir el cálculo para muchas posiciones del tren de cargas

Viga carril continua de 2 vanos. Envoltente de la deformación

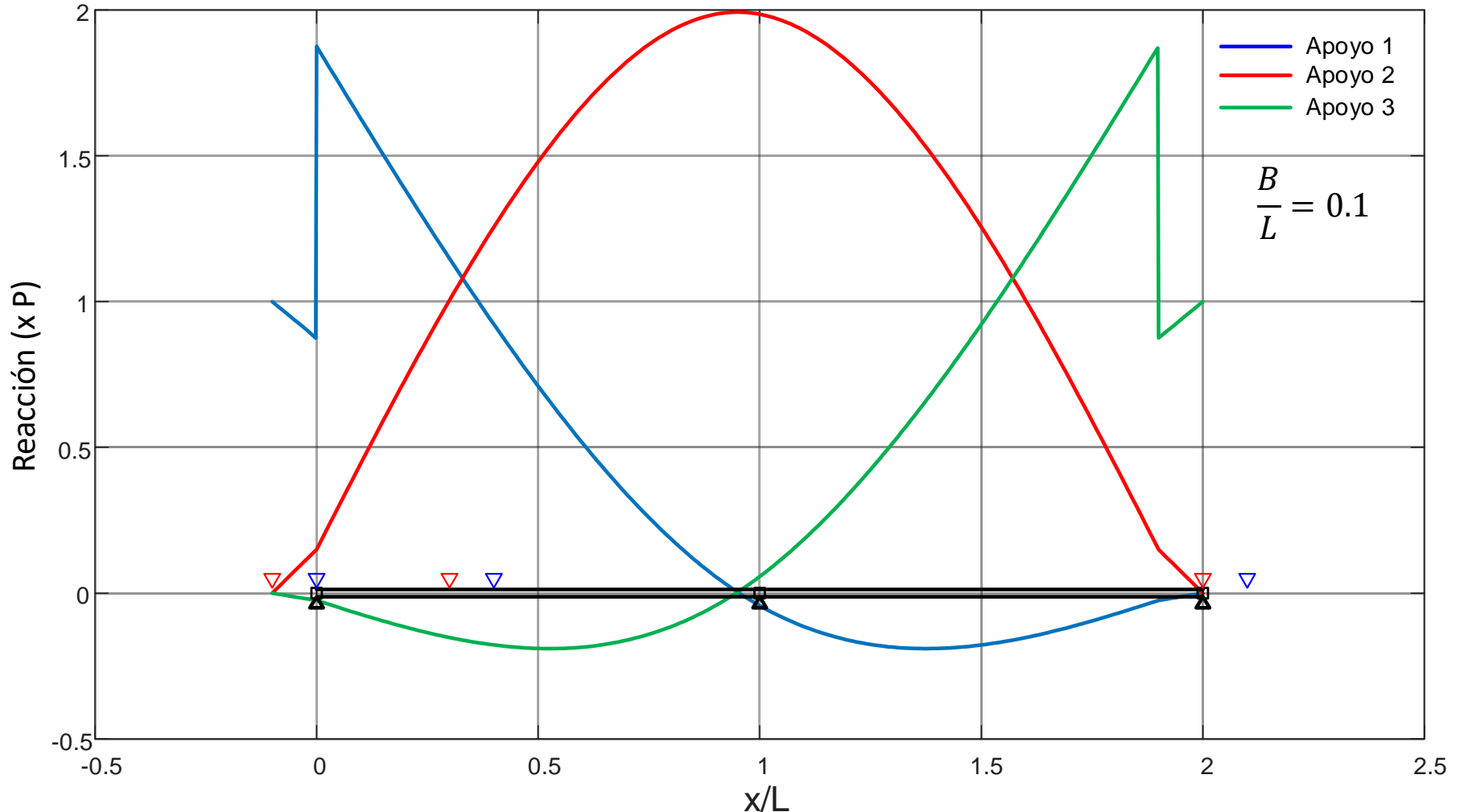
Hallar la curva envolvente (Δ máxima y mínima) de todas las deformadas obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles



Calculada con VigaCarril.m

Viga carril continua de 2 vanos. Línea de influencia de las reacciones

Variación de las reacciones en los apoyos obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles



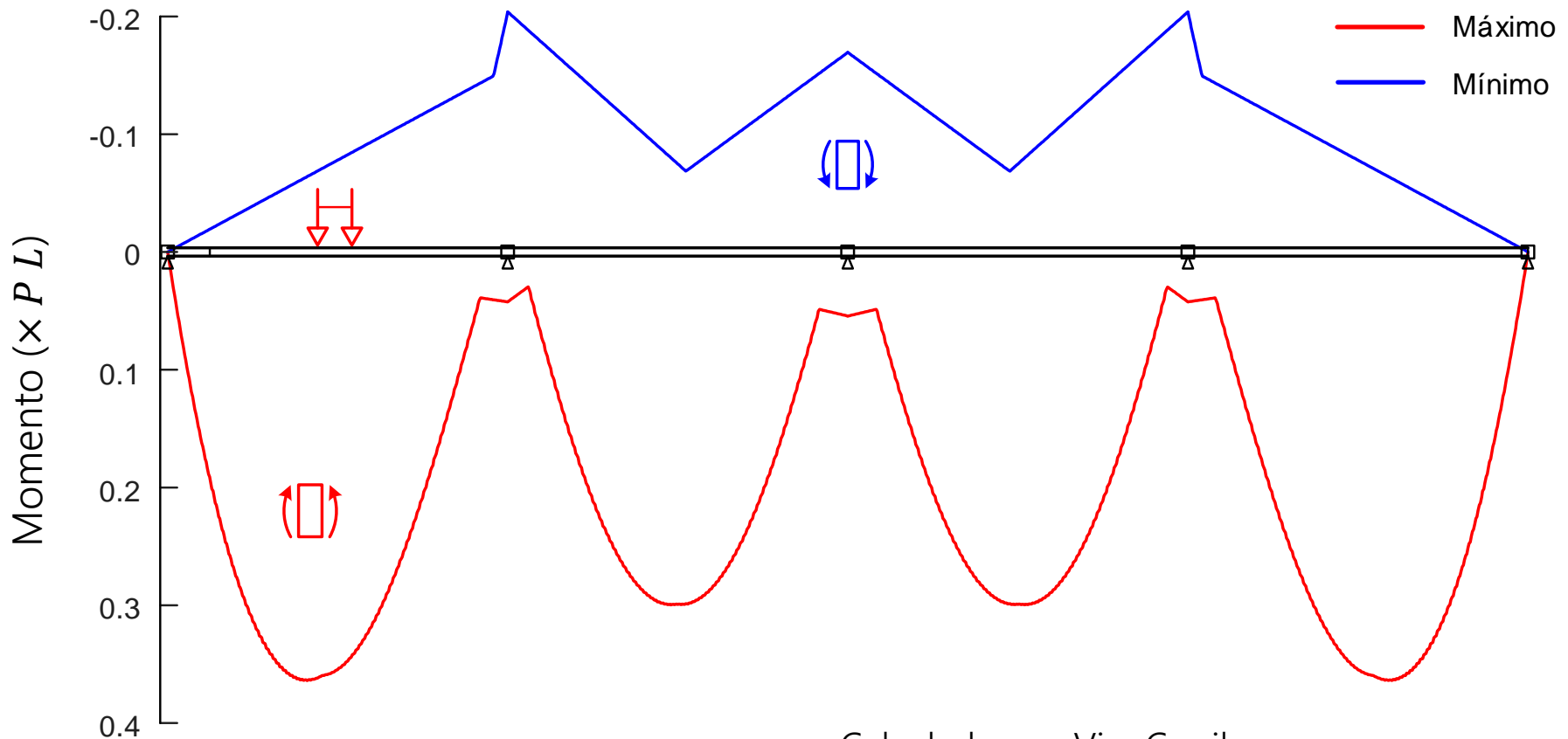
Representada en función de la posición de la fuerza izquierda ↓

Calculada con VigaCarril.m

Viga carril continua de 4 vanos. Envolverte de M

Curva envolvente (máximo y mínimo) de todos los diagramas de momentos obtenidos para muchas posiciones de las fuerzas móviles

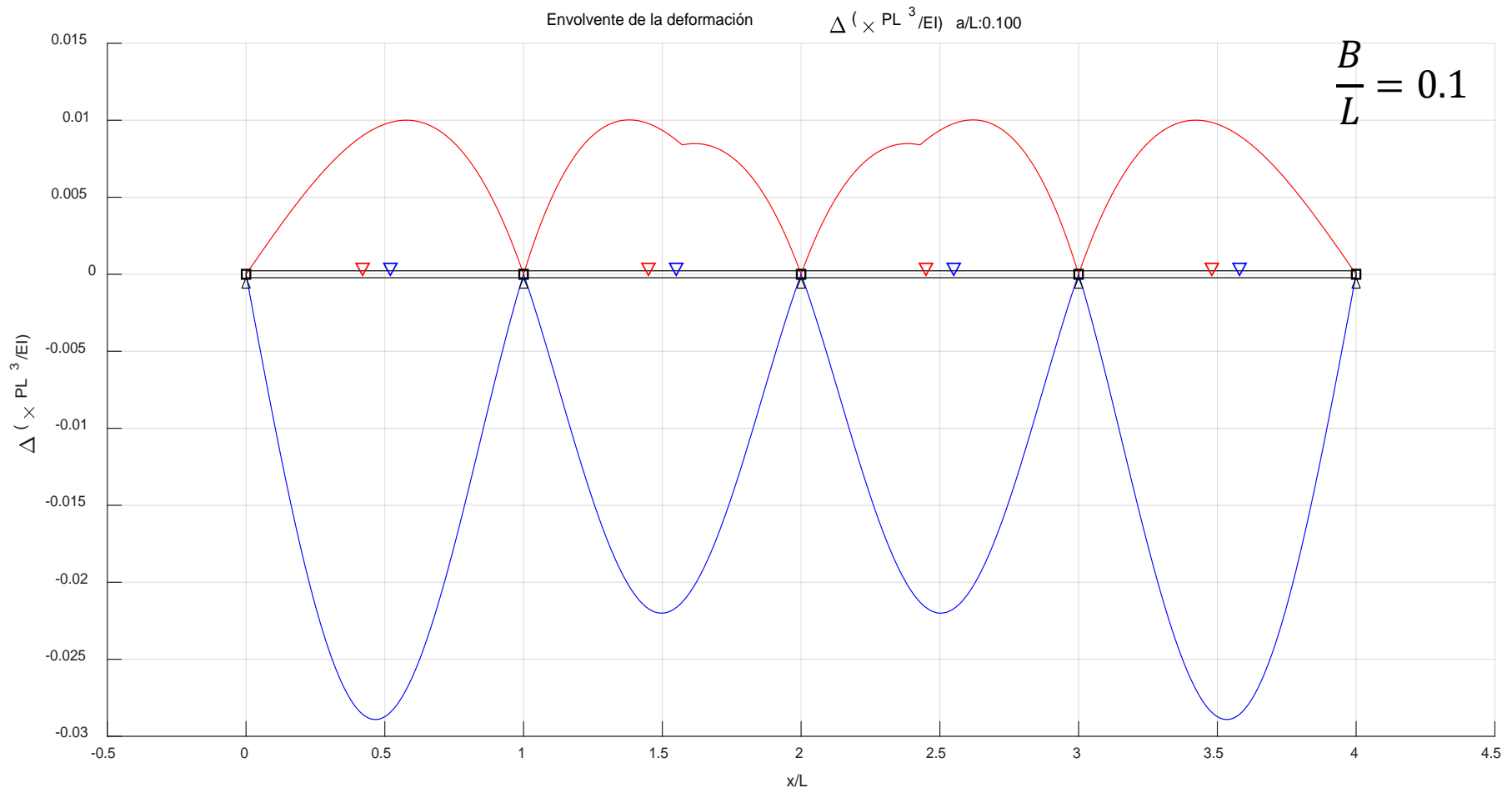
$$\frac{B}{L} = 0.1$$



Calculada con VigaCarril.m

Viga carril continua de 4 vanos. Envoltente de Δ

Curva envolvente (Δ máxima y mínima) de todas las deformadas obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

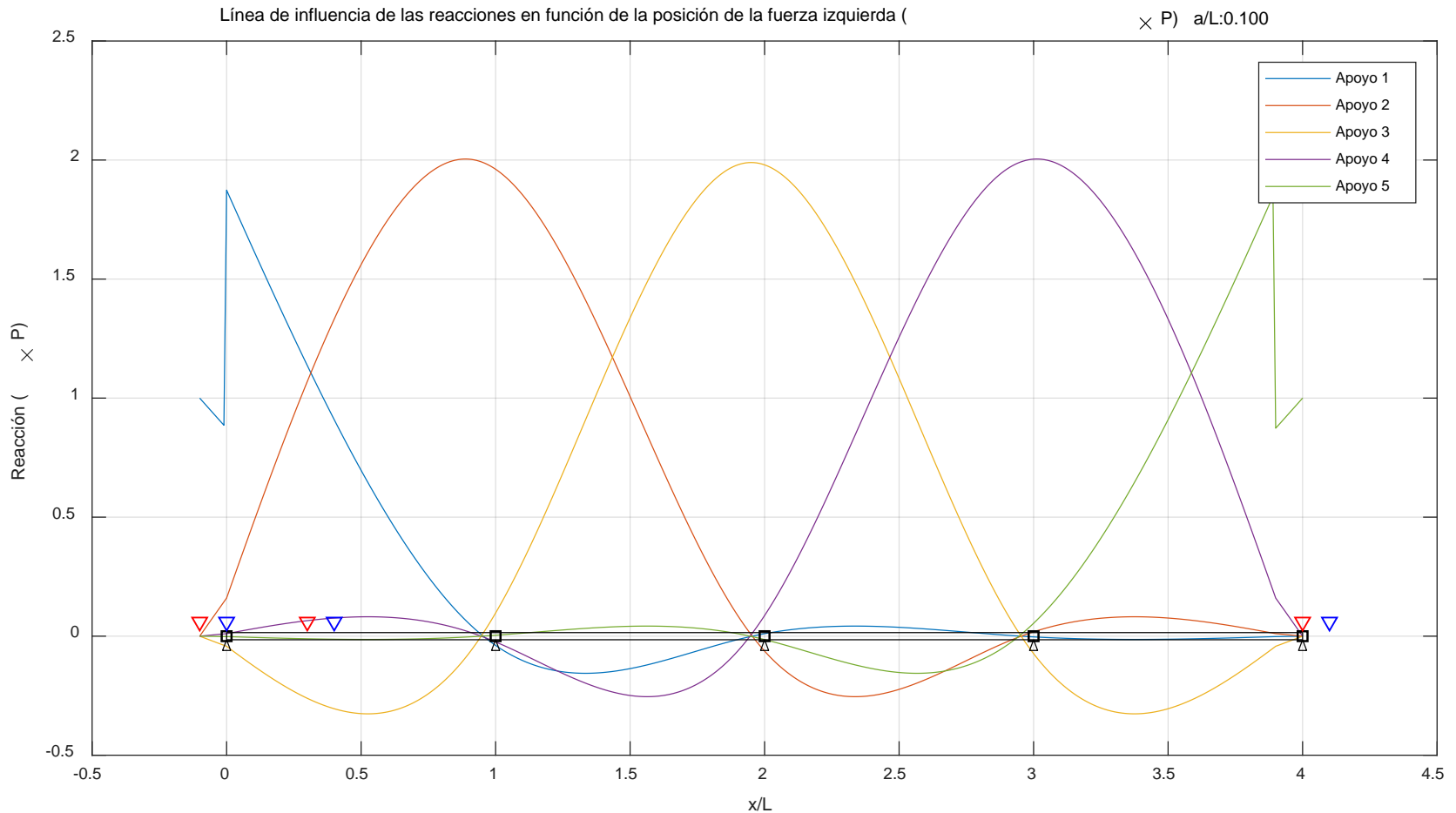


Calculada con VigaCarril.m

Viga carril continua de 4 vanos. Líneas de influencia de las reacciones

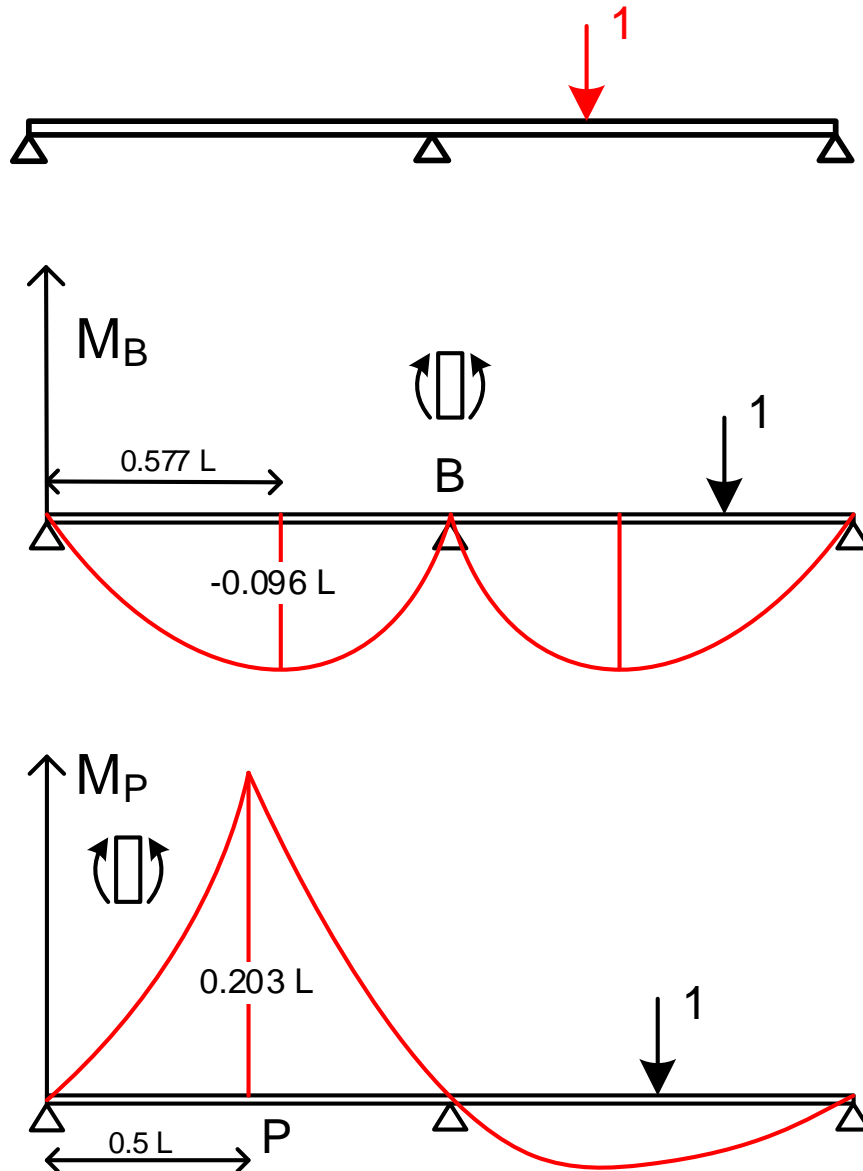
Variación de las reacciones en los apoyos obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$



Calculada con VigaCarril.m

Viga carril continua de 2 vanos. Líneas de influencia de momentos



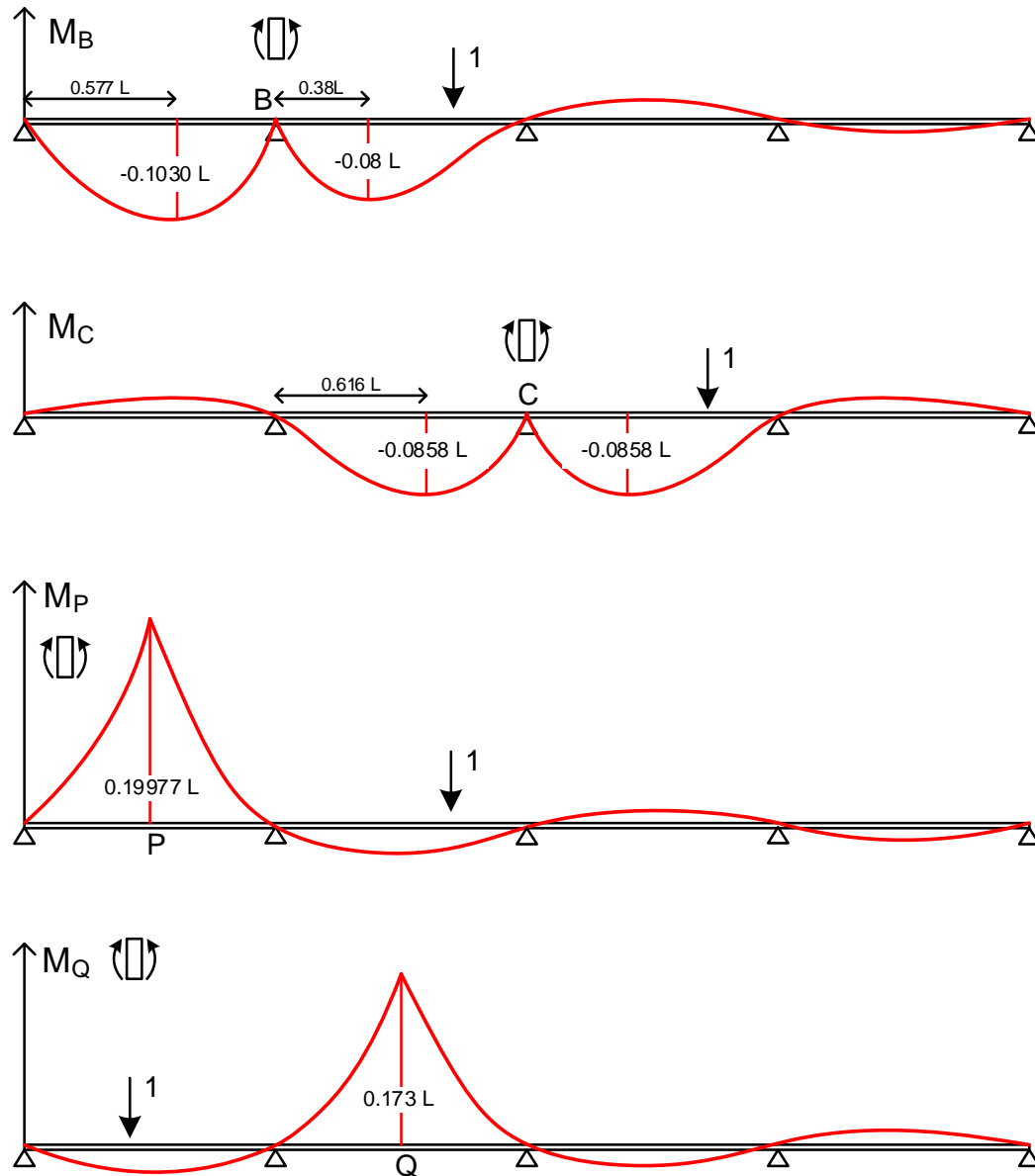
Ll: variación de un esfuerzo en la viga (p.e. momento flector), la cambiar la posición de la fuerza móvil. Cúbicas.

Cálculo requiere conocimientos específicos de Análisis Estructural

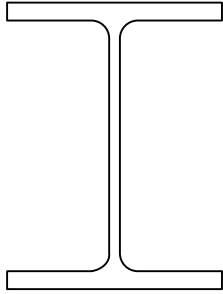
Valores graficados en detalle en la bibliografía (Ensidesa)

Superponer el valor para cada carga móvil

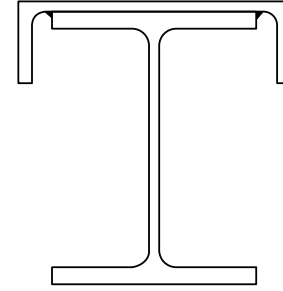
Viga carril continua de 4 vanos. Líneas de influencia de momentos



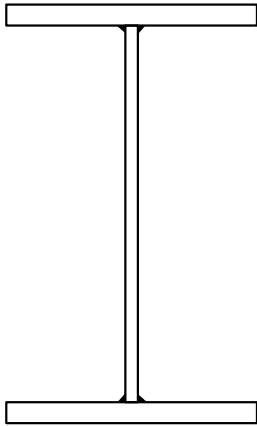
Perfiles para vigas carril



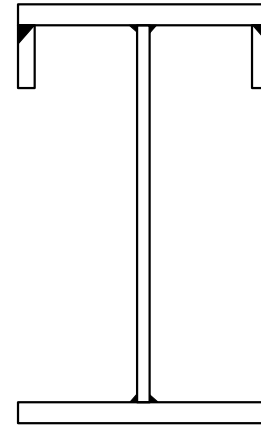
IPE/HEB/HEA/HEM



IPE/HEB/HEB/HEM
+ UPE para esfuerzos horizontales



Viga armada



Viga armada reforzada para
esfuerzos horizontales

Comprobación de resistencia de vigas carril

Normativa: EN 1993-6, UNE 76201-88

Resistencia de la sección: en régimen elástico

Flexión en dos ejes

Esfuerzo cortante en dos ejes

Momento torsor

Esfuerzo axial

Estabilidad:

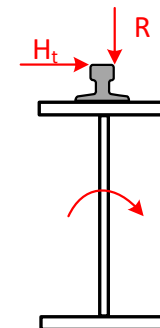
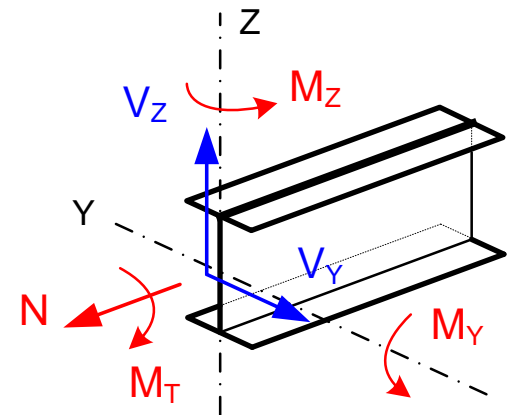
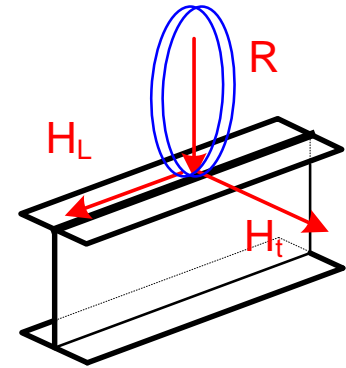
Pandeo lateral por flexión y torsión

Abolladura del alma por cortante

Resistencia a cargas concentradas

Tensiones locales propias de la viga carril

Fatiga



Límites de deformaciones en vigas carril - EN 1993-6 §7

Deformación vertical total de la viga carril $\delta_z < L/600$ y $\delta_z < 25 \text{ mm}$

Deformación horizontal de la viga carril $\delta_y < L/600$

Deformación horizontal en cabeza de los postes de apoyo: $\delta_{yc} < h_c/400$

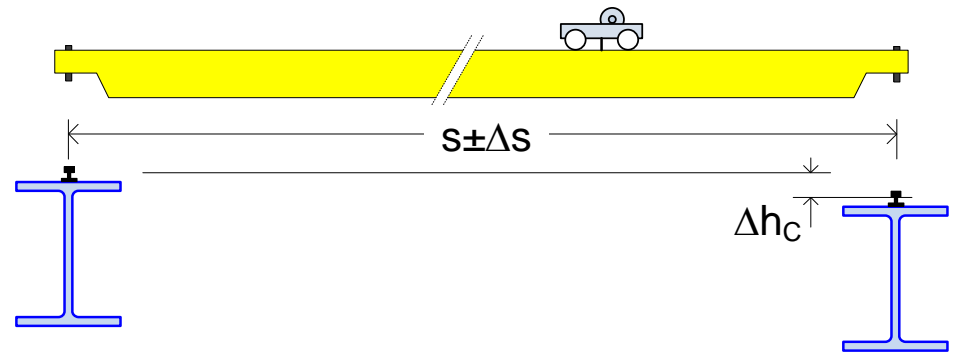
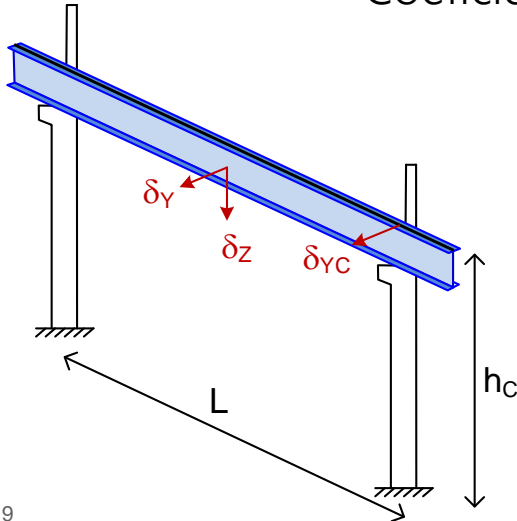
Diferencia entre deformaciones horizontales en cabeza de 2 postes adyacentes:

$$\Delta\delta_{yc} < L/600$$

Separación entre los centros de los dos carriles enfrentados (incluso efectos térmicos)
 $\Delta s \leq 10 \text{ mm}$. Se pueden admitir valores mayores si la holgura lateral entre la pestaña de la rueda y el rail es suficiente para acomodar la deformación de la estructura

Diferencia entre deformaciones verticales de los dos carriles enfrentados $\Delta h_c \leq s/600$

Coeficiente dinámico $\Phi = 1$ para ELS



Límites de deformaciones en vigas carril - UNE 76201 (1988)

UNE 76201-1988 Norma antigua, en uso

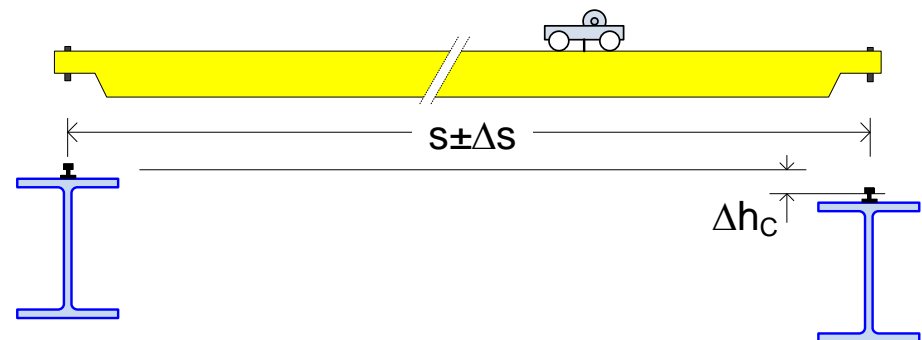
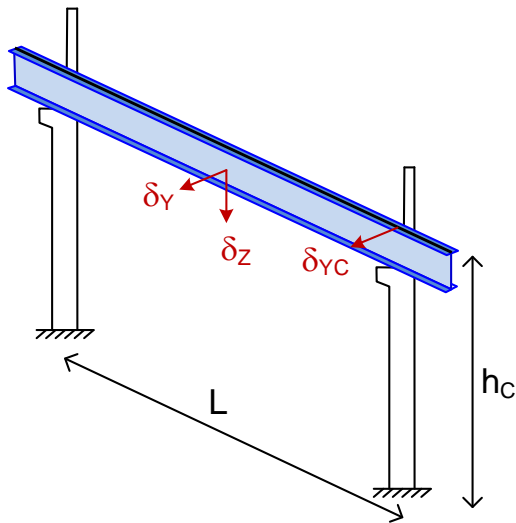
Flecha activa vertical máxima recomendada $\delta_z < L/750$

Flecha horizontal máxima recomendada $\delta_y < L/1000$

Flecha horizontal máxima recomendada en cabeza de los postes de apoyo de vigas carril: $\delta_{yc} < h_c/300$

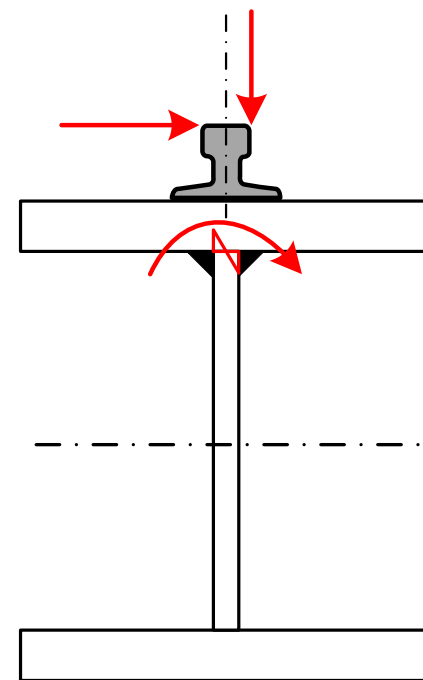
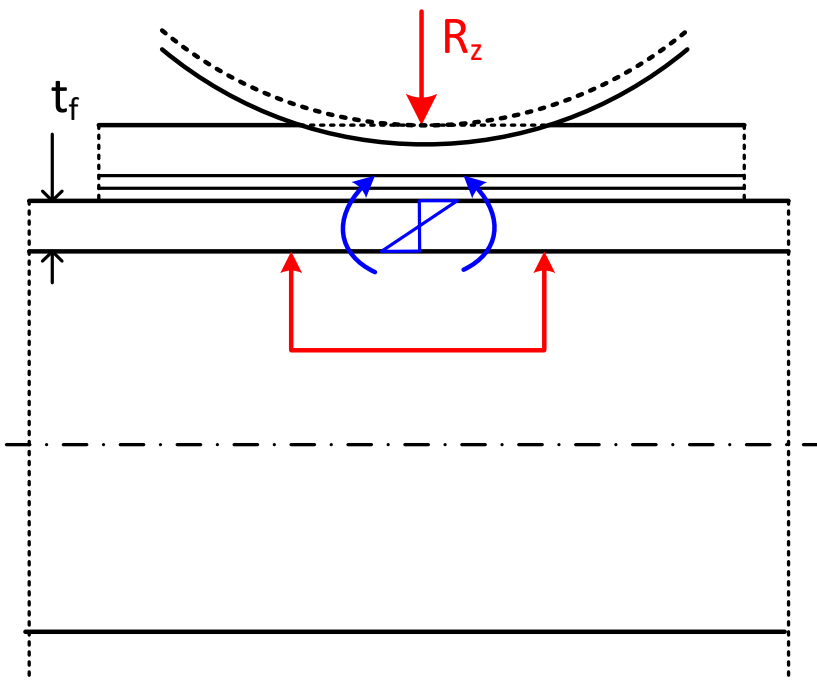
Diferencia entre deformaciones horizontales en cabeza de 2 postes enfrentados $\Delta s < 20 \text{ mm}$

Coeficiente dinámico $\Phi = 1$ para ELS



Tensiones locales en vigas carril

- A. Tensión vertical de compresión en el alma por acción directa de la reacción vertical
- B. Tensión cortante asociada a la tensión vertical
- C. Flexión local de la parte superior del alma por torsión debida a la excentricidad de la reacción
- D. Tensión de flexión local en el ala



A. Tensión vertical de compresión en el alma

La reacción vertical en la rueda produce una tensión de compresión vertical en el alma, con distribución muy variable.

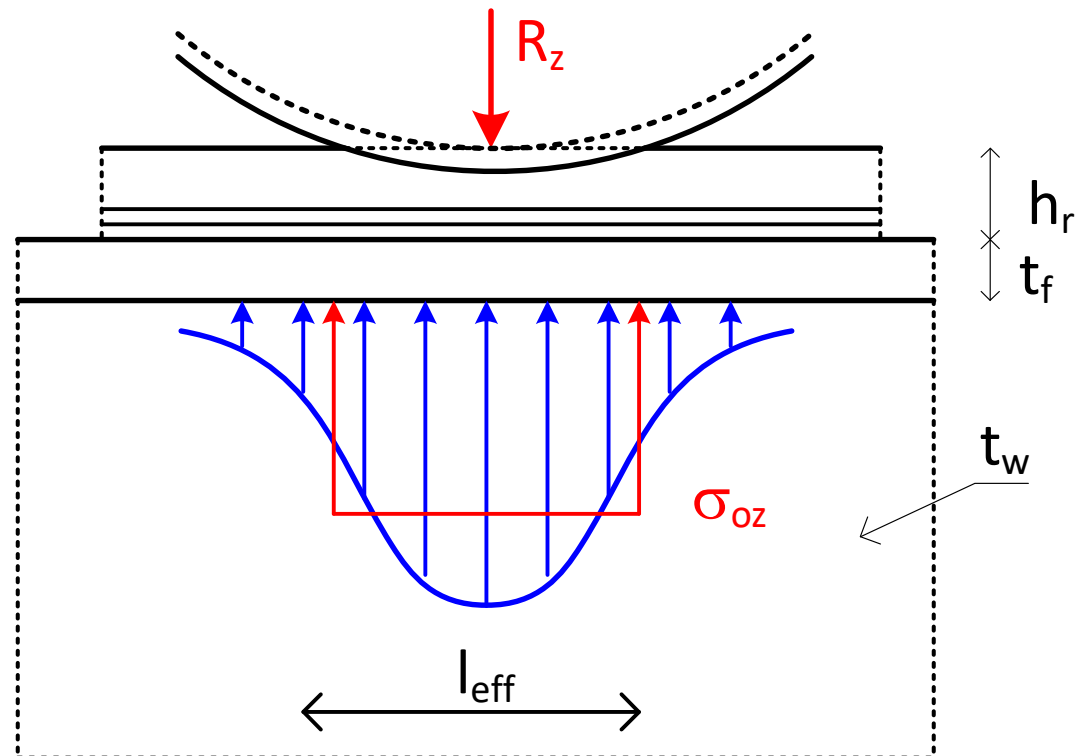
Tensión en la unión ala-alma σ_{oz} :

Se aproxima mediante una tensión uniforme actuando sobre una longitud eficaz l_{eff}

$$\sigma_{oz} = \frac{R_z}{l_{eff} t_w}$$

t_f Espesor del alma

Si la distancia entre ruedas es menor que l_{eff} , se deben superponer las tensiones debidas a las dos ruedas



Longitud eficaz l_{eff} para la tensión vertical de compresión

EN 1993-6	l_{eff}
a. Carril unido rígidamente a la viga	$l_{eff} = 3.25 \left(\frac{I_{rf}}{t_w} \right)^{1/3}$
b. Carril no unido a la viga	$l_{eff} = 3.25 \left(\frac{(I_r + I_{f,eff})}{t_w} \right)^{1/3}$
c. Carril montado sobre un apoyo de elastómero de espesor $\geq 6 \text{ mm}$	$l_{eff} = 4.25 \left(\frac{(I_r + I_{f,eff})}{t_w} \right)^{1/3}$

I_{rf} Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal, de la sección combinada del carril y del ala con una ancho equivalente b_{eff}

I_r Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal del carril

$I_{f,eff}$ Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal, del ala de la viga con una ancho equivalente b_{eff}

Anchura eficaz del ala b_{eff}

$$b_{eff} = b_{fr} + h_r + t_f$$

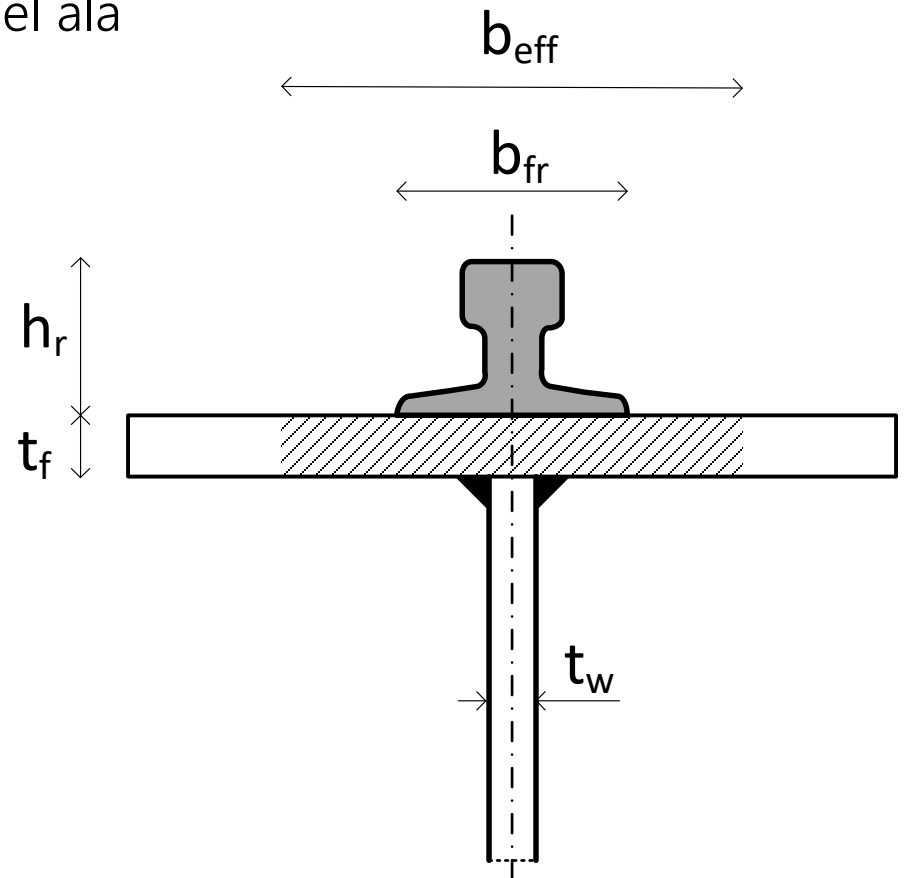
$$b_{eff} \leq b$$

b_{fr} Anchura de apoyo del carril en el ala

h_r Altura del carril

t_f Espesor del ala

b Ancho del ala de la viga



Tensión en zonas alejadas de la unión ala-alma

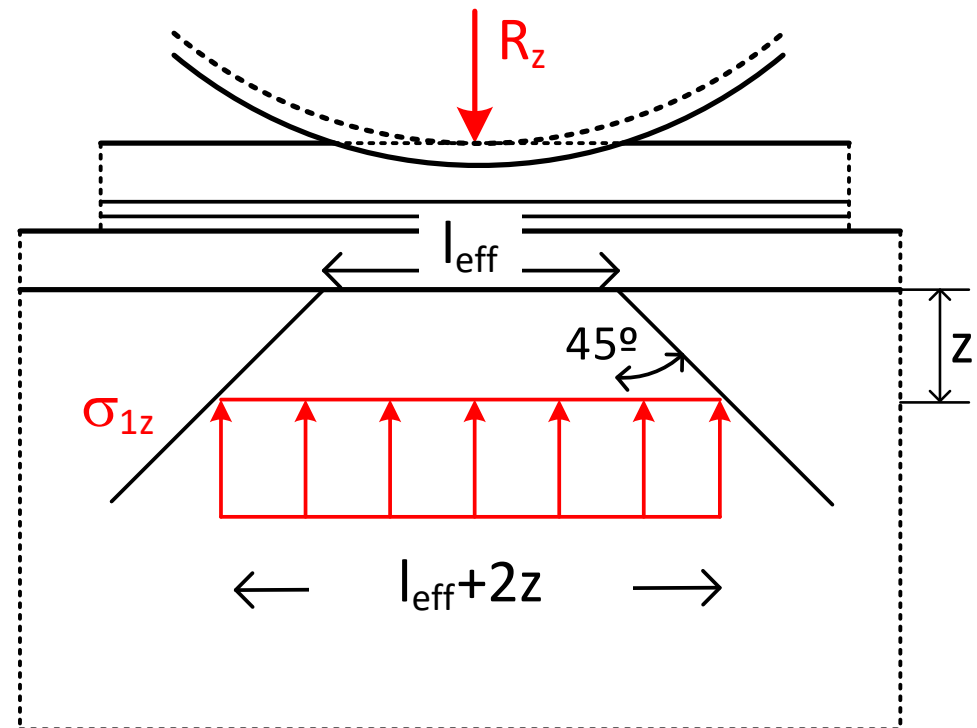
La tensión de compresión vertical en el alma a otros niveles más inferiores del alma se calcula suponiendo una dispersión a 45° de la longitud efectiva

$$l_{eff1} = l_{eff} + 2z$$

z: distancia a la cara inferior del ala

En zonas alejadas de los apoyos, la tensión de compresión vertical calculada con esta longitud efectiva se debe afectar por un coeficiente reductor:

$$\sigma_{1z} = \sigma_{oz} \left(1 - \left(\frac{2z}{h_w} \right) \right)$$



B. Tensión cortante asociada a la compresión en el alma

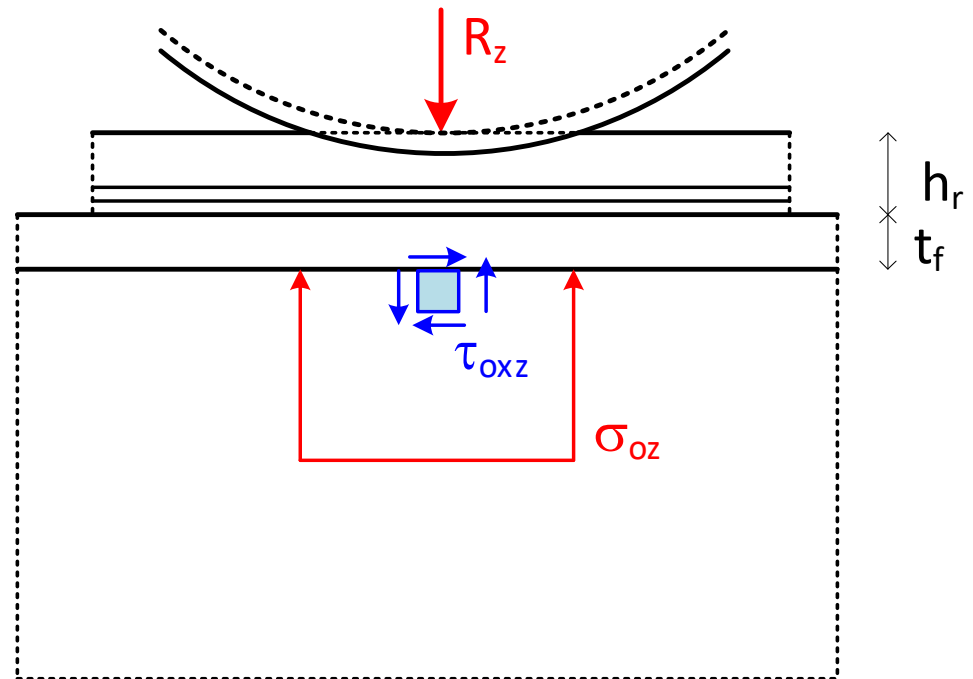
La reacción vertical, además de la tensión de compresión vertical en el alma σ_{0z} , produce una tensión cortante local τ_{0xz} .

Su valor se estima en el 20% de la tensión vertical correspondiente .

$$\tau_{0xz} = 0.2 \sigma_{0z}$$

Puede despreciarse para $z \geq 0.2 h_w$

Esta tensión debe sumarse a la tensión cortante nominal producida por la carga vertical



C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (UNE)

Momento torsor puntual producido por la excentricidad de la carga vertical R_z y la altura de aplicación de la carga horizontal H_y , aplicado en el centro de la cara exterior de la viga:

$$M_t = R_z e_y + H_y h_r$$

Este momento torsor puntual bajo cada rueda se transforma en un momento torsor por unidad de longitud de la viga:

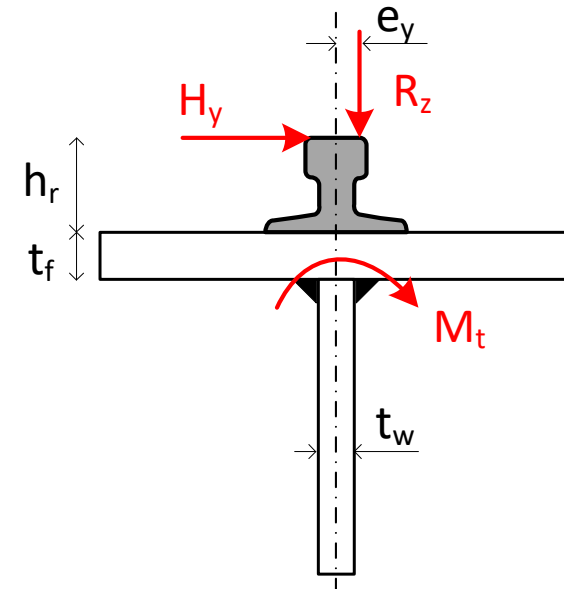
$$M_{ta} = \frac{2.5 M_t}{d + 6 \frac{I_{ts}}{t_w^3}}$$

d : separación entre los rigidizadores verticales. Pero $d \leq 2 h_w$

I_{ts} : Módulo de torsión del ala de la viga. $I_{ts} = \frac{1}{3} b t_f^3$

Si el carril está soldado a ella, se puede sumar el módulo de torsión del carril

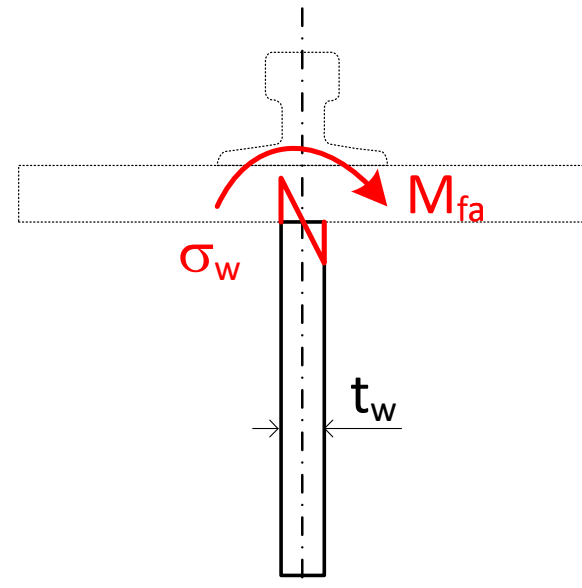
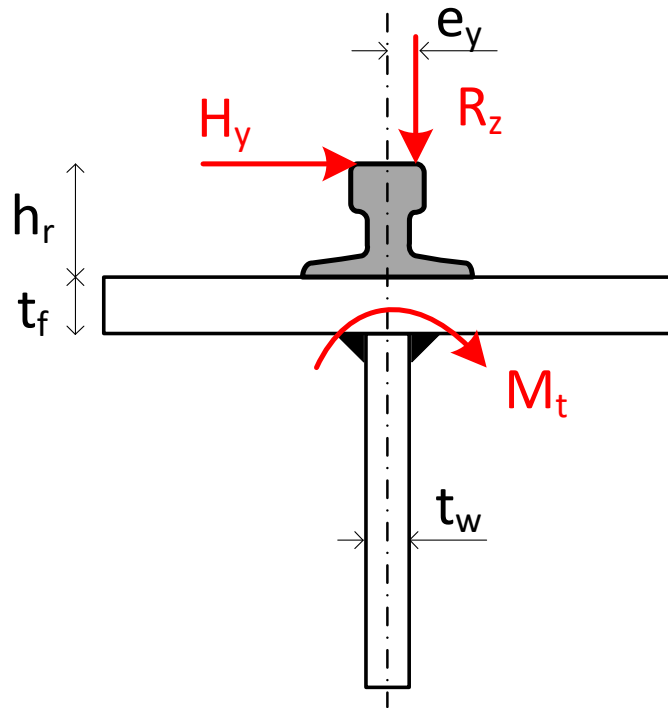
t_w : espesor del alma h_w : altura recta del alma



C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (UNE)

Tensión en el alma, debida a la flexión local, en una sección de longitud unidad

$$\sigma_w = \frac{M_{ta}}{\frac{1}{6} t_w^2}$$



C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (EN)

Según EN 1993-6, la tensión de flexión debida al momento torsor, en un alma con rigidizadores, es:

$$\sigma_{T,Ed} = \frac{6 T_{Ed}}{a t_w^2} \eta \tanh(\eta)$$

a : separación entre los rigidizadores verticales del alma

T_{Ed} : Momento torsor bajo cada rueda (M_t según UNE) $T_{Ed} = R_z e_y$

EN 1993-6 no incluye la fuerza horizontal en T_{Ed}

$$\eta = \left[\frac{0.75 a t_w^3}{I_t} \frac{\sinh^2(\pi h_w/a)}{\sinh(2 \pi h_w/a) - 2 \pi h_w/a} \right]^{\frac{1}{2}}$$

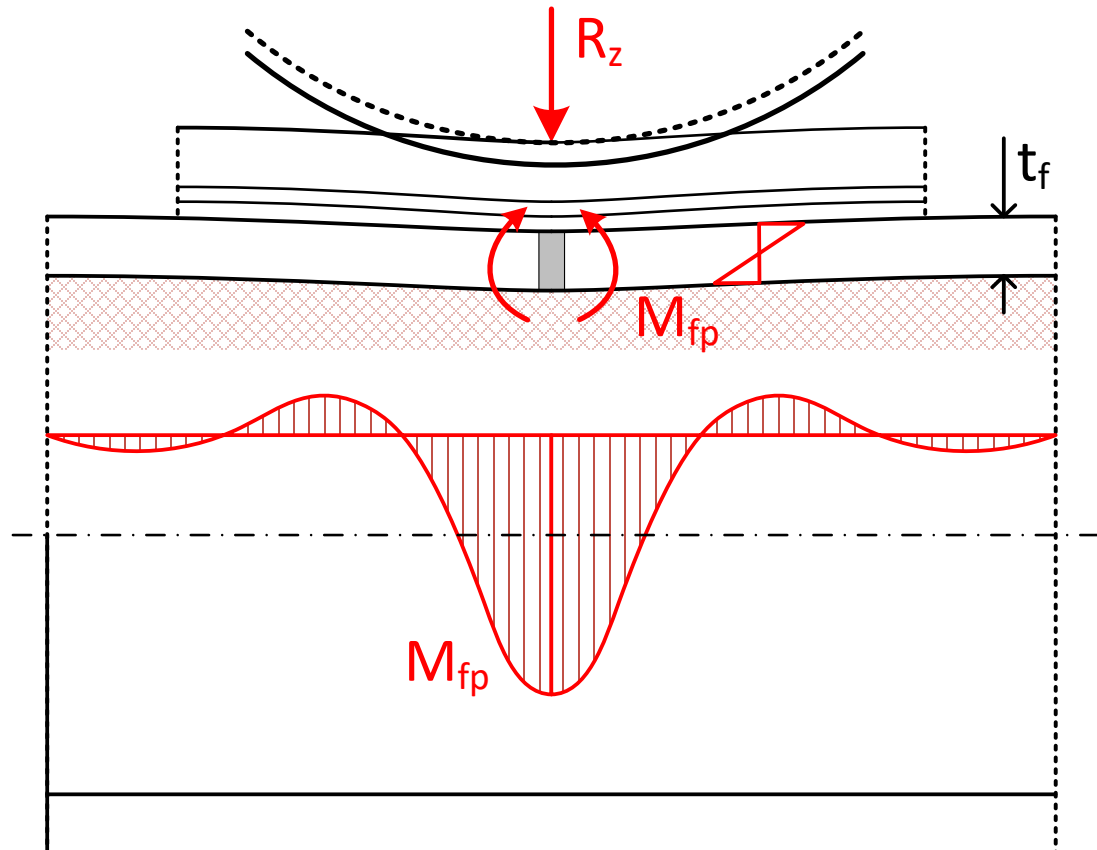
Diferencia entre UNE y EN

$\frac{a}{h_w}$	$\frac{\sigma_{T,Ed}}{\sigma_w}$
0.5	0.94
1.0	0.99
1.5	1.09
1.8	1.17
≥ 2	1.22

D. Tensión de flexión local en el ala

El ala se comporta como una viga (canto t_f , ancho b_{eff}) apoyada en una fundación elástica constituida por el alma que es deformable.

Momento máximo bajo la carga: M_{fp}



D. Tensión de flexión local en el ala

Momento máximo bajo la carga:

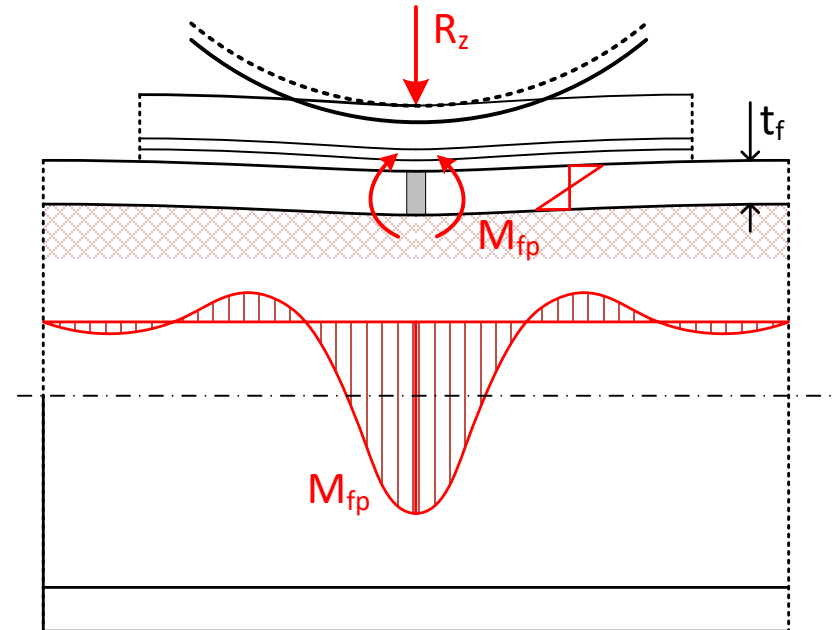
$$M_{fp} = \frac{R_z I_{f,eff}}{4 I_s} \sqrt[4]{2 I_s \frac{h_w}{t_w}}$$

Carril no soldado al alma: $I_s = I_r + I_{f,eff}$

Carril soldado al alma: $I_s = I_{rf}$

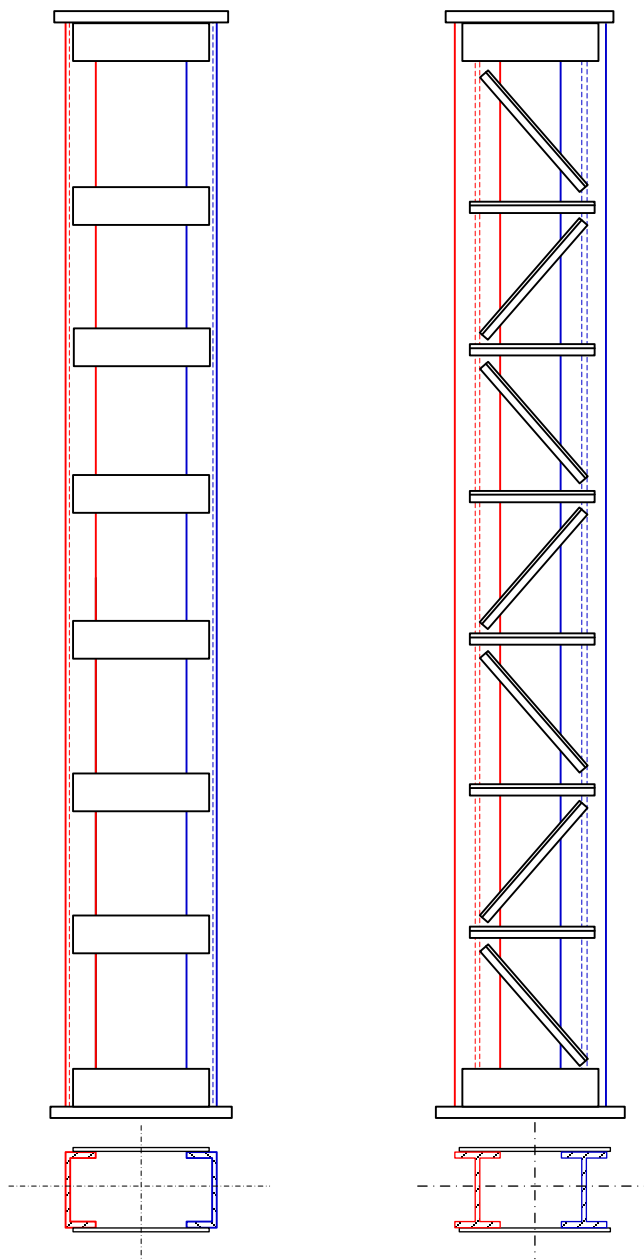
Tensión de flexión local:

$$\sigma_{fp} = \frac{M_{fp}}{\frac{1}{6} b_{eff} t_f^2}$$





Postes compuestos



Postes compuestos

Dos (o cuatro) cordones iguales, paralelos, con enlaces entre sí discontinuos.

Bajo ciertas condiciones: comportamiento global similar al de una pieza única.

Enlaces: presillas o celosías.

Celosías sombra entre las caras.

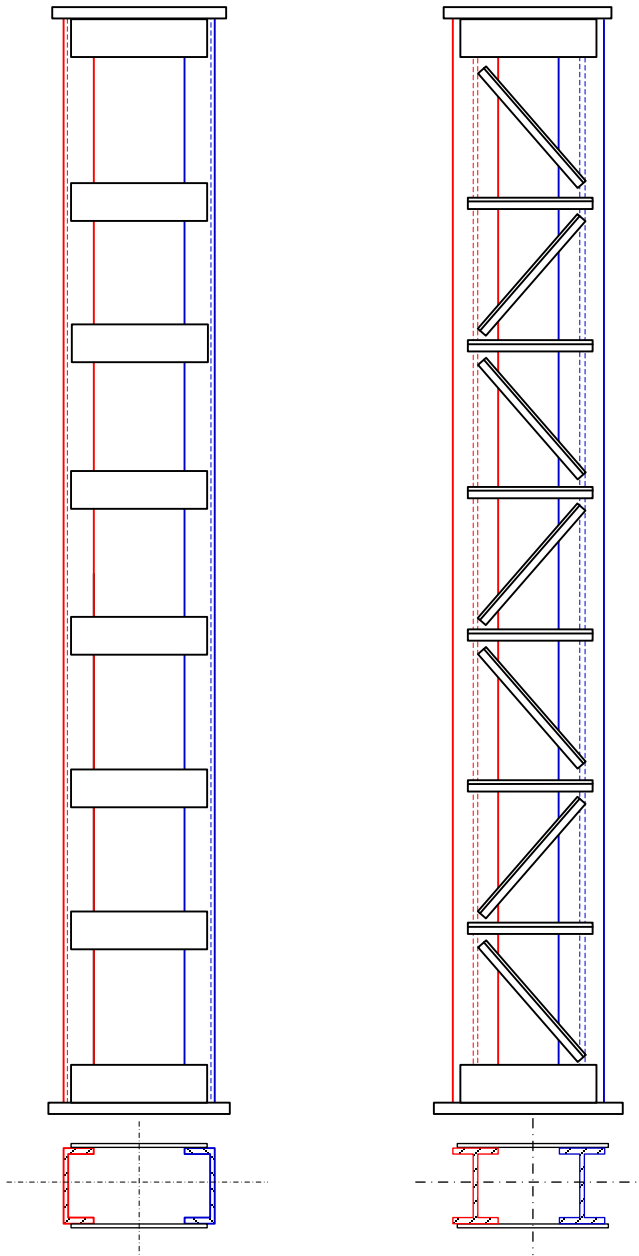
Soldadas o atornilladas.

Disponer siempre presillas extremas unidas a las placas de base y cabeza.

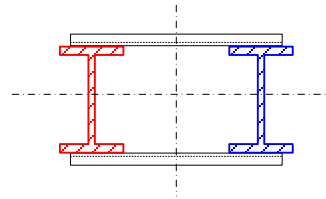
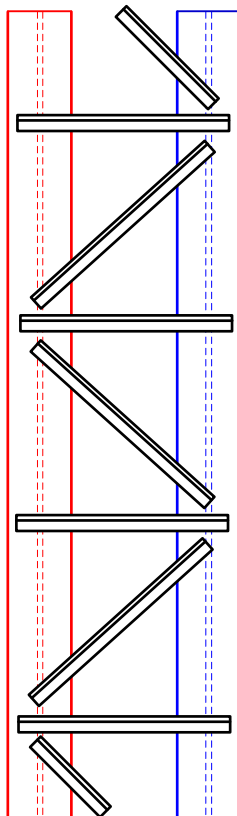
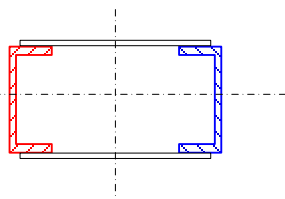
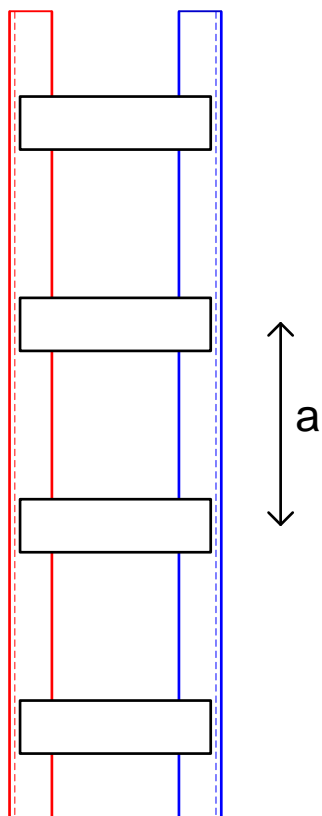
Normativa:

EN 1993-1-1 §6.4

Código Estructural Anejo 22



Limitaciones



Todos los tramos iguales, longitud a
Mínimo 3 tramos

Recomendaciones:

Longitud máxima de un tramo:

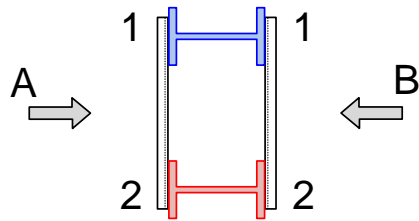
$$a \leq 50 i_{min}$$

i_{min} : radio de giro mínimo del cordón

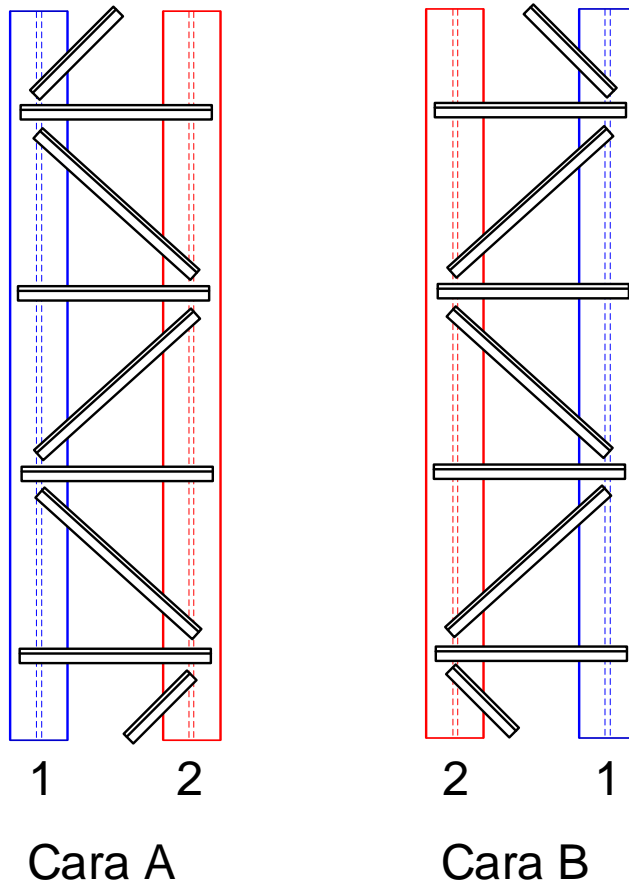
Ángulo de las diagonales: $30^\circ - 60^\circ$

Nota: si $a \leq 15 i_{min}$, el perfil compuesto se puede considerar como un único perfil

Disposición de las celosías



Las celosías deben ser sombra entre las dos caras (simétricas en las dos caras)

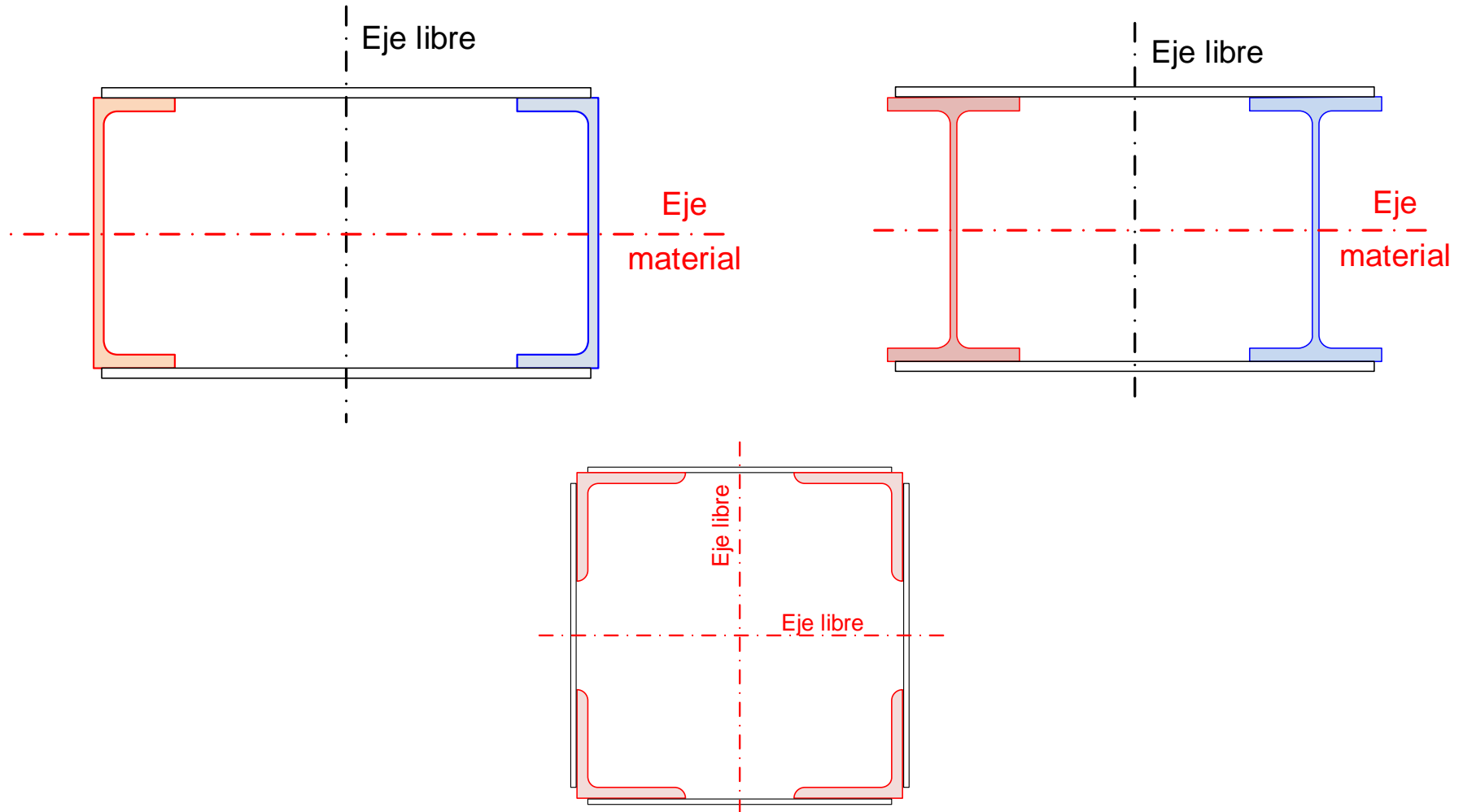


Si las celosías no son simétricas entre las dos caras, deben tenerse en cuenta los efectos de la torsión

Eje libre y eje material

Eje material: el principal de inercia que contiene los c.d.g. de los cordones

Eje libre: el principal de inercia que no cumple lo anterior



Flexión alrededor del eje material

Los dos cordones son simétricos entre sí respecto al plano de flexión: se deforman igual.

Las presillas no trabajan.

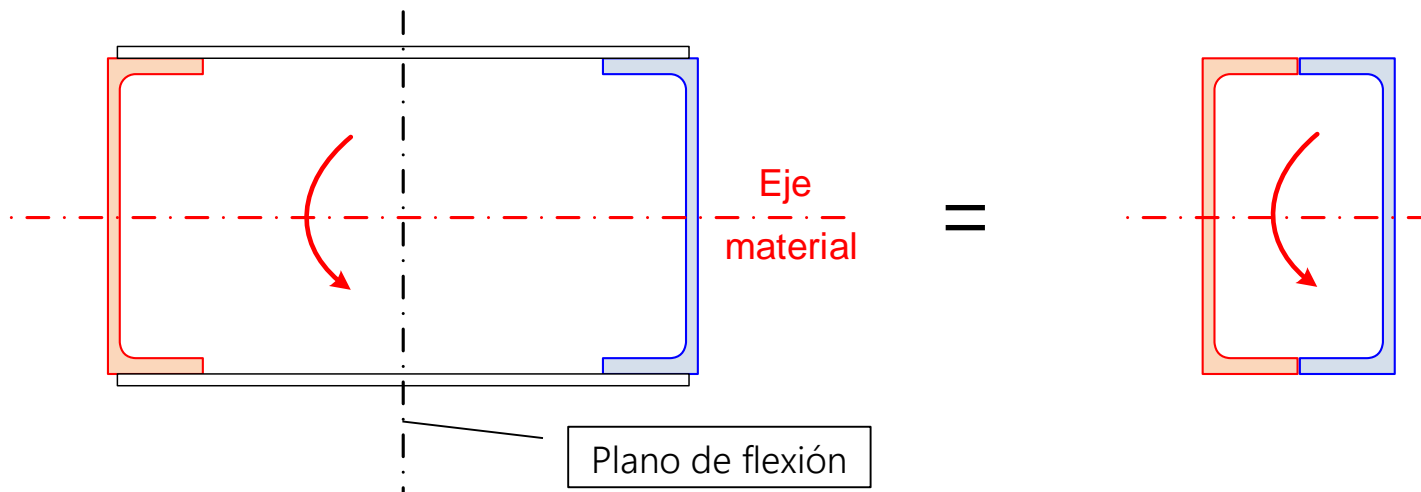
Se estudia como una **pieza simple** formada por los dos cordones unidos.

No se considera la rigidez aportada por las presillas

$$A_{poste} = 2 A_{ch} \qquad I_{mat} = 2 I_{ch}^{mat}$$

A_{ch} : Área de un perfil del cordón

I_{ch}^{mat} : Inercia de un perfil del cordón respecto del eje material

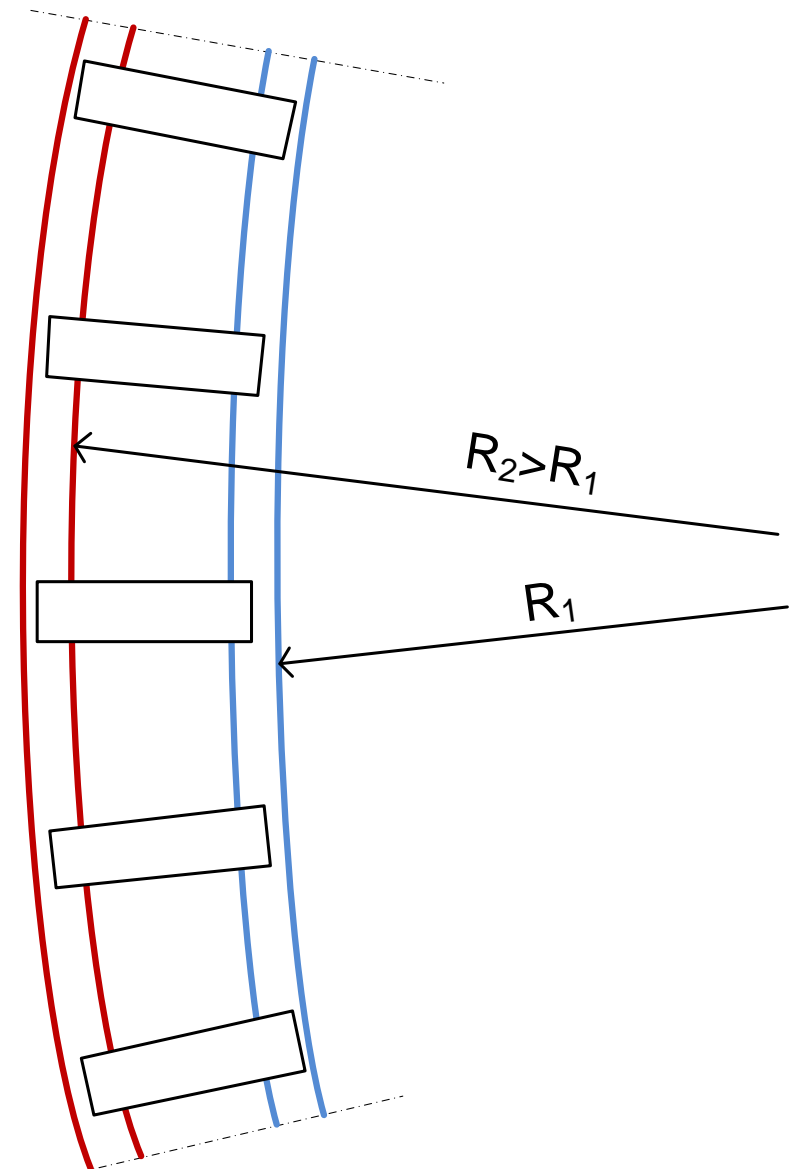
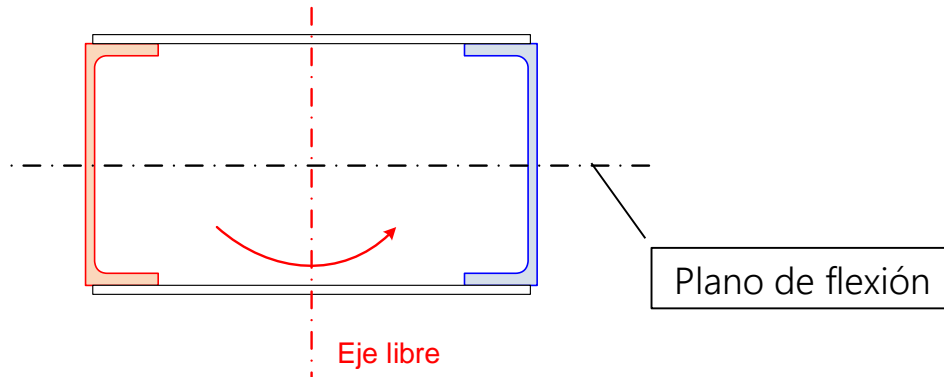


Flexión alrededor del eje libre

Los dos cordones no son simétricos entre sí respecto al plano de flexión.

Si no hubiese presillas los dos cordones se deformarían de forma diferente, cada uno con un radio de curvatura distinto.

La rigidez de las presillas limita la flexión individual de los cordones: se debe estudiar como una **pieza compuesta**



Flexión de un poste – Teoría 2º orden

Esfuerzos a transmitir, en la parte superior: Compresión: N_{Ed}

Flexión: M_{Ed}^1

Imperfección geométrica = $e_0 = \frac{L}{500}$ (ley seno)

Equilibrio en la posición deformada:

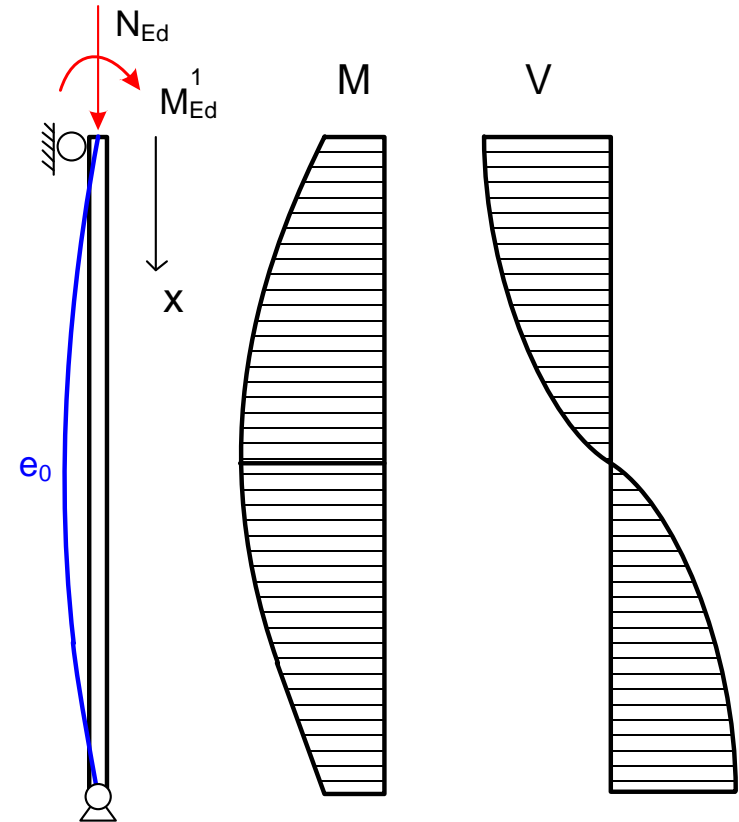
1. Momento máximo en el centro (ley seno)

$$M_{x=\frac{L}{2}}^{max} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}\right)} \approx \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}$$

2. Cortante: variación según ley coseno, máximo en los extremos:

$$V_{x=0}^{max} = \pi \frac{M_{x=\frac{L}{2}}^{max}}{L}$$

Para simplificar el diseño se considera que el cortante en todo el poste es igual al máximo



Esfuerzos de diseño en un poste con presillas

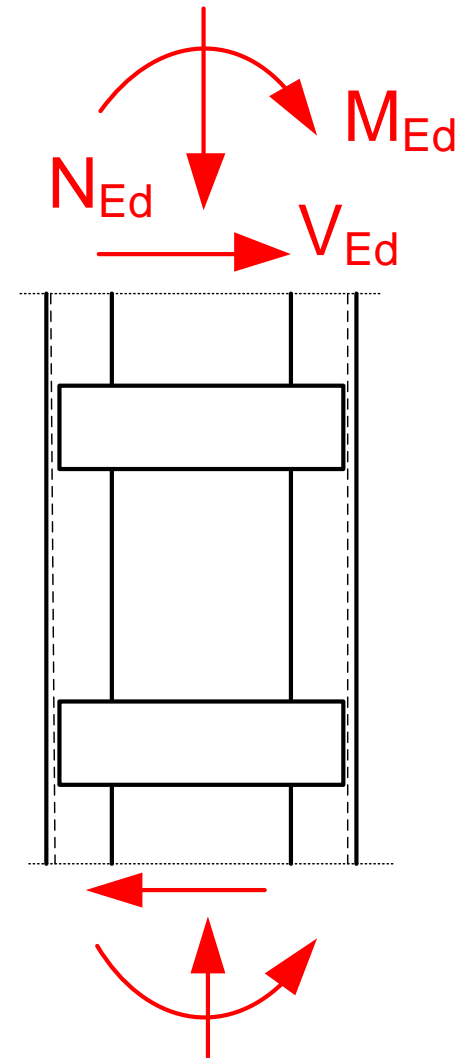
- **Compresión:** N_{Ed}
- **Momento de diseño:** el máximo en el centro, incluyendo efectos de orden 2

$$M_{Ed} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

Se añade un término de corrección (S_V) en el denominador, debido a la interacción axial – cortante

- **Cortante de diseño:** el máximo de los extremos

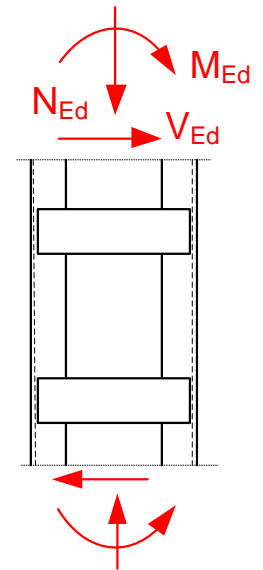
$$V_{Ed} = \pi \frac{M_{Ed}}{L}$$



Momento de diseño de postes compuestos M_{Ed}

Momento flector de diseño en el centro del poste compuesto, incluyendo efectos de orden 2:

$$M_{Ed} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$



N_{cr} Esfuerzo axial crítico elástico del poste compuesto $N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{L^2}$

M_{Ed}^1 Momento máximo en el centro del poste compuesto, sin efectos de orden 2

e_0 Imperfección geométrica = $\frac{L}{500}$

I_{eff} Inercia efectiva del poste compuesto

S_V Rigidez a cortante del sistema de enlace

Inercia efectiva de un poste compuesto con presillas I_{eff}

$$I_{eff} = 0.50 h_0^2 A_{ch} + 2 \mu I_{ch}$$

I_{ch} Inercia del cordón para flexión en el plano de las presillas

A_{ch} Área del cordón

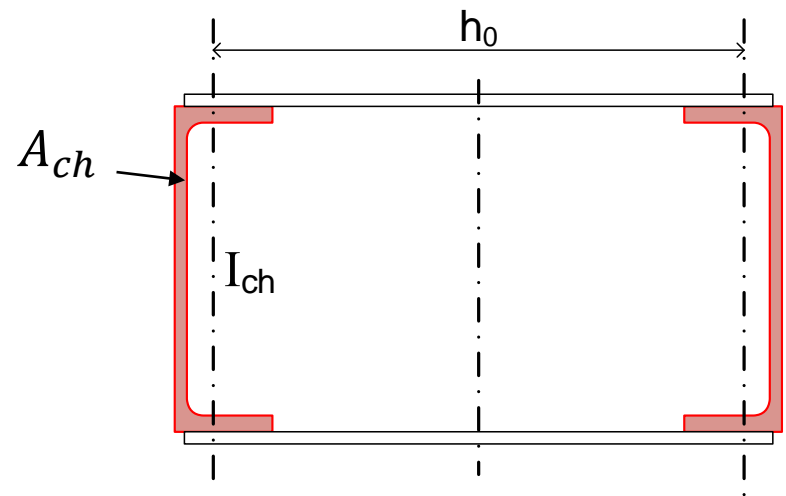
Con $\mu = 1$ es la inercia respecto al eje libre (T. Steiner) sin contar las presillas

Se añade un factor de eficiencia ($\mu \leq 1$) para postes esbeltos

Esbeltez λ	μ
$\lambda \geq 150$	0
$75 < \lambda < 150$	$2 - \frac{\lambda}{75}$
$\lambda \leq 75$	1.0

λ : esbeltez ideal del poste formado sólo por los cordones

i_0 : radio de giro del poste formado sólo por los cordones



$$\lambda = \frac{L}{i_0}$$

$$i_0 = \sqrt{\frac{0.50 h_0^2 A_{ch} + 2 I_{ch}}{2 A_{ch}}}$$

Rigidez a cortante de un poste compuesto con presillas S_V

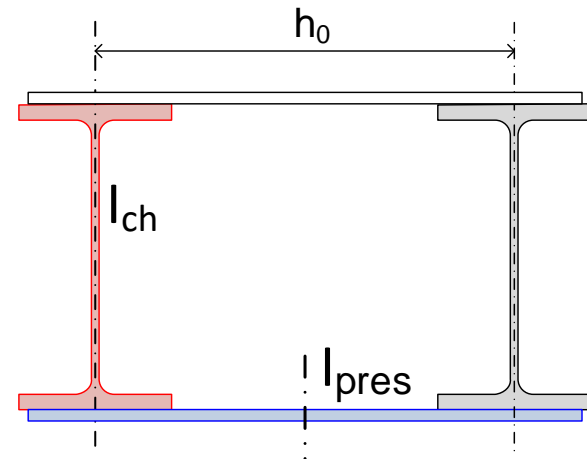
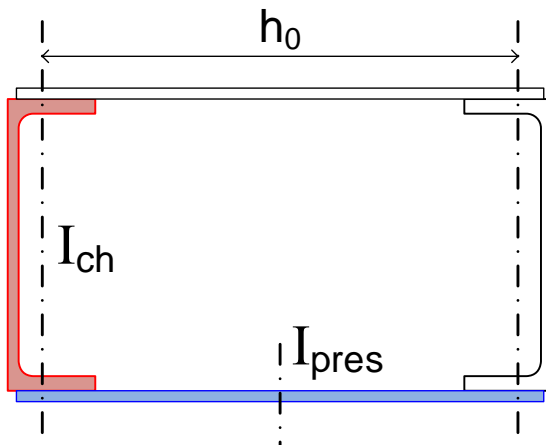
Rigidez a cortante del poste con presillas = rigidez a cortante de los cordones + rigidez a cortante de las presillas de enlace

$$S_V = \frac{24 E I_{ch}}{a^2 \left(1 + \frac{2 I_{ch}}{n_{pres} I_{pres}} \frac{h_0}{a} \right)} \quad \text{Debe ser: } S_V \leq \frac{2 \pi^2 E I_{ch}}{a^2}$$

I_{ch} Inercia de un cordón para flexión en el plano de las presillas

I_{pres} Inercia de una presilla para flexión en el plano de las presillas = $\frac{1}{12} t_{pres} h_{pres}^3$

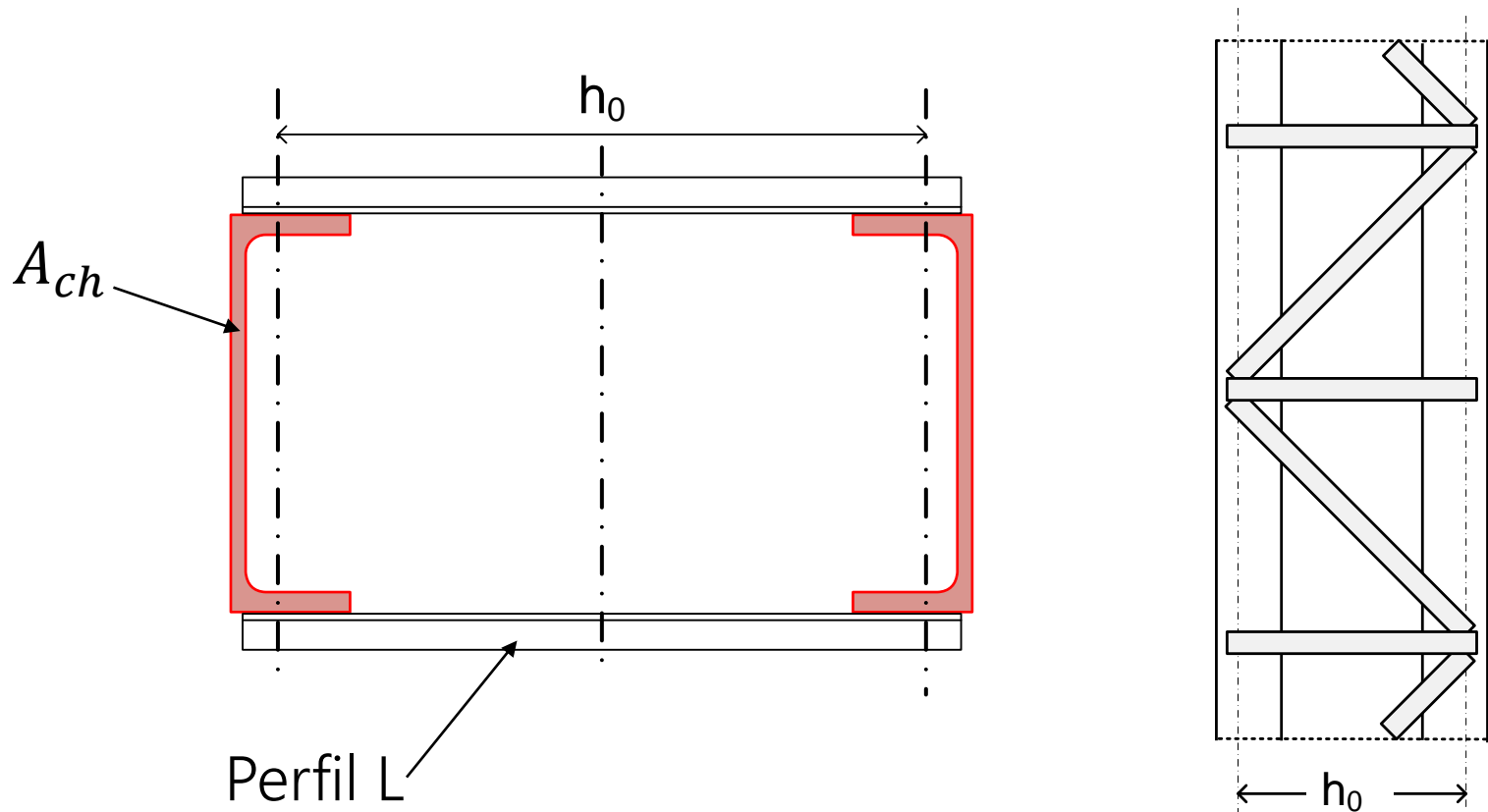
n_{pres} Número de planos de presillas (habitual 2)



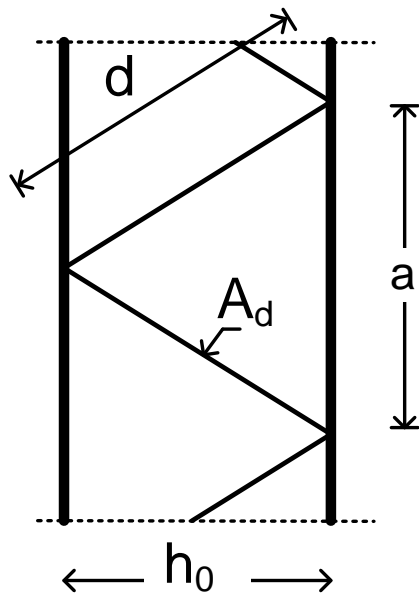
Inercia efectiva de un poste compuesto con celosía I_{eff}

$$I_{eff} = 0.50 h_0^2 A_{ch}$$

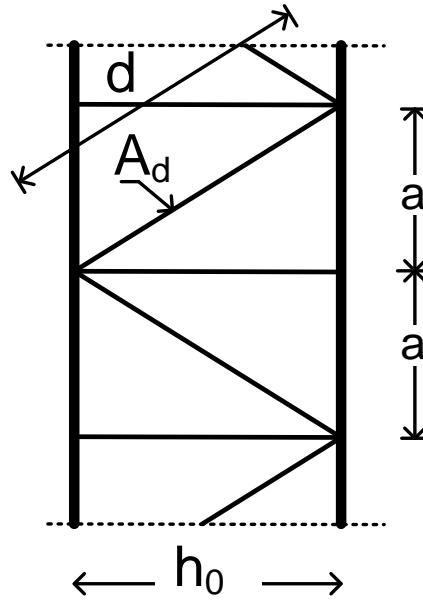
A_{ch} Área de la sección transversal de un cordón



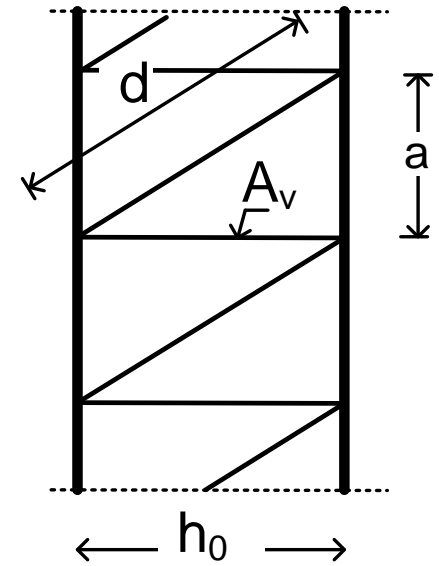
Rigidez a cortante de un poste compuesto con celosía S_V



$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{2 d^3}$$



$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{d^3}$$

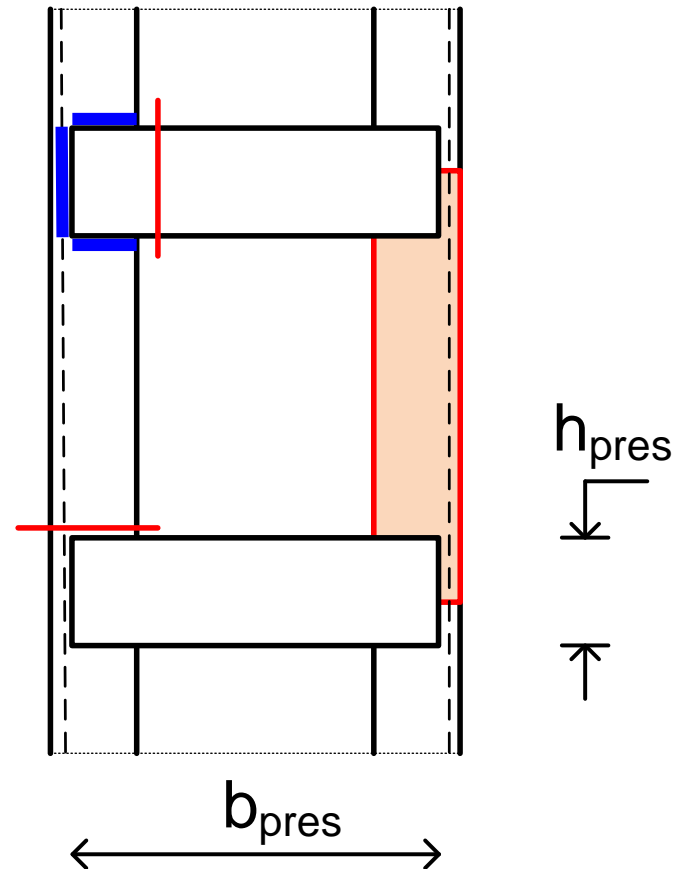


$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{d^3 \left[1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$$

A_d Área del perfil de las diagonales. A_v : área del perfil de los montantes

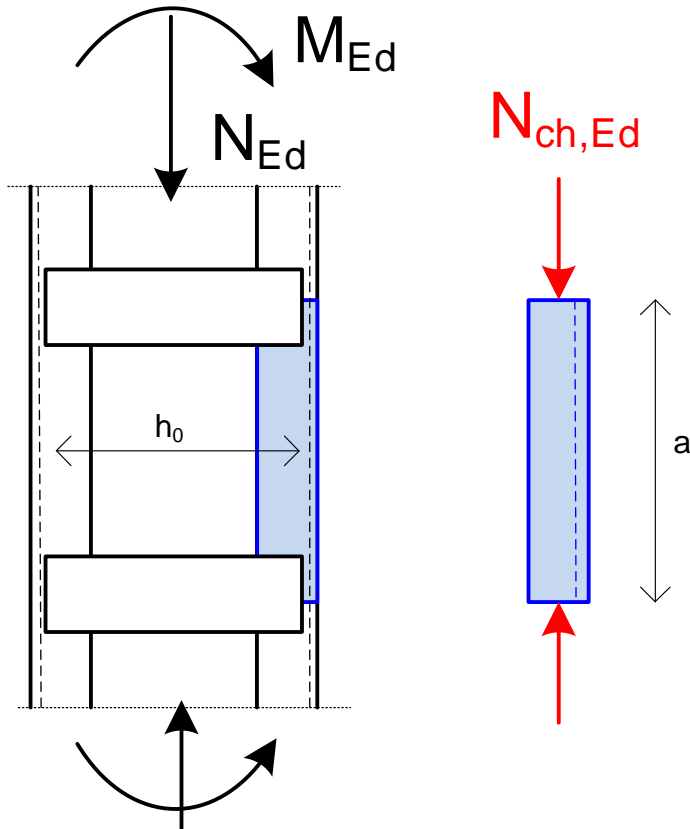
Comprobación del diseño de un poste con presillas

1. Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces
2. Resistencia de los enlaces (presillas)
3. Resistencia del cordón
4. Resistencia de la soldadura de la presilla al poste



Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces (1)

Esfuerzo axial de cálculo a pandeo del tramo central del cordón: debido a N y a M



$$N_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \left(\frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$

N_{Ed} Esfuerzo axial de cálculo en el poste

M_{Ed} Momento flector de cálculo en el centro del poste, con efectos de orden 2

A_{ch} Área de un cordón

I_{ef} Inercia efectiva del poste compuesto

h_0 Distancia entre los c.d.g. de los dos cordones

El segundo sumando de $N_{ch,Ed}$ se basa en suponer una ley de tensiones lineal, como en la flexión debida a M_{Ed}

Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces (2)

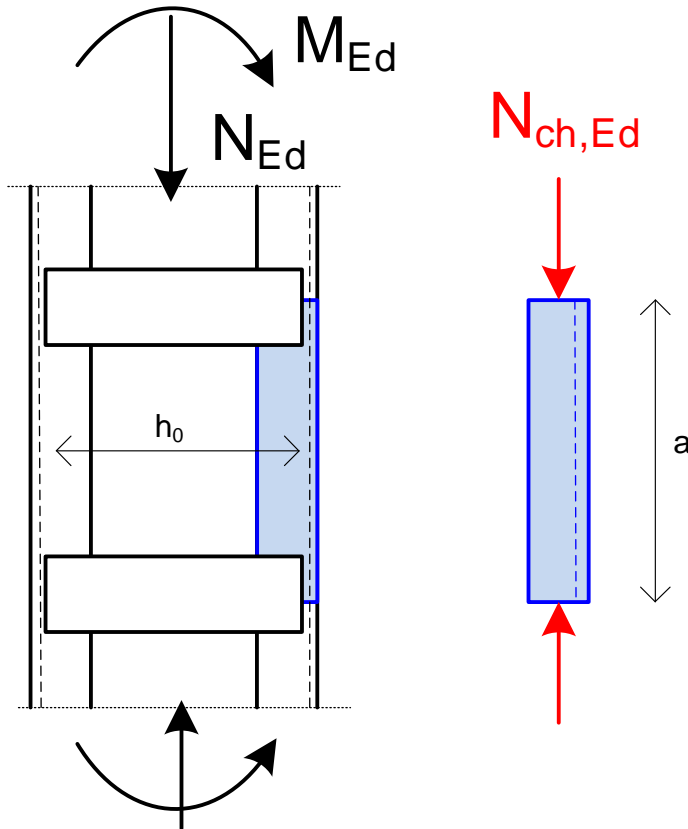
Comprobación

$$N_{ch,Ed} \leq \chi A_{ch} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Calcular χ para piezas a pandeo por flexión, en función de la esbeltez del cordón $\bar{\lambda}_{cor}$

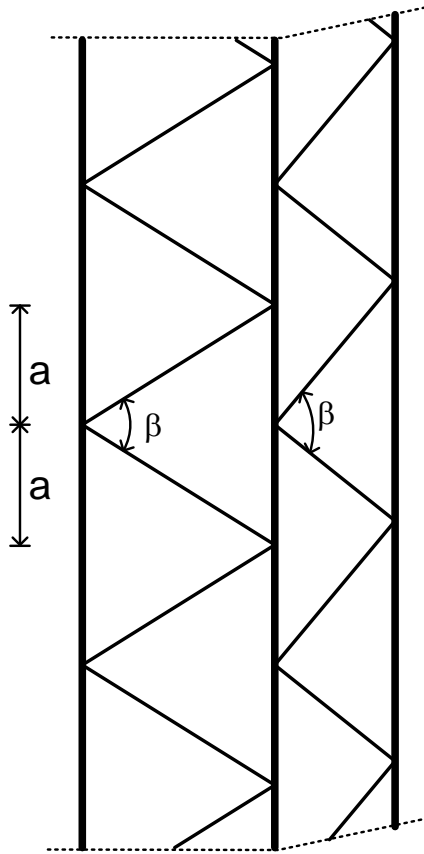
$$\bar{\lambda}_{cor} = \frac{L_{p,ch}}{i_{min,ch}} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$L_{p,ch}$: Longitud de pandeo del tramo de cordón entre dos enlaces.

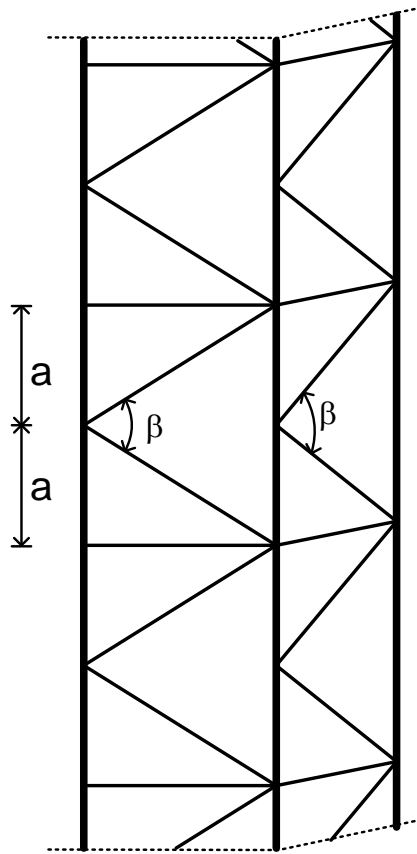


Longitud de pandeo del cordón $L_{p,ch}$

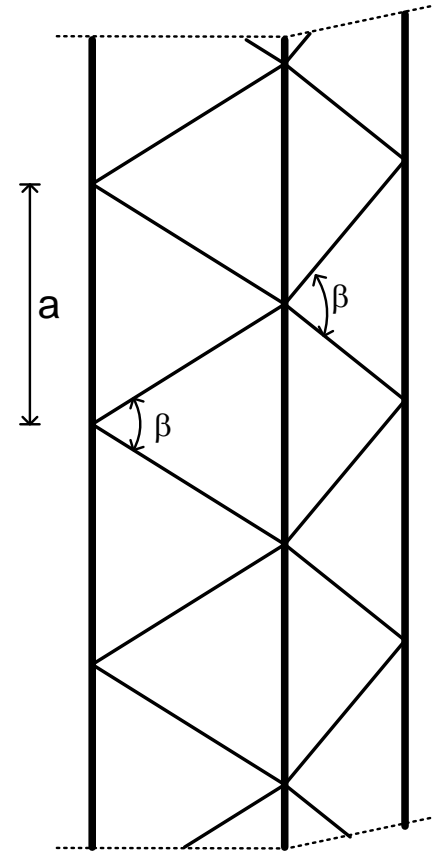
Piezas con presillas $L_{p,ch} = a$



$$L_{p,ch} = 1.52 a$$



$$L_{p,ch} = 1.28 a$$

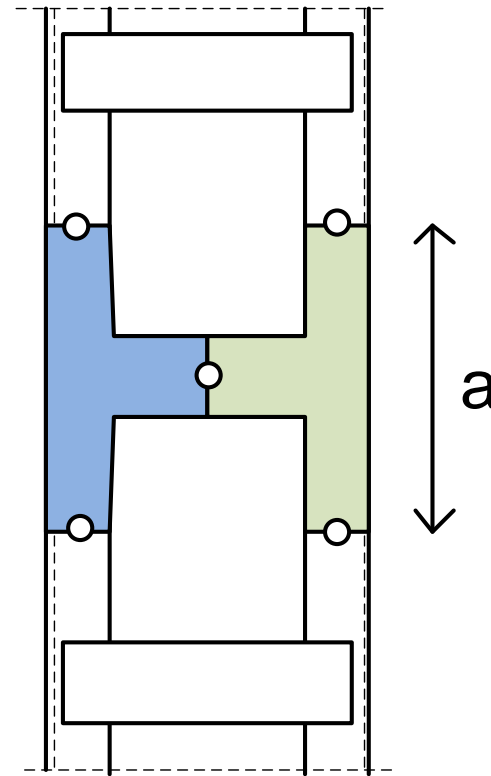
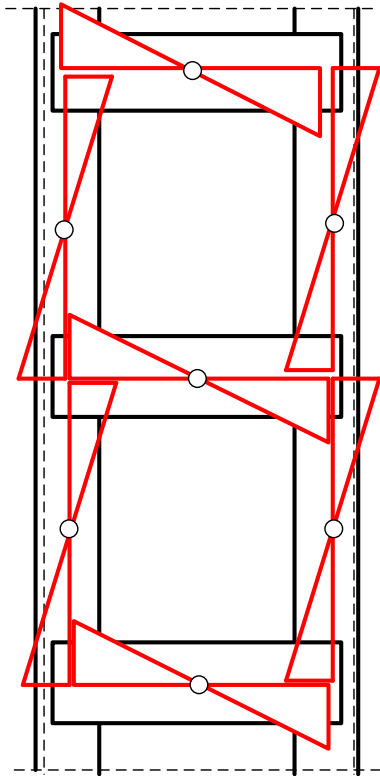


$$L_{p,ch} = a$$

Resistencia de los cordones y enlaces

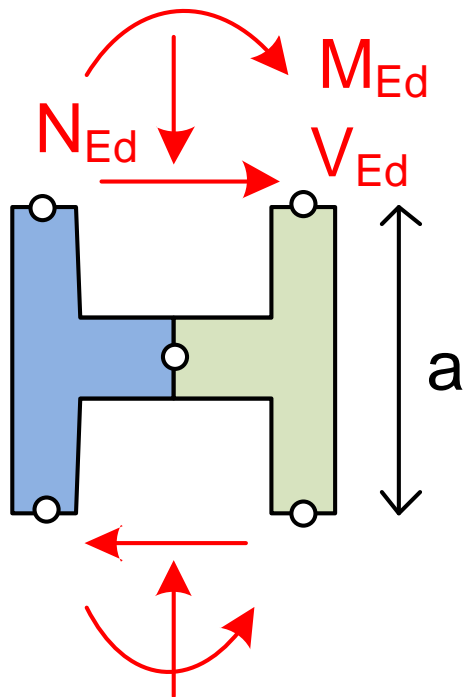
Estudios detallados muestran que el diagrama de momentos tiene valor nulo en el centro de las presillas y de los cordones: estos puntos se pueden considerar articulados

Modelo estructural sencillo de un tramo, para comprobación de resistencia



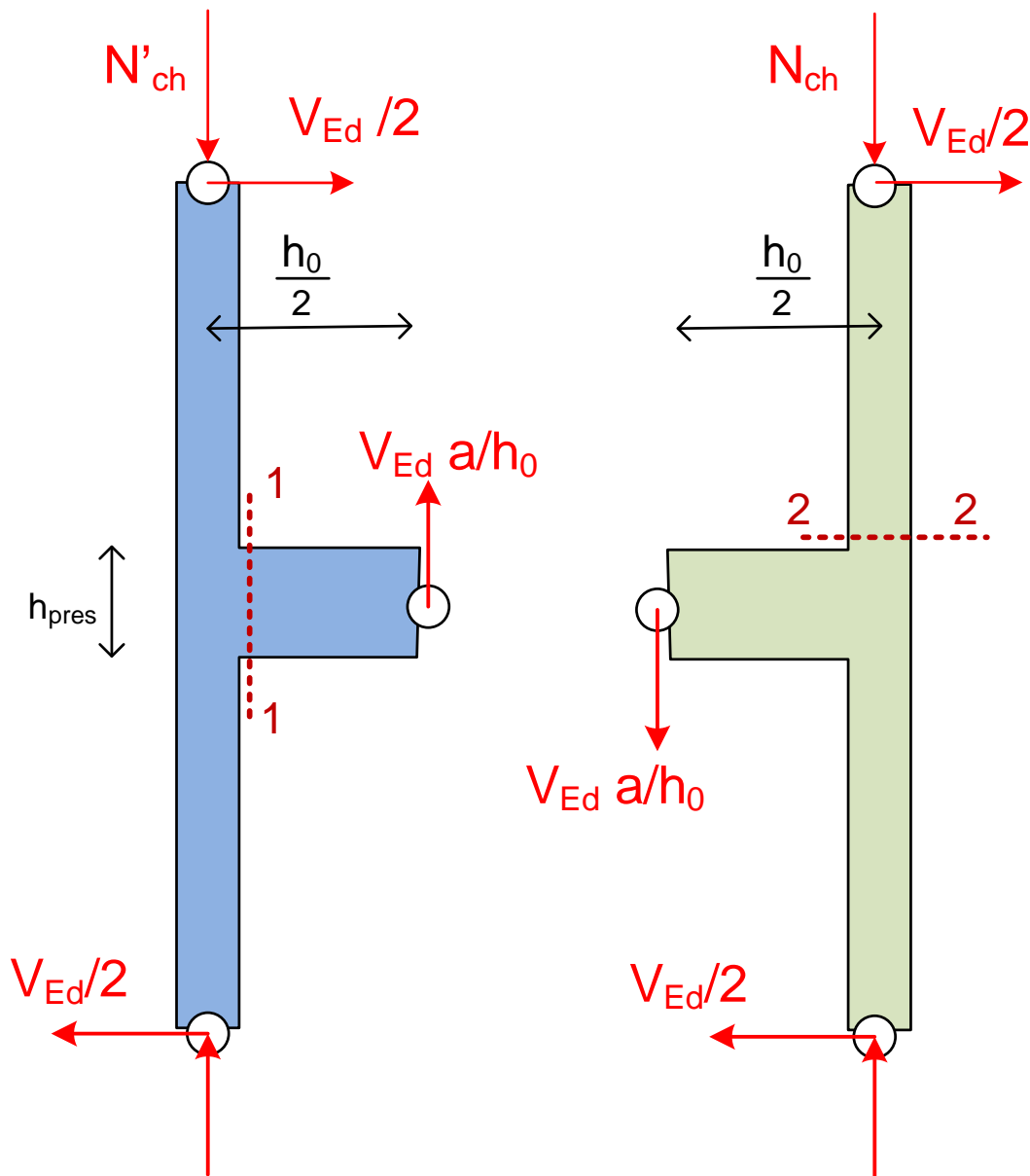
Resistencia de los cordones y enlaces. Esfuerzos interiores

Fuerzas actuantes



$$N_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \left(\frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$

$$N'_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} - \frac{M_{Ed} \left(\frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$



Postes compuestos

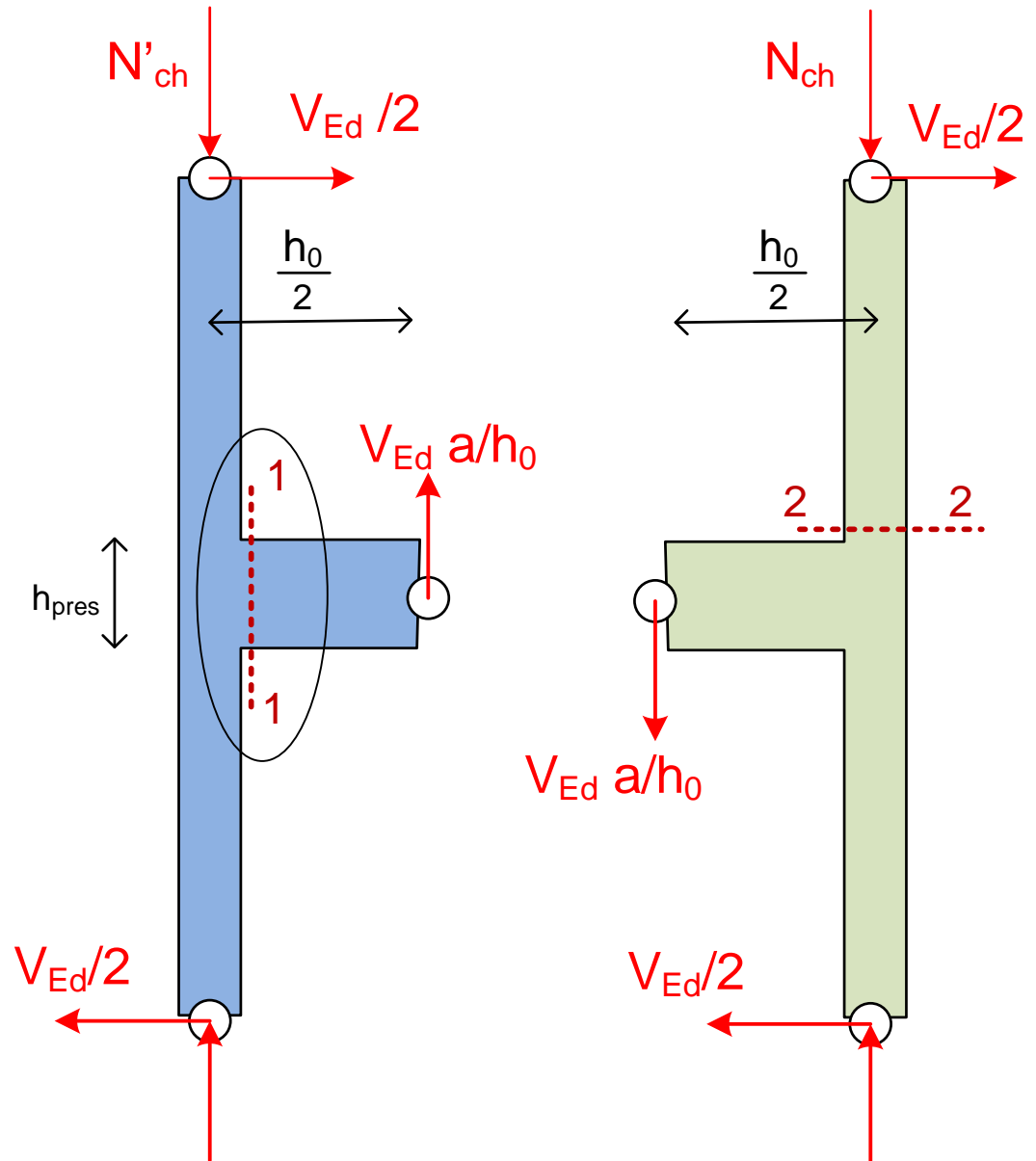
Resistencia de las presillas. Sección 1-1

$$N_{11} = 0$$

$$M_{11} = \frac{V_{Ed} a}{2}$$

$$V_{11} = \frac{V_{Ed} a}{h_0}$$

Comprobar la resistencia de una presilla como una sección rectangular:
 canto h_{pres} , espesor: t_{pres}



Resistencia de los cordones. Sección 2-2

$$N_{22} = N_{ch}$$

$$M_{22} = \frac{V_{Ed} a}{2} \frac{h_0}{2}$$

$$V_{22} = \frac{V_{Ed}}{2}$$

Comprobar la resistencia de la sección de un cordón (U, H) ante esfuerzos combinados

