



tecnun
Universidad
de Navarra
Escuela de Ingenieros

DISEÑO DE UNIONES A LA CIMENTACIÓN CON PLACA BASE DE ANCLAJE

Juan Tomás Celigüeta

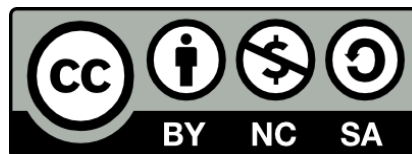
Agosto 2017

DISEÑO DE UNIONES A LA CIMENTACIÓN CON PLACA BASE DE ANCLAJE

Copyright © 2017 por Juan Tomás Celigüeta y tecnun (Universidad de Navarra).

Este documento está licenciado bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento – NoComercial - CompartirIgual 3.0 España (CC BY-NC-SA 3.0 ES).

Puede consultar las condiciones de dicha licencia en:
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/>.



CONTENIDO

1	Introducción	1
2	Superficie portante	1
3	Resistencia a aplastamiento hormigón <i>fjd</i>	3
3.1	Eurocódigo 3 EN 1993-1-8.....	3
3.2	Instrucción EAE.....	5
3.3	Código Técnico CTE	5
4	Poste articulado sometido a compresión pura	6
5	Poste articulado sometido a tracción pura	7
6	Existencia de fuerzas de palanca.....	9
7	Poste sometido a esfuerzo axial y momento flector.....	10
7.1	Fuerzas de diseño.....	10
7.2	Fuerzas en las zonas de tracción y compresión	11
7.3	Comprobación de resistencia.....	14
7.4	Resistencia a compresión.....	14
7.5	Resistencia a tracción.....	15
7.5.1	Resistencia de la placa base a flexión y de los tornillos a tracción	16
7.5.2	Resistencia del alma del poste	18
8	Momento resistente según el Eurocódigo 3	19
8.1	Justificación del método	19
8.2	Aplicación práctica	21
9	Bases rigidizadas.....	22
10	Cálculo preciso de la anchura eficaz de apoyo	23
11	Momento resistente máximo.....	26
11.1	Diagramas envolventes <i>N/M</i>	27
12	Resistencia de los pernos de anclaje.....	28
12.1	Resistencia a tracción.....	28
12.2	Resistencia de adherencia de un perno recto.....	28
12.2.1	Pernos corrugados	28
12.2.2	Pernos lisos.....	29
12.2.3	Elementos de distribución inferior.....	29
13	Resistencia a esfuerzo cortante	29
13.1	Resistencia por rozamiento.....	30

13.2	Resistencia a cortante de un perno de anclaje	30
14	Rigidez rotacional de la unión	30
14.1	Rigidez de los componentes básicos	31
14.2	Rigidez de la unión	32
14.2.1	Caso de tracción a la izquierda y compresión a la derecha.	32
14.2.2	Caso de compresión compuesta	33
14.3	Rigidez según la EAE.....	34
15	Rigidez necesaria para garantizar el empotramiento	35
16	Ejemplos	36
16.1	Ejemplo 1. Apoyo empotrado	36
16.2	Ejemplo 2. Apoyo empotrado rigidizado.....	38
17	Referencias.....	41

1 Introducción

Las uniones a la cimentación con placa base de anclaje, para postes con perfil en H son las más habitualmente empleadas. La Figura 1 muestra diversas disposiciones constructivas: a la izquierda se representa una unión básica, con capacidad de transmitir momento, en el centro una unión rigidizada con mayor capacidad de transmitir momento, y a la derecha una unión articulada.

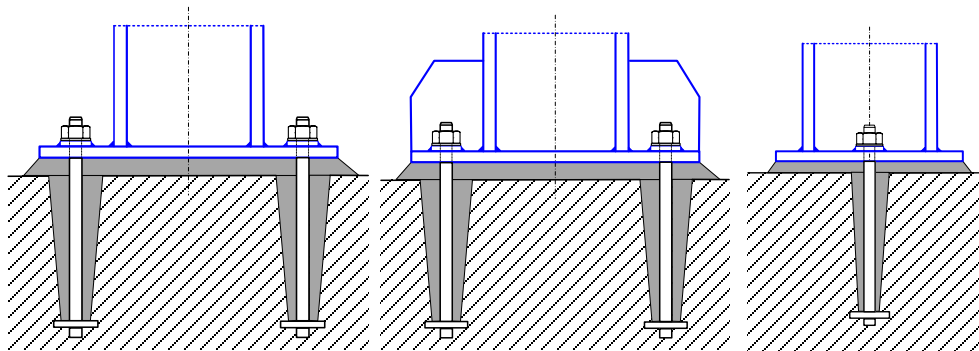


Figura 1. Disposiciones constructivas de bases de postes con placa base de anclaje

La normativa más reciente para su diseño es:

- Eurocódigo 3 (EC3): EN 1993-1-8, Proyecto de Estructuras de Acero, Parte 1-8: Uniones, artículo 6.
- EAE: Instrucción de Acero Estructural. Artículo 65.
- CTE: Código Técnico de la Edificación. Documento básico DB-SE-A Seguridad Estructural, Acero, artículo 8.8.1.

En este documento se dará preferencia al Eurocódigo 3, y se indicarán las diferencias con las otras normas.

2 Superficie portante

La transmisión de fuerzas de compresión entre la placa base y el hormigón no se efectúa en toda la superficie de la placa base. Las fuerzas de compresión se transmiten alrededor del perímetro del perfil, añadiendo una anchura suplementaria de apoyo c , que es debida a la flexibilidad de la placa (Figura 2).

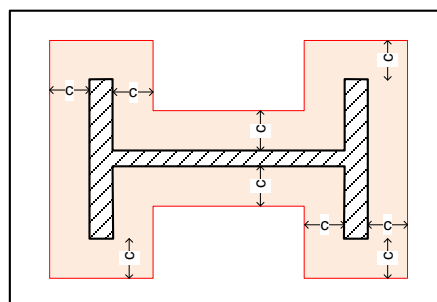


Figura 2. Superficie portante de apoyo de un poste a compresión simple o compuesta

La anchura suplementaria de apoyo c se justifica para asegurar la resistencia de la placa de apoyo, que está sometida a la presión de contacto con el hormigón. Se supone que esta presión de contacto se distribuye de forma uniforme (EC3 6.2.5), y la presión en el área de apoyo se toma como la resistencia del hormigón a compresión f_{jd} (Figura 3).

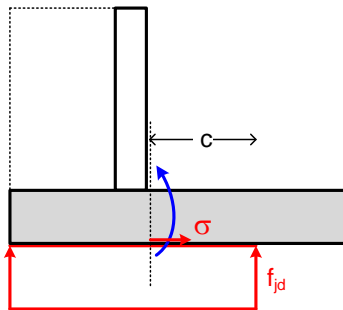


Figura 3. Anchura suplementaria de apoyo

El momento flector en la sección de unión placa – poste (con una longitud de la placa L_p) es:

$$M = (f_{jd} c L_p) \frac{c}{2}$$

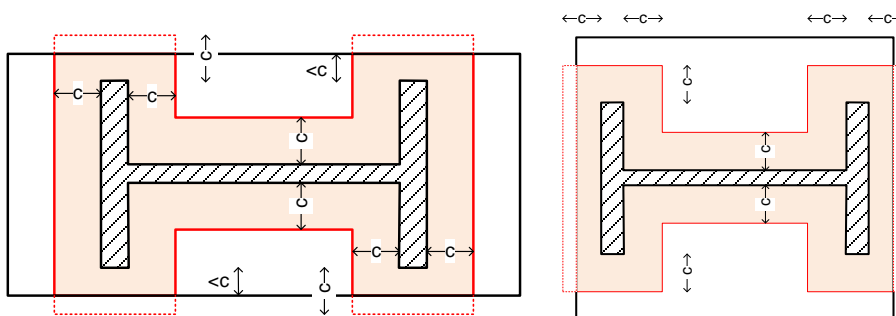
La tensión máxima producida por este momento en la sección de la placa base (de espesor t y longitud L_p) en régimen elástico, debe ser menor que la tensión límite del acero f_{yd} :

$$\sigma = \frac{M}{\frac{L_p t^2}{6}} \leq f_{yd}$$

Sustituyendo M y despejando c , se obtiene el valor de la anchura suplementaria de apoyo:

$$c = t \sqrt{\frac{f_y}{3 f_{jd} \gamma_{M0}}}$$

La superficie portante debe estar contenida en la placa base y no debe haber solapes (Figura 4).



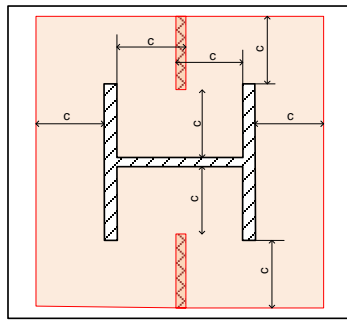


Figura 4. Límites a la superficie portante

En los apoyos rigidizados, la superficie portante se extiende alrededor de los nervios de refuerzo (Figura 5).

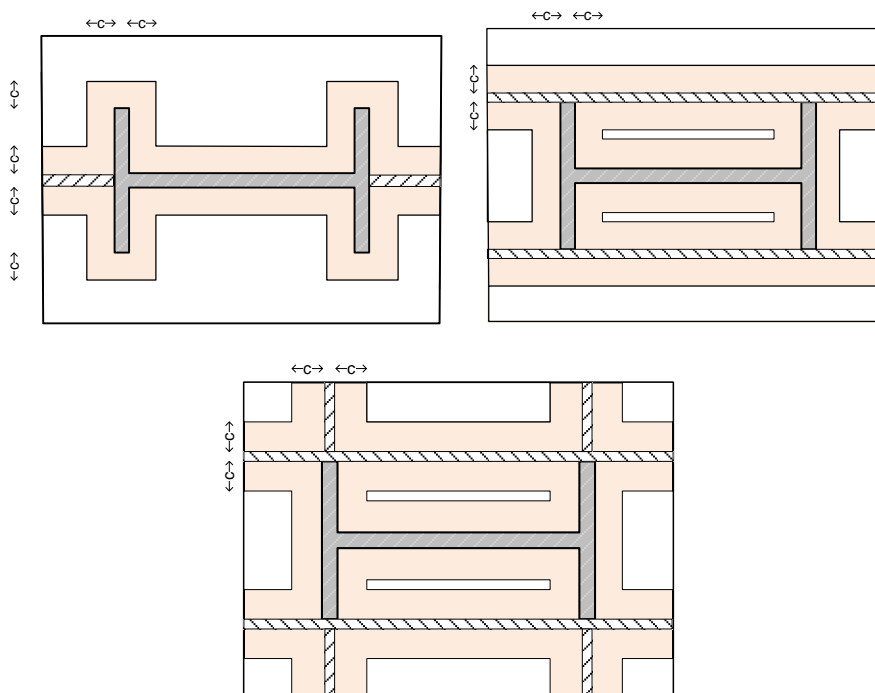


Figura 5. Superficie portante en apoyos rigidizados

3 Resistencia a aplastamiento hormigón f_{jd}

La resistencia a aplastamiento de la unión f_{jd} es la tensión máxima de compresión que puede soportar el hormigón en la superficie de apoyo. Es mayor que su resistencia característica f_{ck} . Esto se debe a que la superficie directamente cargada (placa base) está rodeada de más hormigón no cargado, que impide su ensanchamiento lateral. Este efecto de zunchado aumenta su resistencia a compresión.

3.1 Eurocódigo 3 EN 1993-1-8

El valor de la resistencia de cálculo a aplastamiento de la unión f_{jd} es (apartado 6.2.5):

$$f_{jd} = \beta_j \frac{F_{Rdu}}{b_{eff} l_{eff}}$$

β_j : coeficiente del material de unión a la cimentación, que tiene en cuenta que la resistencia bajo la placa podría ser menor debido a la calidad de la capa de mortero después del llenado [1].
 Puede tomarse $\beta_j = \frac{2}{3}$ si se cumplen las condiciones:

$$\text{Resistencia característica del mortero } f_{ck,grout} \geq 0.2 f_{ck}$$

$$\text{Espesor de la capa de mortero } e_{grout} \leq \min(50 \text{ mm}, 0.2 b_p, 0.2 h_p)$$

En caso contrario, se toma $f_{jd} = f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$.

F_{Rdu} es la resistencia de cálculo para fuerza concentrada del bloque de hormigón, calculada según el Eurocódigo de diseño en hormigón EN 1992. Su valor según EN 1992-1 (6.7), es:

$$F_{Rdu} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}}$$

$A_{c0} = b_1 d_1$: área de aplicación de la fuerza en la superficie superior (Figura 6).

$A_{c1} = b_2 d_2$: área máxima de distribución de la fuerza.

EL EC3 indica que, para el cálculo de f_{jd} , esta expresión debe emplearse con el valor de A_{c0} igual a la superficie eficaz $A_{c0} = b_{eff} l_{eff}$. Sustituyendo este A_{c0} :

$$F_{Rdu} = b_{eff} l_{eff} f_{cd} \sqrt{\frac{b_2 d_2}{b_{eff} l_{eff}}}$$

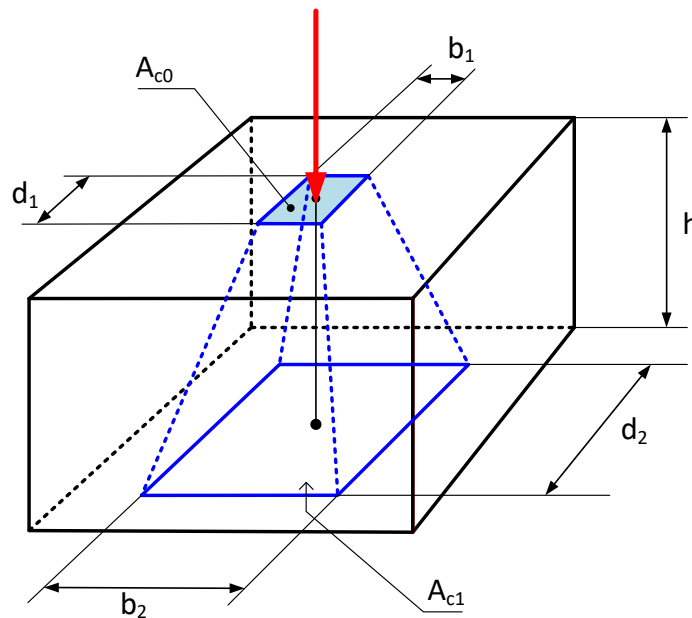


Figura 6. Dimensiones del bloque portante a compresión (EN 1992-1-1, Figura 6.29)

Sustituyendo F_{Rdu} en f_{jd} :

$$f_{jd} = \beta_j \frac{1}{b_{eff} l_{eff}} b_{eff} l_{eff} f_{cd} \sqrt{\frac{b_2 d_2}{b_{eff} l_{eff}}}$$

$$f_{jd} = \beta_j f_{cd} \sqrt{\frac{b_2 d_2}{b_{eff} l_{eff}}}$$

Esta es la misma expresión que en el CTE, empleando f_{cd} .

La resistencia de cálculo para fuerza concentrada está limitada, según EC2, a:

$$F_{Rdu} < 3 f_{cd} A_{c0} = 3 f_{cd} l_{eff} b_{eff}$$

Sustituyendo en f_{jd} se obtiene que:

$$f_{jd} \leq \beta_j f_{cd} \sqrt{3}$$

Además, el EC2 limita las dimensiones de la máxima área de distribución a los siguientes valores:

$$b_2 \leq 3 b_1 \quad d_2 \leq 3 d_1 \quad b_2 \leq b_1 + h \quad d_2 < d_1 + h$$

Lógicamente, b_2 y d_2 deben ser también menores que la dimensión exterior del bloque de hormigón.

3.2 Instrucción EAE

El procedimiento empleado por la EAE (artículo 65.2.2) es similar al de EC3, aunque es menos claro en el cálculo de las áreas, y se refiere a la norma EHE en vez de al EC2.

La resistencia máxima del hormigón según esta norma debe calcularse como:

$$f_{jd} = \beta_j \frac{F_{Rdu}}{A'_0}$$

$\beta_j = \frac{2}{3}$ si el mortero de nivelación tiene una resistencia $\geq 0.2 f_{ck}$ y un espesor menor que 0.2 veces la menor dimensión de la placa.

A'_0 : aproximación a la superficie de reparto máxima a compresión.

F_{Rdu} es la fuerza máxima de compresión concentrada que puede actuar sobre el bloque de hormigón, calculado según EHE, tomando a A'_0 como la superficie restringida donde se aplica la fuerza.

3.3 Código Técnico CTE

La resistencia portante de la superficie de asiento es:

$$f_{jd} = \beta_j k_j \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{con} \quad f_{jd} \leq 3.3 f_{cd}$$

Siendo:

$$\beta_j = \frac{2}{3} \quad k_j = \sqrt{\frac{a_1 b_1}{a b}} \leq 5$$

Dimensiones de la placa de asiento: $a \times b$.

Superficie eficaz de hormigón a una profundidad h : $a_1 \times b_1$.

Dimensiones máximas de la superficie eficaz de hormigón:

$$a_1 = \min(5 a, a + h, 5 b_1) \quad b_1 = \min(5 b, b + h, 5 a_1)$$

Nota: en el CTE no se incluye el coeficiente γ_c en la expresión del valor de f_{jd} , pero sí se indica f_{cd} en su valor máximo. Lo primero parece ser una errata. El valor de f_{jd} coincide con el del EC3 si se emplea el coeficiente γ_c .

4 Poste articulado sometido a compresión pura

La resistencia a esfuerzo axial de compresión es aportada por toda la superficie portante del hormigón, que es la suma de 3 casquillos en T a compresión (Figura 7):

$$F_{C,Rd} = F_{C,Rd1} + F_{C,Rd2} + F_{C,Rd3}$$

- Casquillo bajo el ala de la columna:

$$F_{C,Rd1} = f_{jd} l_{eff1} b_{eff1}$$

$$l_{eff1} = \min(b_c + 2c, b_p)$$

$$b_{eff1} = t_{fc} + \min\left(c, \frac{h_p - h_c}{2}\right) + \min\left(c, \frac{h_c}{2} - t_{fc}\right)$$

- Casquillo bajo el alma de la columna:

$$F_{C,Rd2} = f_{jd} l_{eff2} b_{eff2}$$

$$l_{eff2} = \max(h_c - 2 t_{fc} - 2c, 0)$$

$$b_{eff2} = \min(t_{wc} + 2c, b_p)$$

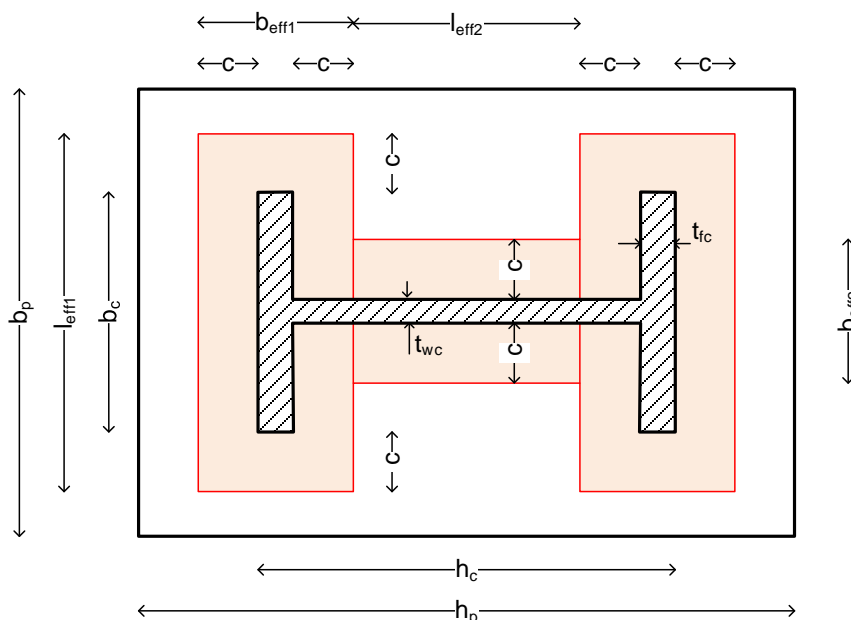


Figura 7. Área portante en un poste a compresión pura

Una forma de calcular el área equivalente útil para perfiles en H, que no identifica la fuerza en cada casquillo, consiste en hallar la diferencia del rectángulo portante exterior menos los dos rectángulos laterales:

$$F_{C,Rd} = f_{jd} (h_{cp} b_{cp} - l_{cp} (b_{cp} - t_{wc} - 2c))$$

$$h_{cp} = \min(h_c + 2c, h_p)$$

$$b_{cp} = \min(b_c + 2c, b_p)$$

$$l_{cp} = \max(h_c - 2t_{fc} - 2c, 0)$$

También resulta útil para perfiles en H la siguiente expresión del área portante:

$$A_p = 4 c^2 + P_H c + A_H$$

Siendo P_H el perímetro del perfil en H y A_H su área.

La superficie portante debe estar contenida en la placa base y no tener solapes (Figura 8).

Si el poste está rigidizado, la anchura suplementaria rodea a los rigidizadores (Figura 9).

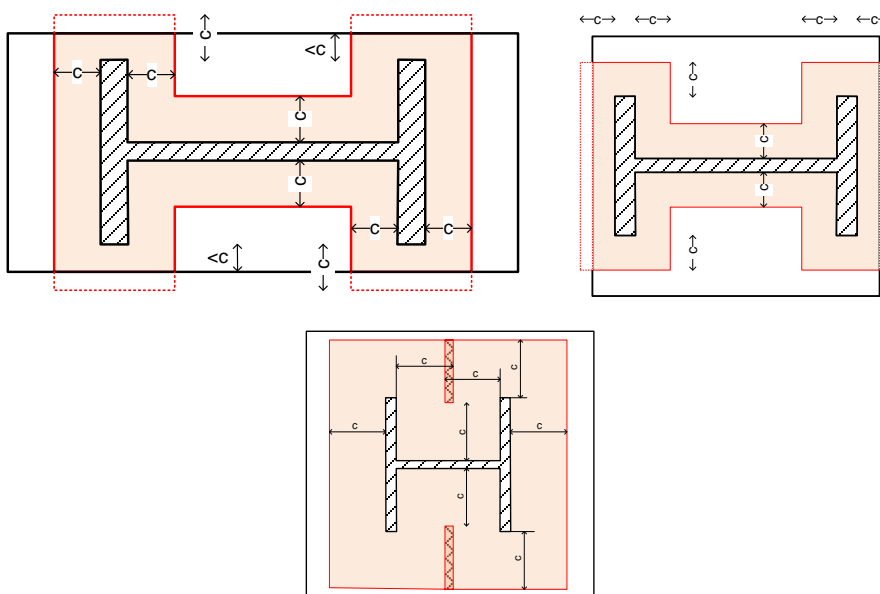


Figura 8. Límites a la anchura suplementaria y a la superficie portante para un poste en compresión pura

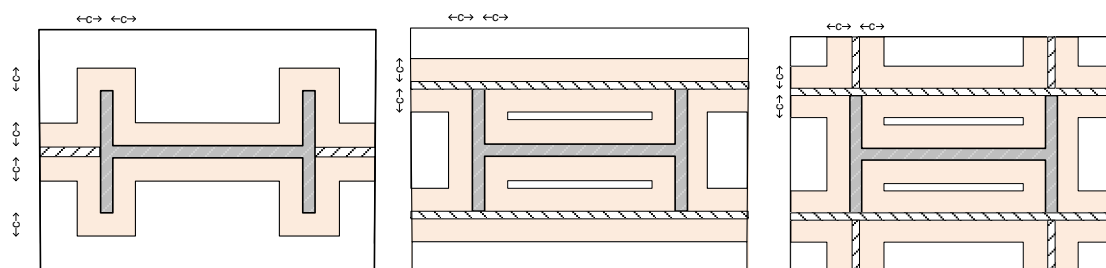


Figura 9. Superficie portante en postes rigidizados sometidos a compresión pura

5 Poste articulado sometido a tracción pura

Se considera un diseño simple, con dos tornillos situados entre las alas del poste. El esfuerzo axial aplicado se soporta por un casquillo en T (Figura 10).

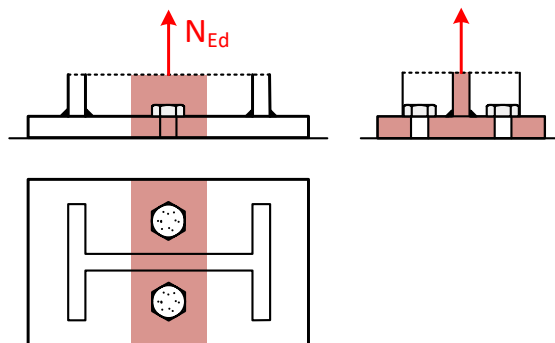


Figura 10. Casquillo en T de un poste a tracción pura

En este caso, no se considera la presencia de fuerzas de palanca en el cálculo de la resistencia de la placa (EC3, 6.2.6.11). Se consideran dos modos de fallo.

- Modo 1-2: fallo de la T, sin fuerzas de palanca (Figura 11):

$$F_{T,1-2,Rd} = \frac{2 M_{pl,1,Rd}}{m}$$

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{l_{eff,1} t_p^2 f_y}{4 \gamma_{M0}}$$

$$l_{eff,1} = \min(l_{eff,cp}, l_{eff,nc})$$

$$l_{eff,cp} = 2 \pi m \quad l_{eff,nc} = 4 m + 1.25 e$$

Las posibles líneas de rotura, con patrón circular $l_{eff,cp}$ y no circular $l_{eff,nc}$, se muestran en la Figura 12.

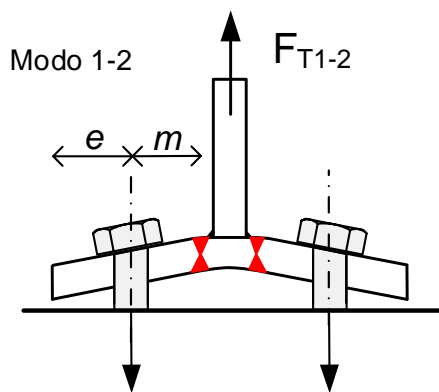


Figura 11. Modo 1-2 de rotura de casquillo T sin fuerzas de palanca

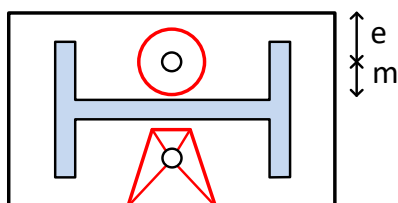


Figura 12. Líneas de rotura en base de poste a tracción

- Modo 3: fallo de los pernos a tracción.

$$F_{T,3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd,perno}$$

La resistencia del perno incluye la propia resistencia a plastificación axial y la resistencia a adherencia en el hormigón (ver apartado 12).

6 Existencia de fuerzas de palanca

Las fuerzas de palanca no aparecen cuando los pernos son muy flexibles y se deforman mucho, de tal forma que su deformación es mayor que la de la placa base por lo que no se produce el contacto en el extremo del casquillo en T.

El EC3 incluye, en la tabla 6.11, un criterio para identificar si se producen fuerzas de palanca o no en los casquillos en T que forman los pernos. Consiste en imponer un valor mínimo a la longitud de alargamiento del perno L_b , lo cual garantiza que el perno sea muy flexible, se deforme mucho y no haya fuerzas de palanca:

$$L_b > L_b^* \rightarrow \text{No hay fuerzas de palanca}$$

L_b : longitud de alargamiento del perno, de valor:

$$L_b = 8 d + t_p + t_g + t_w + 0.5 k$$

Siendo: d el diámetro del perno, t_p el espesor de la placa, t_g el espesor del mortero, t_w el espesor de la arandela y k la altura de la tuerca (Figura 13).

L_b^* : longitud límite de alargamiento del perno:

$$L_b^* = \frac{8.8 m^3 A_s}{l_{eff,1} t_p^3}$$

A_s : área del núcleo del perno.

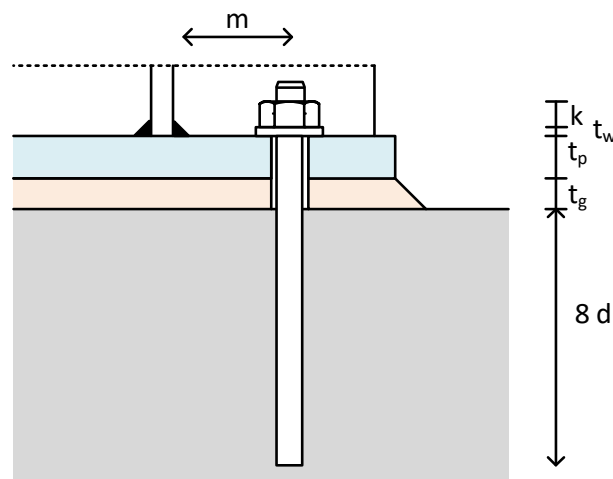


Figura 13. Dimensiones del perno de anclaje

7 Poste sometido a esfuerzo axial y momento flector

7.1 Fuerzas de diseño

El modelo de diseño de EN 1993-1-8 supone que la resistencia de la unión de un poste a la cimentación mediante placa de base, sometida a fuerza axial y momento flector, corresponde a dos zonas, una a tracción y otra a compresión.

La resistencia a tracción corresponde a los pernos situados fuera de las alas del perfil y a la resistencia de la propia placa base a flexión, trabajando como un casquillo en T que sujeta a los pernos.

La resistencia a compresión corresponde a un casquillo en T formado por una zona de hormigón a compresión, de forma rectangular y concéntrica con el ala a compresión del poste, despreciando la zona bajo el alma y la zona más exterior de la placa base. Este sencillo modelo de compresión es adecuado para postes con momentos no excesivamente grandes. Si el momento es muy grande, el modelo proporciona una resistencia inferior a la real, por no considerar una zona a compresión excéntrica con el ala del poste.

Se considera el axial positivo a tracción y el momento positivo en sentido horario (según EC 3, tabla 6.7). La excentricidad es:

$$e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$$

Y se mide positiva hacia la izquierda.

Los brazos de palanca de las fuerzas son:

Z_{TL}, Z_{TR} : brazo de palanca de la fuerza de tracción en el lado izquierdo (Z_{TL}) o derecho (Z_{TR}). Corresponde a la distancia del eje del poste al eje de los pernos, y normalmente ambas distancias serán iguales por simetría en el diseño.

Z_{CL}, Z_{CR} : brazo de palanca de la fuerza de compresión en el lado izquierdo o derecho. Corresponde a la distancia del eje del poste al centro del ala del perfil y normalmente ambas distancias serán iguales por simetría del poste.

La Figura 14 muestra todas las distintas fuerzas posibles en la unión. De ellas sólo se activarán en cada caso una fuerza a la izquierda y otra a la derecha.

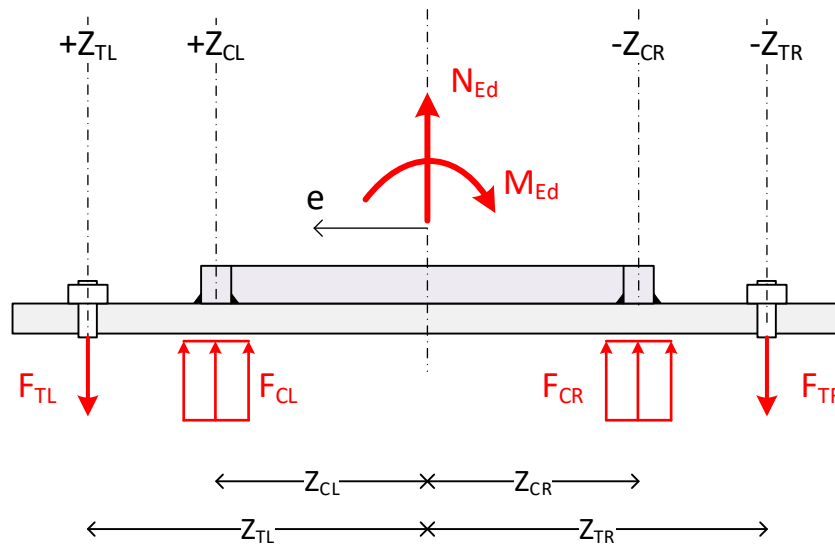


Figura 14. Fuerzas de diseño

7.2 Fuerzas en las zonas de tracción y compresión

La naturaleza de las fuerzas que realmente aparecen en las zonas de tracción y compresión de la unión depende de la excentricidad de la carga axial. En función de la posición excéntrica de esta carga axial, aparecen a la izquierda y a la derecha del apoyo las fuerzas de tracción y/o compresión que garantizan el equilibrio de momentos de la unión.

La Figura 15 muestra las fuerzas que realmente aparecen, en función de la posición de una carga axial positiva. La Figura 16 muestra las fuerzas para una carga axial negativa.

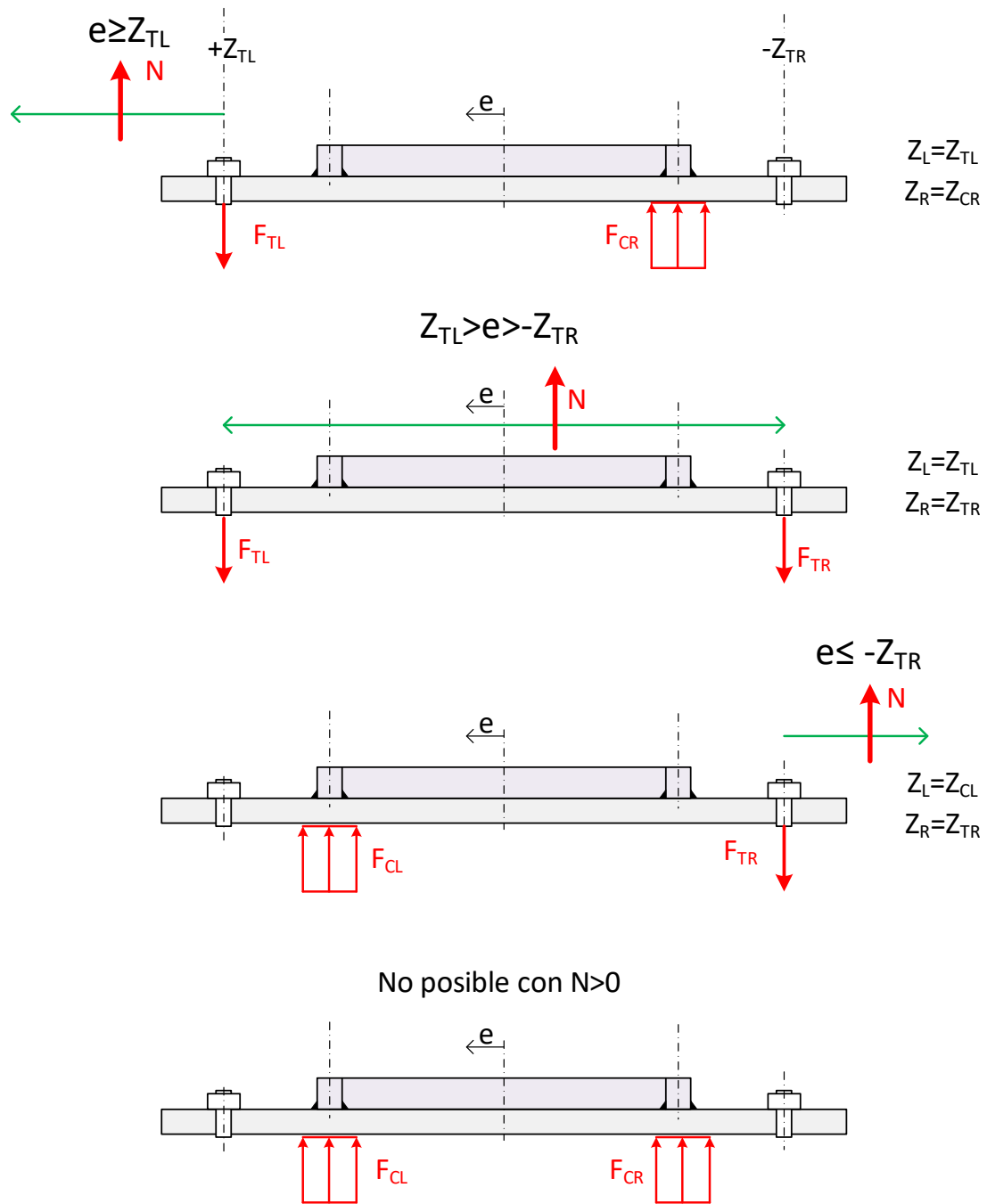


Figura 15. Fuerzas para el caso de carga axial positiva (poste a tracción)

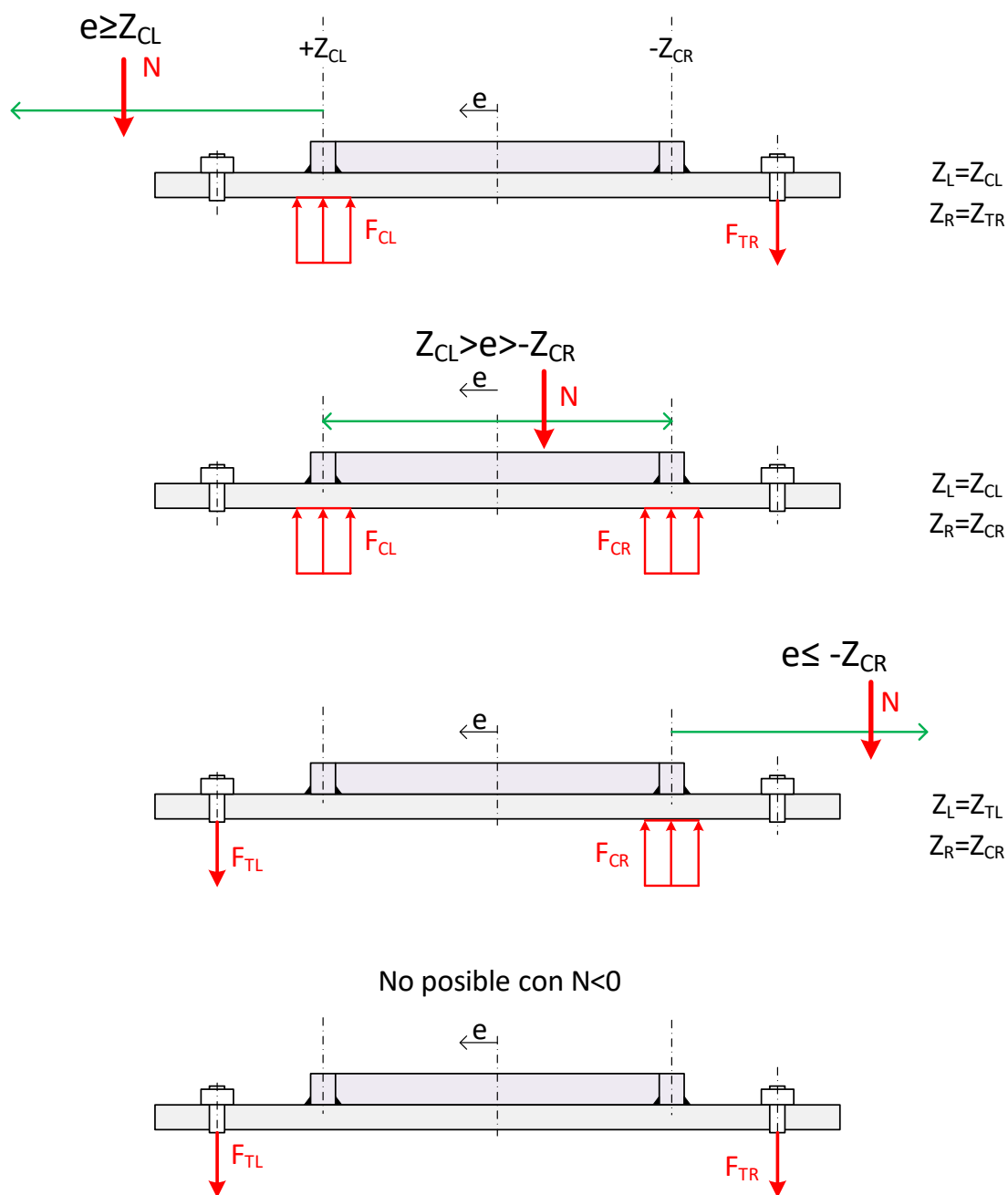


Figura 16. Fuerzas para el caso de carga axial negativa (poste a compresión)

Una vez establecida la naturaleza de las fuerzas en las dos zonas de tracción y compresión y sus brazos de palanca, se puede determinar su valor considerando el equilibrio de la base del poste.

La disposición genérica de las fuerzas a la izquierda F_L y la derecha F_T se muestra en la Figura 17. Las fuerzas se han supuesto positivas a tracción.

Los brazos de palanca de las fuerzas son:

Z_L : brazo de palanca de la fuerza del lado izquierdo. Será Z_{TL} o Z_{CL} según que la fuerza a la izquierda sea de tracción o compresión.

Z_R : brazo de palanca de la fuerza del lado derecho. Será Z_{TR} o Z_{CR} según que la fuerza a la derecha sea de tracción o compresión.

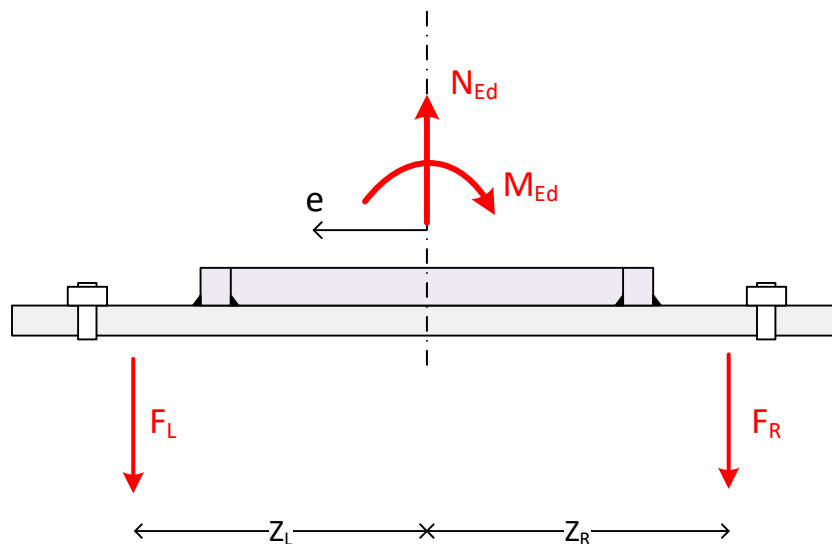


Figura 17. Fuerzas y brazos de palanca

Fuerza en el lado izquierdo F_L . Supuesta positiva a tracción. Puede ser positiva (F_{TL}) o negativa (F_{CL}).

$$F_L = \frac{N_{Ed} Z_R}{(Z_L + Z_R)} + \frac{M_{Ed}}{(Z_L + Z_R)}$$

Fuerza en el lado derecho F_R . Supuesta positiva a tracción. Puede ser positiva (F_{TR}) o negativa (F_{CR})

$$F_R = \frac{N_{Ed} Z_L}{(Z_L + Z_R)} - \frac{M_{Ed}}{(Z_L + Z_R)}$$

7.3 Comprobación de resistencia

La fuerza real existente en cada lado de la unión se compara con la resistencia de dicho lado, en función de si es a tracción o compresión:

$$\begin{aligned} F_L > 0 &\rightarrow F_L < F_{T,Rd} \\ F_L < 0 &\rightarrow |F_L| < F_{C,Rd} \\ F_R > 0 &\rightarrow F_R < F_{T,Rd} \\ F_R < 0 &\rightarrow |F_R| < F_{C,Rd} \end{aligned}$$

7.4 Resistencia a compresión

La resistencia a compresión de la unión incluye tres aspectos: a) resistencia del hormigón y/o mortero en compresión, b) resistencia de la placa base en compresión bajo la presión de apoyo en la cimentación y c) resistencia del ala del pilar en compresión.

- **Resistencia de cálculo del hormigón en compresión**

La resistencia de cálculo del hormigón y/o mortero en compresión bajo el ala del pilar $F_{C,Rd}$ (Figura 18), se determina suponiendo una distribución uniforme de la presión en el área de apoyo (EC3 6.2.5):

$$F_{C,Rd} = f_{jd} b_{eff} l_{eff}$$

f_{jd} : Resistencia de cálculo a aplastamiento de la unión, debida al hormigón trabajando a compresión (apartado 11).

l_{eff} : longitud eficaz del casquillo en T de la superficie portante a compresión.

b_{eff} : ancho eficaz del casquillo en T de la superficie portante a compresión.

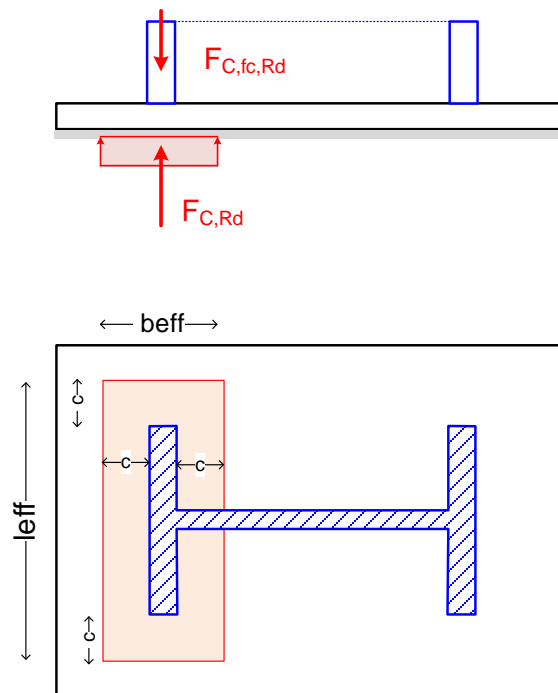


Figura 18. Casquillo en T equivalente a compresión

- **Resistencia del ala del pilar en compresión**

La resistencia a compresión del hormigón calculada $F_{C,Rd}$ debe ser menor que la resistencia del ala del pilar a compresión $F_{c,fc,Rd}$:

$$F_{C,Rd} \leq F_{c,fc,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h_c - t_{fc}}$$

$M_{c,Rd}$ es la resistencia del pilar a flexión. Para secciones plásticas clases 1 y 2, habituales en pilares, su valor es $M_{c,Rd} = W_{pl} f_{yd}$, siendo W_{pl} el módulo plástico del perfil. Para secciones clase 3, es $M_{c,Rd} = W_{el} f_{yd}$, siendo W_{el} el módulo elástico del perfil. h_c es el canto exterior del perfil en H y t_{fc} el espesor del ala.

- **Resistencia de la placa base bajo la presión de apoyo**

Esta resistencia se tiene en cuenta de forma automática si se considera que la longitud l_{eff} y la anchura eficaz b_{eff} del casquillo en T no pueden superar la anchura adicional de apoyo c .

7.5 Resistencia a tracción

La resistencia a tracción de la unión es la menor de dos resistencias (Figura 19):

$$F_{T,Rd} = \min(F_{t,pl,Rd}, F_{t,wc,Rd})$$

$F_{t,pl,Rd}$: resistencia de la placa base a flexión y de los tornillos a tracción.

$F_{t,wc,Rd}$: resistencia a tracción del alma del poste junto a su ala.

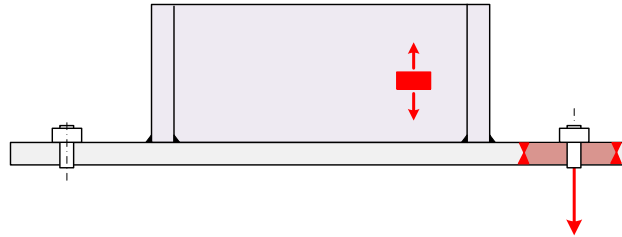


Figura 19. Resistencias a tracción

7.5.1 Resistencia de la placa base a flexión y de los tornillos a tracción

Su resistencia $F_{t,pl,Rd}$ se calcula como un casquillo en T con tornillos exteriores al ala. La simetría de los tornillos de la fila exterior permite crear una T equivalente a la parte exterior de la placa de anclaje, con anchura la mitad de la anchura de la placa $b_p/2$ (Figura 20).

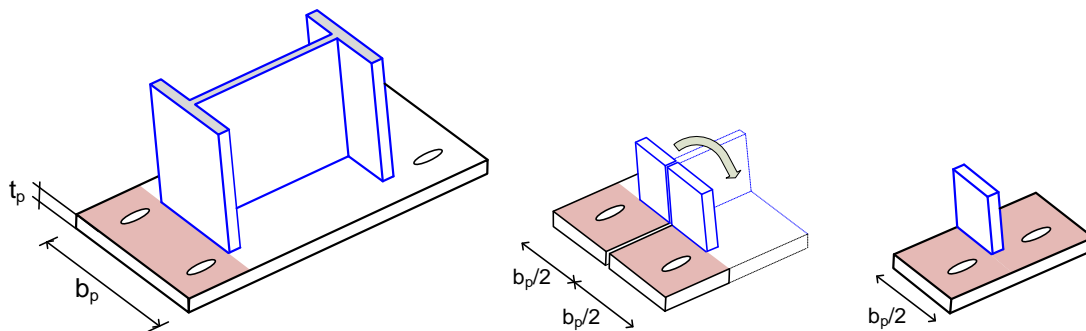


Figura 20. Casquillo en T equivalente a la zona exterior de la placa base

No es necesario considerar la existencia de fuerzas de palanca para determinar el espesor de la placa base según EC3: §6.2.6.11, debido a la gran flexibilidad de los pernos.

Existen dos modos de fallo.

- Fallo de la T, sin fuerzas de palanca: Modo 1-2.

$$F_{T,1-2,Rd} = \frac{2 M_{pl,1,Rd}}{m_x}$$

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{l_{eff,1} t_p^2 f_y}{4 \gamma_{M0}}$$

$$l_{eff,1} = \min(l_{eff,cp}, l_{eff,nc})$$

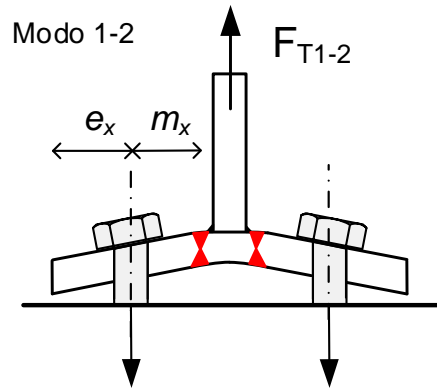


Figura 21. Fallo de la placa base a flexión sin fuerzas de palanca (Modo 1-2)

Las posibles formas de rotura se muestran en la Figura 22 y la Figura 23. Sus longitudes eficaces, para una fila con n_t tornillos, son:

$$l_{eff,cp} = \min \left[\begin{array}{l} \frac{n_t}{2} (2 \pi m_x) \\ \frac{n_t}{2} (\pi m_x + 2 e_x) \end{array} \right]$$

$$l_{eff.nc} = \min \left[\begin{array}{l} \frac{n_t}{2} (4 m_x + 1.25 e_x) \\ 2 m_x + 0.625 e_x + e + (n_t - 2)(2 m_x + 0.625 e_x) \\ \frac{b_p}{2} \\ 2 m_x + 0.625 e_x + (n_t - 1) \frac{p}{2} \end{array} \right]$$

Figura 22. Líneas de rotura de la placa de anclaje con patrones circulares

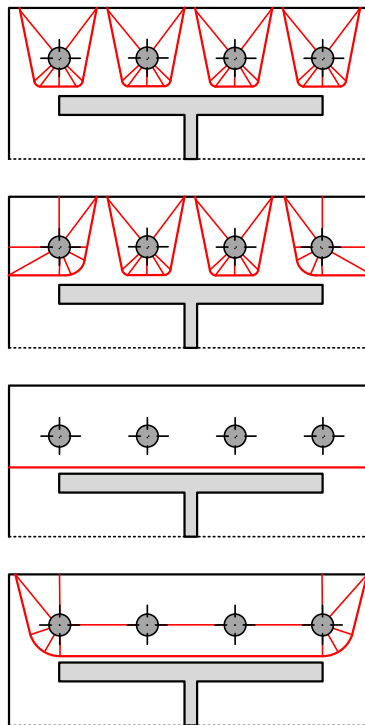


Figura 23. Líneas de rotura de la placa de anclaje con patrones no circulares

- Modo 3: fallo de los pernos a tracción.

$$F_{T,3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd,perno}$$

La resistencia del perno $F_{t,Rd,perno}$ incluye la propia resistencia a plastificación axial y la resistencia a adherencia en el hormigón (ver apartado 12).

Para el cálculo de la resistencia de los pernos sí debe considerarse que pueden aparecer fuerzas de palanca (EC3: §6.2.6.11), por lo que se ha considerado la resistencia a plastificación del perno.

7.5.2 Resistencia del alma del poste

La zona del alma del poste situada en el lado de tracción del apoyo está sometida a tracción (Figura 24). Su resistencia se determina de la misma forma que en la unión entre dos vigas o entre viga y poste, según EC3 §6.2.6.3.

$$F_{t,wc,Rd} = b_{eff,t,wc} t_{wc} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

En esta expresión $b_{eff,t,wc}$ es la anchura eficaz de la zona que resiste a tracción. Se debe tomar la misma que se ha empleado en la resistencia de la T de la placa base $b_{eff,t,wc} = l_{eff,1}$.

La instrucción EAE no menciona esta comprobación.

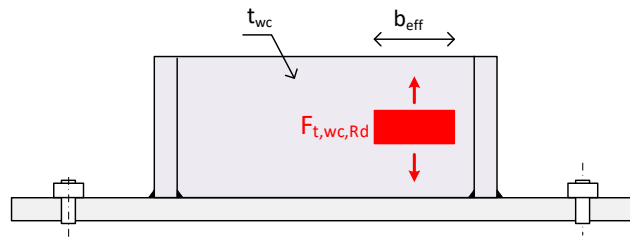


Figura 24. Resistencia del alma del poste a tracción

8 Momento resistente según el Eurocódigo 3

La norma EN 1993-1-8 proporciona expresiones sencillas para calcular el momento resistente de la unión (apartado 6.2.8.3).

Están basadas en suponer que la fuerza de resistencia del hormigón a compresión se produce sólo en el casquillo en T situado bajo el ala del poste, despreciando la resistencia aportada por la zona en compresión situada bajo el alma. Esto permite emplear una anchura eficaz de valor: $b_{eff} = t_{fc} + 2c$ (ver 6.2.5 y figura 6.4 de EN 1993-1-8).

Se considera el axial positivo a tracción y el momento positivo horario (según EC 3, tabla 6.7), con lo que la excentricidad es $e = \frac{M}{N}$ y se mide positiva hacia la izquierda.

Se requiere conocer previamente la situación de las fuerzas de tracción y compresión, y los brazos de palanca correspondientes Z_T y Z_C .

8.1 Justificación del método

Para explicar en qué se basan las fórmulas de diseño del EC3, se estudia a continuación el caso con la distribución de fuerzas mostrada en la Figura 25. Corresponde a los dos casos de cargas: $N > 0 \quad e > Z_{TL}$ y/o $N \leq 0 \quad e < -Z_{CR}$ (Figura 26).

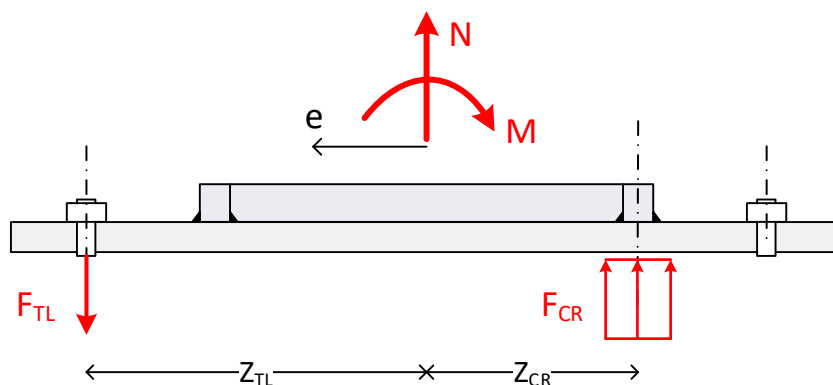


Figura 25. Fuerzas con tracción a la izquierda y compresión a la derecha

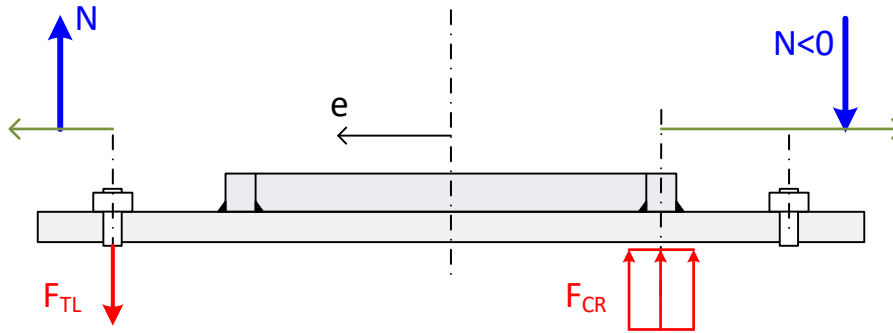


Figura 26. Posibles posiciones de la carga axial.

Las ecuaciones de equilibrio de la unión son:

$$N = F_{TL} - F_{CR}$$

$$M = F_{CR} Z_{CR} + F_{TL} Z_{TL}$$

Estas ecuaciones se pueden resolver para hallar las fuerzas que aparecen en la unión F_{TL} y F_{CR} en función de las acciones exteriores M y N . Pero también se puede calcular de ellas el momento M en función de F_{TL} , F_{CR} y N .

Para calcular el valor máximo del momento resistente $M_{j,Rd}$ hay que suponer que una de las dos fuerzas F_{TL} o F_{CR} llega a su valor máximo de resistencia.

- Si la fuerza en la zona traccionada llega a su valor máximo de resistencia: $F_{TL} \rightarrow F_{TL,Rd}$ se puede obtener un valor máximo para el momento $M_{j,Rd}$, manteniendo la fuerza N y su excentricidad e . Las ecuaciones de equilibrio ahora son las anteriores, pero particularizando $F_{TL,Rd}$ y $M_{j,Rd}$:

$$N = \frac{M_{j,Rd}}{e} = F_{TL,Rd} - F_{CR}$$

$$M_{j,Rd} = F_{CR} Z_{CR} + F_{TL,Rd} Z_{TL}$$

De la primera ecuación se despeja $F_{CR} = F_{TL,Rd} - \frac{M_{j,Rd}}{e}$ y se sustituye en la segunda ecuación:

$$M_{j,Rd} = \left(F_{TL,Rd} - \frac{M_{j,Rd}}{e} \right) Z_{CR} + F_{TL,Rd} Z_{TL}$$

Reordenando:

$$M_{j,Rd} = \frac{F_{TL,Rd} (Z_{CR} + Z_{TL})}{\left(\frac{Z_{CR}}{e} + 1 \right)}$$

- Si la fuerza en la zona comprimida llega a su valor máximo de resistencia: $F_{CR} \rightarrow F_{CR,Rd}$ se puede obtener un valor máximo para el momento $M_{j,Rd}$, manteniendo la fuerza N y su excentricidad e . Las ecuaciones de equilibrio ahora son las anteriores, pero particularizando $F_{CR,Rd}$ y $M_{j,Rd}$:

$$N = \frac{M_{j,Rd}}{e} = F_{TL} - F_{CR,Rd}$$

$$M_{j,Rd} = F_{CR,Rd} Z_{CR} + F_{TL} Z_{TL}$$

De la primera ecuación se despeja $F_{TL} = \frac{M_{j,Rd}}{e} + F_{CR,Rd}$ y se sustituye en la segunda ecuación:

$$M_{j,Rd} = F_{CR,Rd} Z_{CR} + \left(\frac{M_{j,Rd}}{e} + F_{CR,Rd} \right) Z_{TL} +$$

Reordenando:

$$M_{j,Rd} = - \frac{F_{CR,Rd} (Z_{CR} + Z_{TL})}{\left(\frac{Z_{TL}}{e} - 1 \right)}$$

El momento resistente de la unión es el menor de los dos valores anteriores, dependiendo de qué fuerza llegue a su valor máximo.

8.2 Aplicación práctica

Repitiendo el proceso anterior para los distintos casos de carga, se puede obtener el momento resistente máximo en función de la excentricidad de la carga y de la situación de las tracciones y compresiones en la unión. Dichos valores máximos se muestran en la tabla siguiente, que se corresponde con la tabla 6.7 de la norma EN 1993-1-8.

Acciones	Valor de cálculo del momento resistente a flexión $M_{j,Rd}$	
Tracción a la izquierda Compresión a la derecha $Z = Z_{TL} + Z_{CR}$	$N_{Ed} > 0$ y $e > Z_{TL}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $e \leq -Z_{CR}$
	El menor de: $\frac{F_{TL,Rd} Z}{\frac{Z_{CR}}{e} + 1}$ y $\frac{-F_{CR,Rd} Z}{\frac{Z_{TL}}{e} - 1}$	
Tracción a la izquierda Tracción a la derecha $Z = Z_{TL} + Z_{TR}$	$N_{Ed} > 0$ y $0 < e < Z_{TL}$	$N_{Ed} > 0$ y $-Z_{TR} < e \leq 0$
	El menor de: $\frac{F_{TL,Rd} Z}{\frac{Z_{TR}}{e} + 1}$ y $\frac{F_{TR,Rd} Z}{\frac{Z_{TL}}{e} - 1}$ El menor de: ⁽¹⁾ $\frac{F_{TL,Rd} Z}{\frac{Z_{TR}}{e} + 1}$ y $\frac{F_{TR,Rd} Z}{\frac{Z_{TL}}{e} - 1}$	
Compresión a la izquierda Tracción a la derecha $Z = Z_{CL} + Z_{TR}$	$N_{Ed} > 0$ y $e < -Z_{TR}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $e > Z_{CL}$
	El menor de: $\frac{-F_{CL,Rd} Z}{\frac{Z_{TR}}{e} + 1}$ y $\frac{F_{TR,Rd} Z}{\frac{Z_{CL}}{e} - 1}$	
Compresión a la izquierda Compresión a la derecha $Z = Z_{CL} + Z_{CR}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $0 < e < Z_{CL}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $-Z_{CR} < e \leq 0$
	El menor de: $\frac{-F_{CL,Rd} Z}{\frac{Z_{CR}}{e} + 1}$ y $\frac{-F_{CR,Rd} Z}{\frac{Z_{CL}}{e} - 1}$ El menor de: $\frac{-F_{CL,Rd} Z}{\frac{Z_{CR}}{e} + 1}$ y $\frac{-F_{CR,Rd} Z}{\frac{Z_{CL}}{e} - 1}$	

Momento resistente máximo en función de la excentricidad. Tabla 6.7 de EN 1993-1-8. (1) Existe una errata en la fórmula de más a la derecha debe ser $F_{TR,Rd}$ en lugar de $F_{TL,Rd}$

En todos los casos, el momento resistente máximo se obtiene como el menor de dos valores. Si el menor de ellos es el primero quiere decir que el agotamiento de la resistencia se produce en el lado izquierdo (a tracción F_{TL} o compresión F_{CL}). Si el menor de dichos valores es el segundo quiere decir que el agotamiento de la resistencia se produce en el lado derecho (a tracción F_{TR} o compresión F_{CR}). Dicho de otro modo, la fuerza que figura en el numerador es la fuerza que se agota al llegarse al momento máximo.

Una vez calculado el momento resistente máximo $M_{J,Rd}$, la fuerza axial que le corresponde es:

$$N_{J,Rd} = \frac{M_{J,Rd}}{e}$$

Si se desea calcular el valor de la otra fuerza, la que no se agota, basta emplear la ecuación de equilibrio de fuerzas.

Es importante notar que la solución del EC3 mantiene fija la excentricidad de la carga e . En un diagrama N/M (apartado 11.1) las líneas de excentricidad constante son rectas que pasan por el origen (Figura 27). Por lo tanto las cargas de diseño N_{Ed}, M_{Ed} y las resistencias proporcionadas por el EC3 $M_{J,Rd}, N_{J,Rd}$ están en una línea recta.

Los valores del momento y la fuerza axial resistentes proporcionados por el EC3 indican hasta dónde se pueden aumentar N y M, ambos a la vez, bajo la hipótesis hecha de que la zona de compresión está sólo bajo el ala.

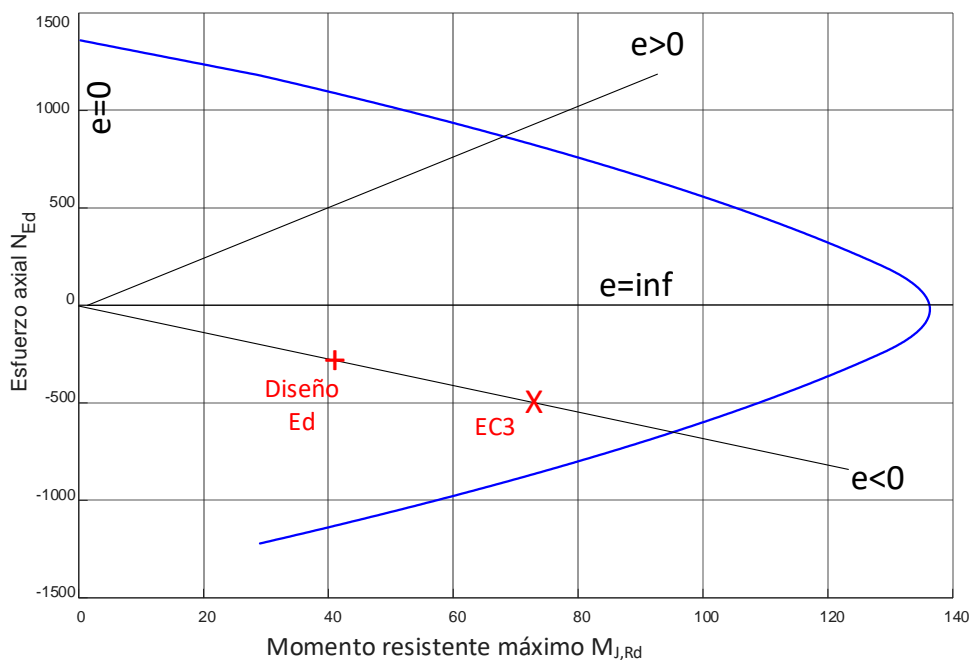


Figura 27. Diagrama N/M de resistencia de la unión

9 Bases rigidizadas

El caso de las bases con rigidizadores no está incluido de forma explícita en las fórmulas de diseño de EC3. Para el caso de postes a compresión pura ya se ha tratado en el apartado 4.

Para el caso de postes sometidos a momento flector, el problema es que no se conoce a priori la superficie de la zona a compresión, ni el brazo de palanca de la fuerza de compresión.

Una estrategia muy sencilla para tener en cuenta los rigidizadores es presuponer a priori cuál va a ser el área a compresión. Una suposición habitual es considerar que el área a compresión se extiende a cada lado de los rigidizadores una cantidad igual a la anchura suplementaria c , pero sólo en la parte de los rigidizadores situados fuera de las alas del perfil (Figura 28). Esto es conservador y coherente con el hecho de no haber considerado la anchura suplementaria a ambos lados del alma del perfil.

De esta forma se puede calcular directamente el valor de la resistencia a compresión del hormigón $F_{C,Rd} = A_{comp} f_{jd}$, donde A_{comp} es el área de la zona supuesta a compresión. El brazo de palanca de las compresiones Z_C corresponde directamente a la posición del centro de gravedad de la zona comprimida respecto del eje del perfil. Esto permite emplear todas las fórmulas anteriores para este caso.

Para la zona de tracción, la presencia de rigidizadores permite emplear como longitud eficaz de las líneas de rotura la correspondiente a los tornillos en rincón, aunque este extremo no está contemplado en el EC3.

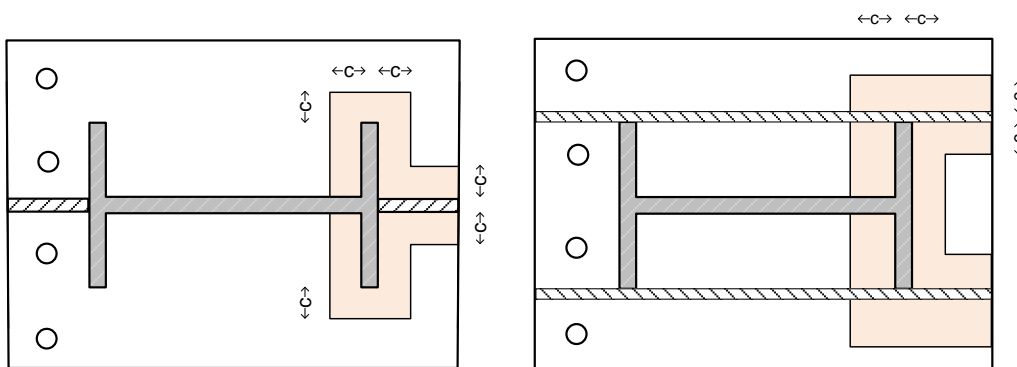


Figura 28. Zona a compresión en postes rigidizados sometidos a flexión

10 Cálculo preciso de la anchura eficaz de apoyo

Como se ha indicado, la norma EN 1993-1-8 considera, de forma simplista, que la fuerza de compresión se transmite sólo bajo el ala del poste, lo permite emplear una anchura eficaz: $b_{eff} = t_{fc} + 2c$ (ver 6.2.5 y figura 6.4 de EN 1993-1-8). Esto conduce a fórmulas sencillas de cálculo del momento resistente de la unión.

La anchura eficaz real de la zona de apoyo en compresión b_{eff} puede calcularse de forma más precisa, aunque laboriosa.

La idea es calcular los valores reales de las fuerzas de tracción F_T y compresión F_C que equilibran a las acciones exteriores N y M que actúan sobre la unión. Para ello se deja b_{eff} como incógnita y se calcula su valor para que se equilibren las fuerzas.

• **Caso de tracción a la izquierda**

Para un perfil en H, sin rigidizar, en la situación de la Figura 29, la medida de b_{eff} se calcula a partir del extremo más exterior de la zona comprimida, es decir a una distancia $\frac{h_c}{2} + c$ del centro de la columna.

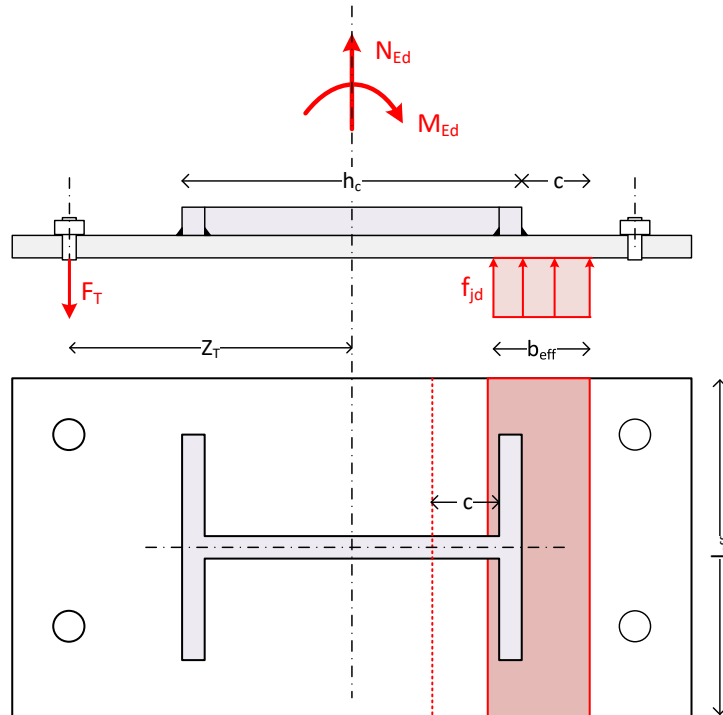


Figura 29. Anchura eficaz con compresión a la derecha

La resultante de la fuerza de compresión es:

$$F_C = f_{jd} b_{eff} l_{eff}$$

Siendo l_{eff} la longitud de la zona de compresión en dirección perpendicular. El brazo de palanca de la fuerza de compresión es:

$$Z_C = \frac{h_c}{2} + c - \frac{b_{eff}}{2}$$

Equilibrio de fuerzas:

$$F_T = N_{Ed} + F_C$$

Equilibrio de momentos:

$$M_{Ed} = F_T Z_T + F_C Z_C$$

Sustituyendo en la ecuación de momentos el valor de F_T , F_C y Z_C y reordenando se obtiene una ecuación cuadrática en b_{eff} :

$$\frac{f_{jd} l_{eff}}{2} b_{eff}^2 - f_{jd} l_{eff} \left(Z_T + \frac{h_c}{2} + c \right) b_{eff} + M_{Ed} - N_{Ed} Z_T = 0$$

De las dos soluciones sólo es válida aquella que cumpla con: $0 < b_{eff} \leq t_{fc} + 2c$, pues en este modelo no se ha considerado la participación de la zona bajo el alma.

Conocido el valor de b_{eff} , las ecuaciones anteriores permiten hallar el brazo de palanca Z_C , la fuerza de compresión F_C y la fuerza en los tornillos F_T .

• **Caso de tracción a la derecha**

Para el caso simétrico, con las compresiones a la izquierda, la situación se muestra en la Figura 30.

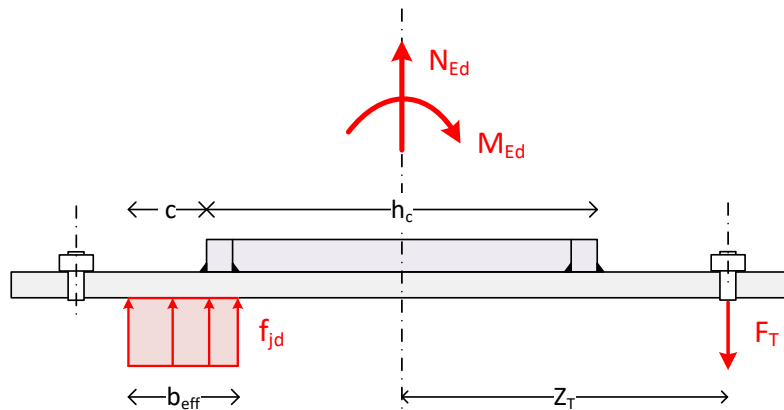


Figura 30. Anchura eficaz con compresión a la izquierda

Repitiendo el proceso, se obtiene una ecuación muy similar, donde sólo cambia el signo del momento:

$$\frac{f_{jd} l_{eff}}{2} b_{eff}^2 - f_{jd} l_{eff} \left(Z_T + \frac{h_c}{2} + c \right) b_{eff} - M_{Ed} - N_{Ed} Z_T = 0$$

Si la solución obtenida es $b_{eff} > t_{fc} + 2c$, quiere decir que la zona comprimida se extiende asimismo bajo una parte del alma.

En los dos casos anteriores, si la zona comprimida se extiende bajo el alma, se debe repetir el cálculo. Los pasos son los mismos, considerando la zona comprimida en forma de T (Figura 31).

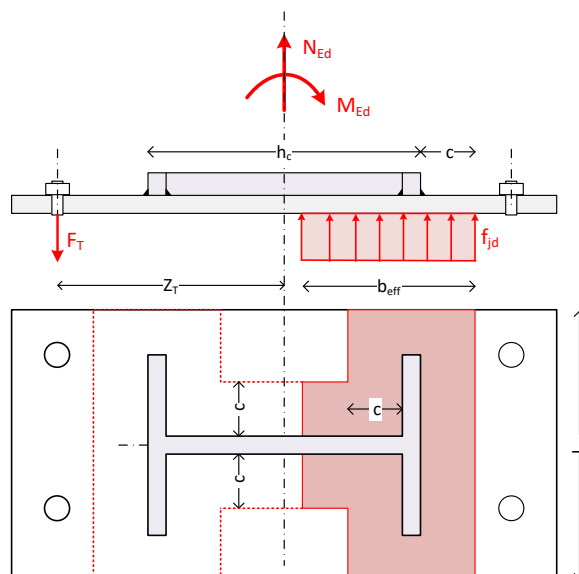


Figura 31. Zona de compresión extendida bajo el alma del poste

11 Momento resistente máximo

Como se ha indicado, la norma EN 1993-1-8 considera que la fuerza de compresión se transmite sólo bajo el ala del poste, lo cual es conservador, y, aunque conduce a fórmulas sencillas de cálculo, proporciona un momento resistente inferior al máximo.

A continuación se describe un método más preciso para hallar el momento máximo, para una fuerza axial dada N_{Ed} . Se basa en no suponer a priori el área que está a compresión, sino considerar que ésta puede extenderse a toda la superficie portante. El proceso es:

1. Se supone que la fuerza en los pernos es la máxima fuerza a tracción posible:

$$F_{TL} \rightarrow F_{T,Rd}$$

2. El equilibrio de fuerzas proporciona la fuerza de compresión necesaria para soportar la acción exterior y la fuerza de tracción máxima:

$$F_{C,nec} = F_{T,Rd} - N_{Ed}$$

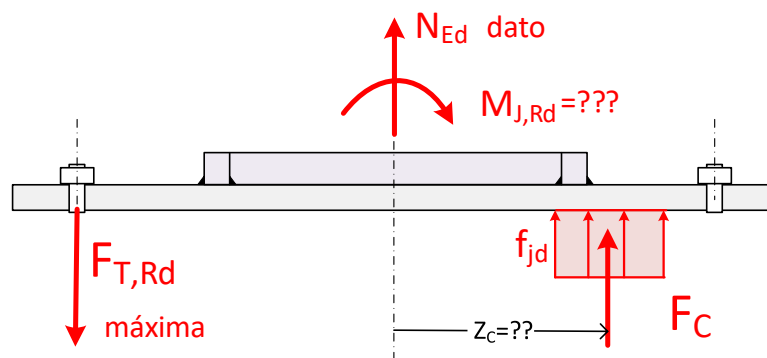


Figura 32. Cálculo del momento resistente máximo

3. Conocida la fuerza de compresión necesaria $F_{C,nec}$, la resistencia a aplastamiento f_{jd} proporciona el área a compresión necesaria:

$$A_{C,nec} = \frac{F_{C,nec}}{f_{jd}}$$

4. Se distribuye el área a compresión necesaria bajo la superficie portante, empezando por un extremo, y progresando hacia el centro (Figura 33). En este proceso de distribución se puede incluir toda la superficie portante, o sólo la zona bajo el ala.

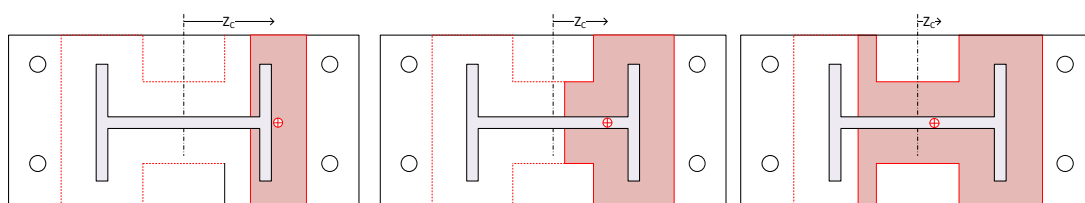


Figura 33. Distribución del área de compresión necesaria bajo la superficie portante máxima

5. Se halla el centro de gravedad del área a compresión, que define el brazo de palanca a compresión Z_C .

6. El momento resistente máximo, para la carga axial dada N_{Ed} es:

$$M_{J,Rd} = F_{T,Rd} Z_T + F_C Z_C$$

11.1 Diagramas envolventes N/M

Repitiendo el proceso anterior para todo el rango de la fuerza axial N_{Ed} , se obtiene el diagrama envolvente del momento resistente máximo $M_{J,Rd}$ en función de N_{Ed} , que indica la zona factible de trabajo de la unión. La Figura 34 muestra un diagrama típico.

La línea roja muestra el momento máximo que puede soportarse, para una fuerza axial dada, suponiendo que la zona de compresión se puede extender bajo toda la superficie portante, como se ha explicado antes.

La línea azul corresponde al modelo que considera que la zona de compresión se sitúa sólo bajo el ala. En el punto (a) se alcanza la máxima fuerza de compresión F_C , con toda la superficie de compresión bajo ala ocupada. En el ramal (a-b) la fuerza de compresión está a su valor máximo, y al ser la fuerza aplicada de compresión en la base del poste $N < 0$, al aumentar su módulo, debe disminuir la fuerza de tracción F_T , pues $F_T = F_C + N = F_C - |N|$. En el punto (b) la fuerza de tracción se hace nula, y ya no se puede aumentar más el valor de $|N|$ pues F_C está a su valor máximo. A partir de (b) este modelo con una fuerza de tracción y otra de compresión deja de ser válido, y se pasa a uno con compresión a ambos lados.

Se muestran también los puntos correspondientes a unas cargas de diseño (+) y a la solución del momento máximo del EC3 (*) para dichas cargas, manteniendo la excentricidad.

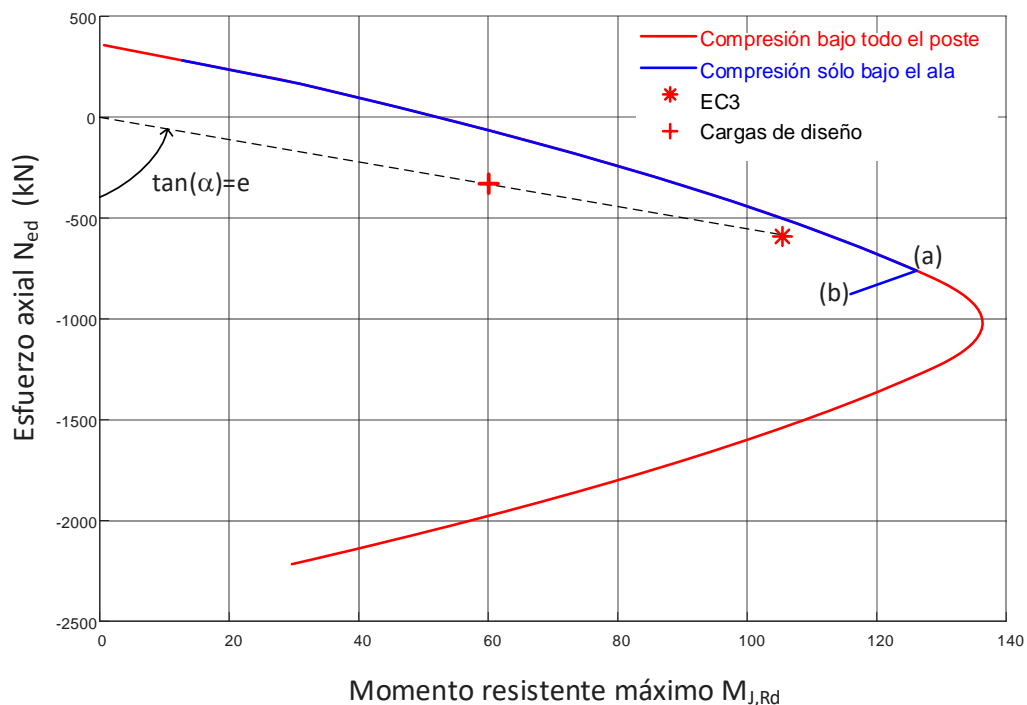


Figura 34. Diagrama envolvente M/N

12 Resistencia de los pernos de anclaje

Para pequeños esfuerzos, pueden emplearse pernos rectos, pero lo habitual es dotarlos de ganchos en su extremo o de placas de anclaje (Figura 35). La resistencia de un perno es la menor de sus dos modos de fallo: por rotura a tracción del perno y por fallo de adherencia con el hormigón, en el caso de pernos rectos.

$$F_{t,Rd,perno} = \min(F_{t,Rd}, F_{t,bond,Rd})$$

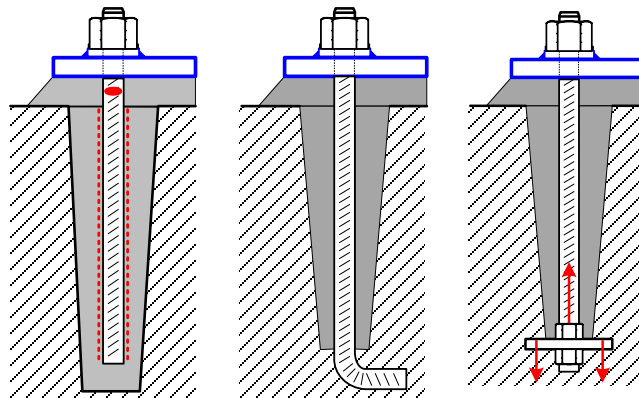


Figura 35. Pernos de anclaje

12.1 Resistencia a tracción

$F_{t,Rd}$: Resistencia del perno a tracción. Se calcula como un tornillo a tracción, de área neta A_S y tensión de rotura f_{ub} .

$$F_{t,Rd} = \frac{0.9 f_{ub} A_S}{\gamma_{M2}}$$

12.2 Resistencia de adherencia de un perno recto

Para pernos rectos, trabajando sólo por adherencia con el hormigón, sin ningún elemento de distribución de la carga en el extremo inferior (arandela, gancho), su resistencia de adherencia es:

$$F_{t,bond,Rd} = \pi d l_b f_{bd}$$

d : diámetro nominal del perno.

l_b : longitud de anclaje.

f_{bd} : Resistencia de adherencia del hormigón, que depende del tipo de perno.

12.2.1 Pernos corrugados

Según EC2, 8.4.2, la resistencia última de adherencia es:

$$f_{bd} = 2.25 f_{ctd} \eta_1 \eta_2$$

El coeficiente η_1 está relacionado con la calidad de la adherencia, y vale 1 cuando la calidad es buena y 0.7 en los casos restantes.

El coeficiente η_2 depende del diámetro del perno:

$$d \leq 32 \text{ mm} \rightarrow \eta_2 = 1$$

$$d > 32 \text{ mm} \rightarrow \eta_2 = \frac{132 - d}{100}$$

f_{ctd} es la resistencia de diseño del hormigón a tracción, cuyo valor, según EC2-3.1.6 (2) es

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_C}$$

La resistencia característica a tracción $f_{ctk,0.05}$ se puede expresar en función de la resistencia característica del hormigón f_{ck} como se indica en la tabla 3.1 de EC2:

$$f_{ctk,0.05} = 0.7 f_{ctm} = 0.7 \cdot 0.30 (f_{ck})^{2/3}$$

Que es válida para hormigones con $f_{ctm} \leq C50/C60$. Finalmente se obtiene:

$$f_{bd} = 2.25 \frac{0.7 \cdot 0.30 (f_{ck})^{2/3}}{\gamma_C} \eta_1 \eta_2$$

Es mayor que la de los pernos lisos, por efecto del corrugado.

12.2.2 Pernos lisos

En este caso es habitual emplear el siguiente valor de la resistencia última de adherencia:

$$f_{bd} = 0.36 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_C} \eta_2$$

12.2.3 Elementos de distribución inferior

- **Perno con gancho inferior**

Se debe diseñar con longitud de anclaje l_b tal que se evite el fallo por adherencia antes que por plastificación del perno.

$$F_{t,bond,Rd} \geq F_{t,Rd}$$

- **Perno con anclaje por arandela**

En este caso, no se debe considerar la resistencia por adherencia $F_{t,bond,Rd}$. Se debe transmitir la fuerza del perno al hormigón a través de la arandela, trabajando a cortadura.

13 Resistencia a esfuerzo cortante

La fuerza cortante horizontal se puede resistir por dos mecanismos: rozamiento entre la placa base y el hormigón, y fuerza cortante en los pernos.

Si no se emplean dispositivos especiales, la resistencia de cálculo a fuerza cortante horizontal entre la base del pilar y el mortero, $F_{v,Rd}$ es:

$$F_{v,Rd} = F_{f,Rd} + N_p F_{vb,Rd}$$

- $F_{f,Rd}$ Resistencia por rozamiento entre la placa base y el mortero.
- $F_{vb,Rd}$: Resistencia a cortante de un perno.
- N_p : Número de pernos

Además, pueden emplearse dispositivos especiales embebidos en el hormigón.

13.1 Resistencia por rozamiento

$$F_{f,Rd} = C_{f,d} N_{c,Ed}$$

- $C_{f,d}$: coeficiente de rozamiento entre la placa base y el mortero. Para mortero con arena y cemento: $C_{f,d} = 0.20$. Para otros morteros, se debe determinar, y puede llegar a ser 0.3.
- $N_{c,Ed}$: Esfuerzo axial de compresión en la columna.

Si el esfuerzo axial es de tracción, la resistencia por rozamiento es $F_{f,Rd} = 0$.

13.2 Resistencia a cortante de un perno de anclaje

Tiene dos condiciones límite:

$$F_{vb,Rd} = \min(F_{1,vb,Rd}, F_{2,vb,Rd})$$

$F_{1,vb,Rd}$: resistencia de cálculo a cortante de un perno, estándar según EC3.

$$F_{1,vb,Rd} = \frac{\alpha_v f_{ub} A_s}{\gamma_{M2}}$$

$F_{2,vb,Rd}$: resistencia de cálculo a cortante de un perno embebido en hormigón.

$$F_{2,vb,Rd} = \frac{\alpha_{bc} f_{ub} A_s}{\gamma_{M2}}$$

$$\alpha_{bc} = 0.44 - 0.0003 f_{yb}$$

f_{yb} : límite elástico del material del perno, con $235 \text{ MPa} \leq f_{yb} \leq 640 \text{ MPa}$.

La segunda condición es más limitante que la primera, para los materiales ordinarios, pues $0.37 \leq \alpha_{bc} \leq 0.25$.

14 Rigidez rotacional de la unión

La rigidez rotacional de la unión se determina por el método de los componentes, según EN 1993-1-8, apartado 6.3 (Figura 36). Se parte de la rigidez de sus componentes básicos, representados por unos coeficientes de rigidez elástica k_i , que se combinan de forma adecuada para proporcionar la rigidez de la unión. Con esta descomposición en componentes, una expresión inicial de la rigidez rotacional de la unión es:

$$S_j = \frac{M}{\phi} = \frac{E z^2}{\sum \frac{1}{k_i}}$$

Donde z es el brazo de palanca de las fuerzas, y k_i la rigidez de los distintos componentes conectados en serie. En realidad, se emplea una expresión más compleja, en la que se tiene en cuenta que las distintas rigideces están a diferentes distancias del centro de giro, por lo que no se puede sumar directamente su flexibilidad.

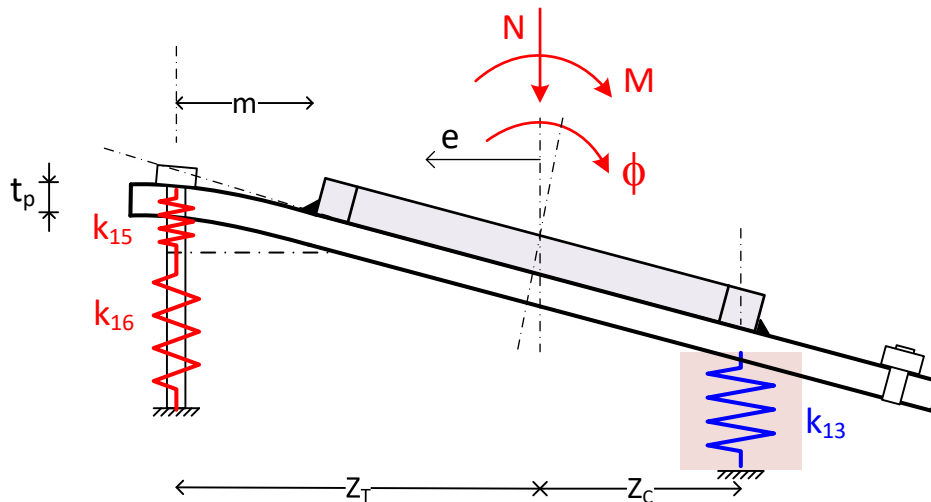


Figura 36. Componentes básicos para cálculo de la rigidez de la unión

14.1 Rigidez de los componentes básicos

Se indican en la tabla 6.11 de EN 1993-1-8, apartado 6.3.2.

- Rigidez de los pernos a tracción:

Con fuerzas de palanca: $k_{16} = 1.6 \frac{A_S}{L_b}$

Sin fuerzas de palanca: $k_{16} = 2.0 \frac{A_S}{L_b}$

L_b : longitud de alargamiento del perno, A_S : área del núcleo del perno.

- Rigidez de la placa base a flexión, en la zona de tracción, referida a la línea de acción de los pernos a tracción:

Con fuerzas de palanca: $k_{15} = 0.85 \frac{l_{eff} t_p^3}{m^3}$

Sin fuerzas de palanca: $k_{15} = 0.425 \frac{l_{eff} t_p^3}{m^3}$

l_{eff} : ancho eficaz de la placa base, calculado como para una chapa frontal.

m : distancia del tornillo a la línea de formación de la rótula plástica

- Rigidez de la placa base a flexión, en la zona de compresión: se considera $k_{14} = \infty$ pues su deformación ya se ha incluido en k_{13} .
- Rigidez de la zona de hormigón a compresión, incluyendo el mortero:

$$k_{13} = \frac{E_c \sqrt{b_{eff} l_{eff}}}{1.275 E}$$

E_C : Módulo elástico del hormigón.

b_{eff}, l_{eff} : Dimensiones de la superficie portante en compresión.

14.2 Rigidez de la unión

Combinando en serie la rigidez de los pernos k_{15} y la de la placa a flexión k_{16} se obtiene la rigidez equivalente de la zona a tracción k_T :

$$\frac{1}{k_T} = \frac{1}{k_{15}} + \frac{1}{k_{16}}$$

La rigidez equivalente de la zona a compresión es directamente $k_C = k_{13}$.

Combinando las rigideces a tracción y compresión con sus brazos de palanca, se obtiene la rigidez al giro del conjunto. Se obtienen expresiones diferentes para las distintas situaciones de tracción / compresión a la izquierda y derecha, que dependen de la excentricidad de la carga.

14.2.1 Caso de tracción a la izquierda y compresión a la derecha.

Corresponde a las dos situaciones de carga: $N_{Ed} > 0, e > Z_T$ y $N_{Ed} \leq 0, e \leq -Z_C$ (Figura 37).

La rigidez al giro es:

$$S_j = \frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_T} + \frac{1}{k_C} \right)} \frac{e}{e + e_k}$$

$$e_k = \frac{Z_C k_C - Z_T k_T}{k_T + k_C}$$

$z = Z_T + Z_C$: brazo de palanca.

El coeficiente μ es una relación de rigidez $\mu = \frac{S_{j,ini}}{S_j}$.

Este coeficiente tiene en cuenta la no-linealidad del sistema, pues cuando el momento aplicado se acerca al momento de resistencia, la rigidez disminuye. Por ejemplo, si $M_{Ed} = 0.9 M_{j,Rd}$ se obtiene $\mu = 2.24$. Su valor, para uniones soldadas y atornilladas con chapa frontal es:

$$\text{Si } M_{Ed} \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad \mu = 1$$

$$\text{Si } \frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{Ed} \leq M_{j,Rd} \quad \mu = \left(1.5 \frac{M_{Ed}}{M_{j,Rd}} \right)^{2.7}$$

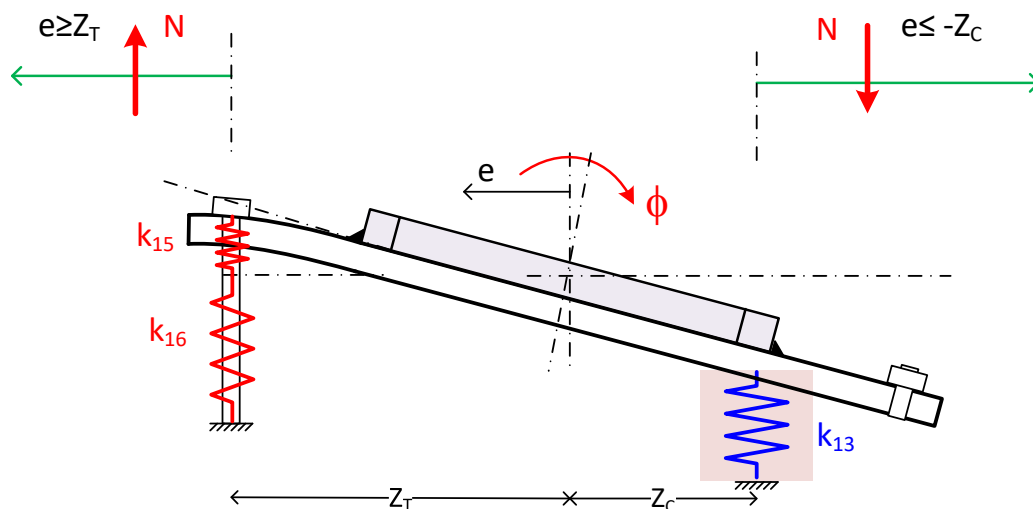


Figura 37. Modelo de rigidez para tracción a la izquierda y compresión a la derecha

14.2.2 Caso de compresión compuesta

Corresponde a la situación de carga: $N_{Ed} < 0, Z_C > e > -Z_C$. La excentricidad es pequeña y ambos lados están a compresión (Figura 38).

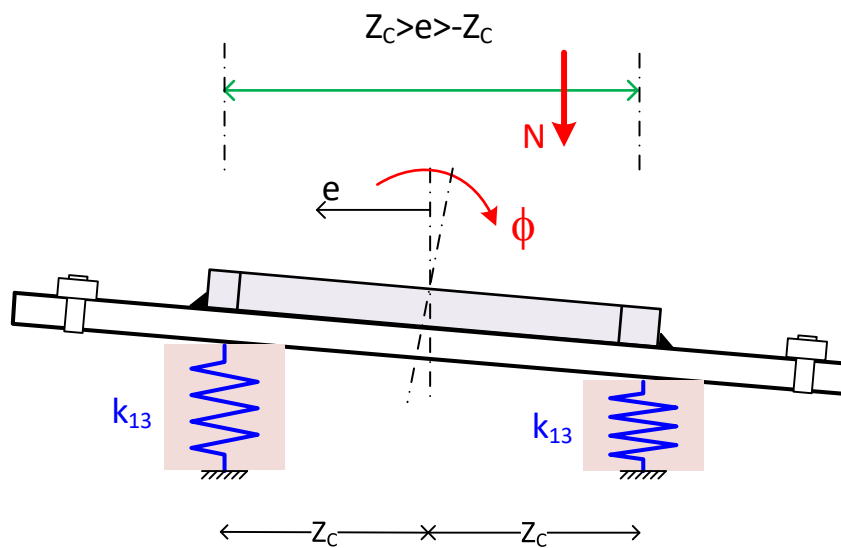


Figura 38. Modelo de rigidez para compresión compuesta

La rigidez de la unión es:

$$S_j = \frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_{13}} + \frac{1}{k_{13}} \right)}$$

En este caso, el brazo de palanca es: $z = Z_C + Z_C$, y el parámetro $e_k = 0$.

Todos los casos posibles figuran en la tabla 6.12 de EN 1993-1-8, reproducida a continuación.

Acciones	Rigidez rotacional $S_{j,ini}$	
Tracción a la izquierda Compresión a la derecha $z = Z_{TL} + Z_{CR}$	$N_{Ed} > 0$ y $e > Z_{TL}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $e \leq -Z_{CR}$
	$\frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_{TL}} + \frac{1}{k_{CR}} \right)} \frac{e}{e+e_k}$ con $e_k = \frac{Z_{CR} k_{CR} - Z_{TL} k_{TL}}{k_{TL} + k_{CR}}$	
Tracción a la izquierda Tracción a la derecha $z = Z_{TL} + Z_{TR}$	$N_{Ed} > 0$ y $0 < e < Z_{TL}$	$N_{Ed} > 0$ y $-Z_{TR} < e \leq 0$
	$\frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_{TL}} + \frac{1}{k_{TR}} \right)} \frac{e}{e+e_k}$ con $e_k = \frac{Z_{TR} k_{TR} - Z_{TL} k_{TL}}{k_{TL} + k_{TR}}$	
Compresión a la izquierda Tracción a la derecha $z = Z_{CL} + Z_{TR}$	$N_{Ed} > 0$ y $e < -Z_{TR}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $e > Z_{CL}$
	$\frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_{CL}} + \frac{1}{k_{TR}} \right)} \frac{e}{e+e_k}$ con $e_k = \frac{Z_{TR} k_{TR} - Z_{CL} k_{CL}}{k_{CL} + k_{TR}}$	
Compresión a la izquierda Compresión a la derecha $z = Z_{CL} + Z_{CR}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $0 < e < Z_{CL}$	$N_{Ed} \leq 0$ y $-Z_{CR} < e \leq 0$
	$\frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_{CL}} + \frac{1}{k_{CR}} \right)} \frac{e}{e+e_k}$ con $e_k = \frac{Z_{CR} k_{CR} - Z_{CL} k_{CL}}{k_{CL} + k_{CR}}$	

Tabla 6.12 de EN 1993-1-8. Rigidez rotacional S_j de los apoyos de pilares

14.3 Rigidez según la EAE

Se emplea el mismo método de los componentes que en el EC3, que se describe en el apartado 65.2.5 de la EAE.

La rigidez de los componentes se calcula de la misma forma que en el EC3, pero con otra nomenclatura para denominar la rigidez de los componentes.

La fórmula para cálculo de la rigidez es:

$$S_j = \frac{E z^2}{\sum \frac{1}{k_i}}$$

En esta expresión la EAE no incluye el término e_k que tiene en cuenta que las distintas k_i están a distancias distintas del centro de giro. Este término es importante en casos con mucha excentricidad. Por ejemplo, para el caso de compresión compuesta esta fórmula es adecuada, pero para el caso de flexión dominante es sólo aproximada.

No se describen las distintas configuraciones de fuerzas de tracción/compresión a izquierda y derecha, que influyen en el valor de Z , y en las k_i a considerar en cada caso.

15 Rigidez necesaria para garantizar el empotramiento

Para poder considerar el apoyo del pilar como un empotramiento rígido (Figura 39), la unión debe cumplir una serie de condiciones, que se indican en EC3 §5.2.2.5 y en EAE §65.2.5.

- Estructuras arriostradas, en las que la deformación horizontal ha sido disminuida en un 80% por el sistema de arriostramiento. La placa base debe cumplir una de las condiciones siguientes:

Esbeltez $\bar{\lambda}_0$	Condición
$\bar{\lambda}_0 \leq 0.5$	ninguna
$0.5 < \bar{\lambda}_0 < 3.93$	$S_j \geq 7 (2\bar{\lambda}_0 - 1) \frac{E I_c}{L_c}$
$\bar{\lambda}_0 \geq 3.93$	$S_j \geq 48 \frac{E I_c}{L_c}$

- Estructuras no arriostradas:

$$S_j \geq 30 \frac{E I_c}{L_c}$$

Siendo:

- $\bar{\lambda}_0$: esbeltez del pilar considerando una longitud de pandeo igual a su longitud real, es decir como si ambos extremos estuviesen articulados:

$$\bar{\lambda}_0 = \frac{L_c / i_c}{93.9 \epsilon}$$

- L_c : longitud de la columna.
- $E I_c$: rigidez de la columna a flexión.
- i_c : radio de giro de la columna a flexión.
- S_j : rigidez de la unión

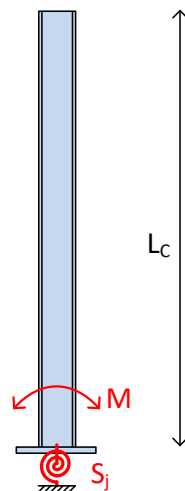


Figura 39. Rigidez de apoyo empotrado

16 Ejemplos

16.1 Ejemplo 1. Apoyo empotrado

Se trata de un poste HEB 220, material S275, apoyado en una placa de 420 x 320 x 20 mm. Está anclado con 4 pernos M16 calidad 8.8. La resistencia de cálculo del hormigón es $f_{jd} = 50 \text{ MPa}$.

Cargas transmitidas: $N_{Ed} = -325 \text{ kN}$ $M_{Ed} = 60 \text{ kN m}$

Excentricidad: $e = -185 \text{ mm}$

Brazos de palanca: $Z_T = 160 \text{ mm}$ $Z_C = 102 \text{ mm}$

Anchura adicional de soporte: $c = 25.4 \text{ mm}$

Superficie portante bajo ala: $l_{eff} = 270.8 \text{ mm}$ $b_{eff} = 66.9 \text{ mm}$, $A = 18110 \text{ mm}^2$

Resistencias:

Pernos a tracción: $F_{T3,Rd} = 181 \text{ kN}$

Placa a flexión: $F_{T,1-2,Rd} = 194 \text{ kN}$

Alma del poste a tracción: $F_{t,wc,Rd} = 398 \text{ kN}$

Resistencia de la unión a tracción: $F_{T,Rd} = 181 \text{ kN}$

Hormigón bajo ala: $F_{C,Rd} = 978 \text{ kN}$

Resistencia del ala del poste a compresión: $F_{c,fc,Rd} = 1062 \text{ kN}$

Resistencia de la unión a compresión: $F_{C,Rd} = 978 \text{ kN}$

Esfuerzos necesarios para soportar las cargas actuantes:

Esfuerzo de tracción en los pernos: $F_{L,Ed} = 102.5 \text{ kN}$ ($< F_{T,Rd} = 181$)

Esfuerzo de compresión bajo ala: $F_{R,Ed} = 427.5 \text{ kN}$ ($< F_{C,Rd} = 978$)

La Figura 40 muestra el estado de fuerzas en la unión, con la tracción a la izquierda y la compresión a la derecha.

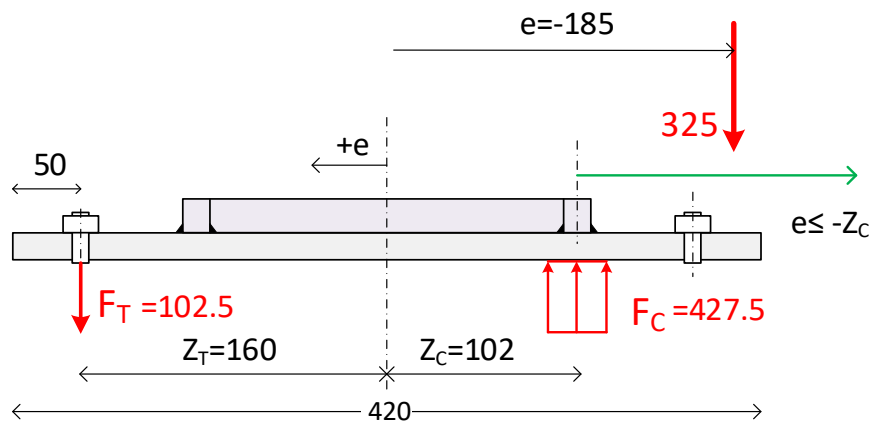


Figura 40. Estado de esfuerzos en el ejemplo 1

Resultados

Se trata de un caso con $N_{Ed} < 0$ y $e = -185 < -Z_{CR} = -102$. Con estos valores, el momento resistente máximo calculado según las expresiones del EC3 es:

$$M_{J,Rd} = \min\left(\frac{F_{TL,Rd} Z}{\frac{Z_{CR}}{e} + 1}, \frac{-F_{CR,Rd} Z}{\frac{Z_{TL}}{e} - 1}\right)$$

Sustituyendo $F_{TL,Rd} = 181 \text{ kN}$, $F_{CR,Rd} = 978 \text{ kN}$, $Z = 262 \text{ mm}$, se obtiene:

$$M_{J,Rd} = \min(106, 137)$$

De los dos valores, el mínimo corresponde al efecto limitante de la tracción en los pernos $F_{TL,Rd}$, cuando alcanza su valor máximo de 181 kN .

$$M_{J,Rd} = 106 \text{ kN m}$$

El esfuerzo axial máximo asociado al momento resistente máximo es:

$$N_{j,Rd} = \frac{M_{J,Rd}}{e} = -574 \text{ kN}$$

Con este esfuerzo axial máximo, la fuerza de compresión bajo el ala es de:

$$F_{CR} = F_{TL,Rd} - N_{j,Rd} = 181 - (-574) = 755 \text{ kN}$$

que es inferior a la resistencia a compresión de $F_{CR,Rd} = 978 \text{ kN}$.

La Figura 41 muestra la distribución de esfuerzos para absorber el máximo momento y el axial asociado a él, según EC3.

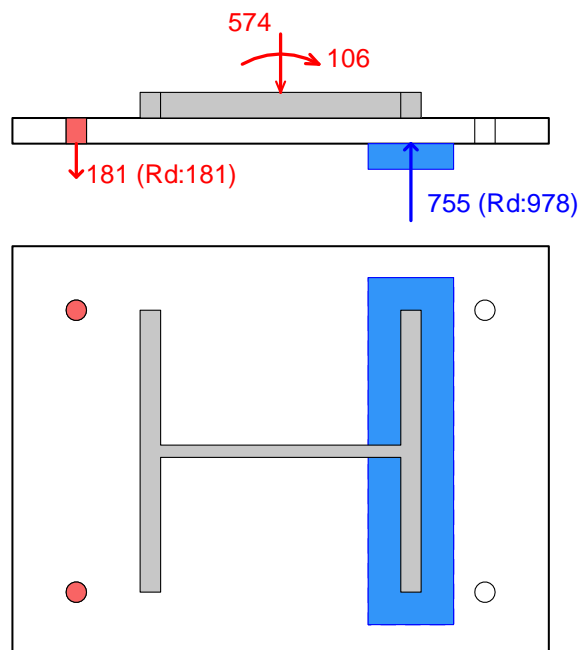


Figura 41. Distribución de esfuerzos en el ejemplo 1

Diagrama M-N

La Figura 42 muestra el diagrama envolvente M-N. Se indican los puntos correspondientes a las cargas de diseño (+) y al momento máximo según EC3 (*), para la excentricidad $e = -185 \text{ mm}$ de la carga aplicada.

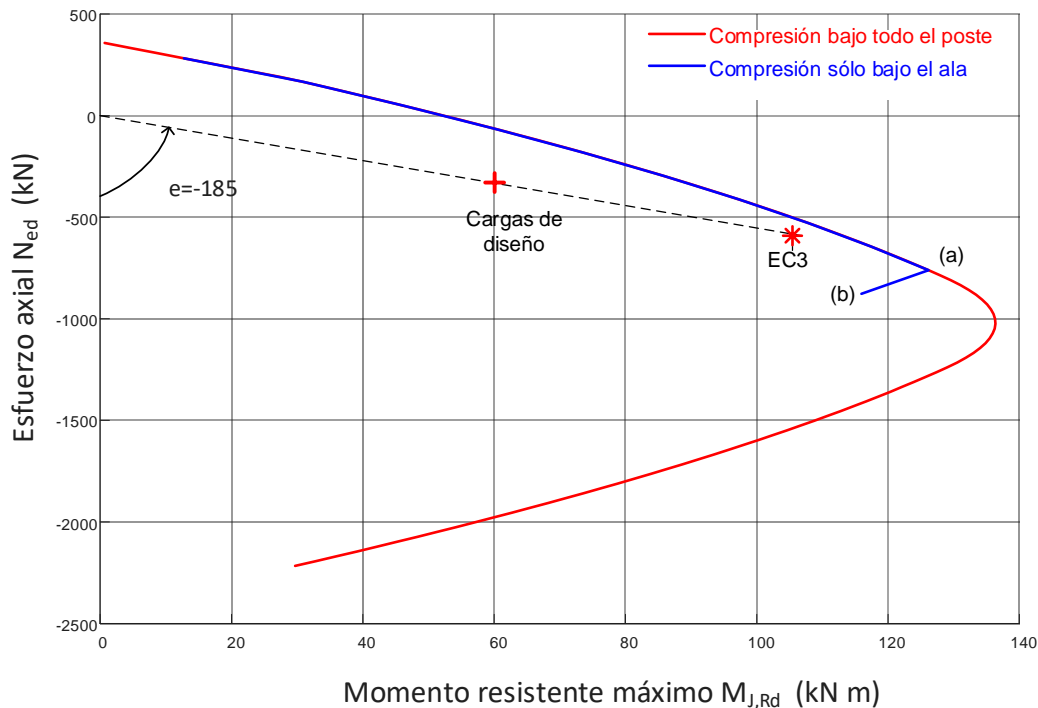


Figura 42. Diagrama de resistencia M-N del ejemplo 1

16.2 Ejemplo 2. Apoyo empotrado rigidizado

Se trata de un apoyo con las mismas características que el del ejemplo 1, añadiendo un rigidizador alineado con el alma del poste, del mismo espesor que el alma del poste (9.5 mm), hasta el borde de la placa.

Cargas transmitidas: $N_{Ed} = -325 \text{ kN}$ $M_{Ed} = 60 \text{ kN m}$

Excentricidad: $e = -185 \text{ mm}$

Considerando que la zona a compresión corresponde a la zona bajo el ala y bajo el rigidizador, las nuevas magnitudes son:

Brazos de palanca: $Z_T = 160 \text{ mm}$ $Z_C = 116 \text{ mm}$

Anchura adicional de soporte: $c = 25.4 \text{ mm}$

Superficie portante bajo el ala: $l_{eff} = 270.8 \text{ mm}$ $b_{eff} = 66.9 \text{ mm}$, $A = 18110 \text{ mm}^2$

Superficie portante bajo el rigidizador 4501 mm^2

Resistencias:

Pernos a tracción: $F_{T3,Rd} = 181 \text{ kN}$

Placa a flexión: $F_{T,1-2,Rd} = 203 \text{ kN}$. Aumenta por la presencia del rigidizador.

Alma del poste a tracción: $F_{t,wc,Rd} = 417 \text{ kN}$. Aumenta por la presencia del rigidizador.

Resistencia de la unión a tracción: $F_{T,Rd} = 181 \text{ kN}$

Hormigón bajo ala y rigidizador: $F_{C,Rd} = 1220 \text{ kN}$

Resistencia del ala del poste a compresión: $F_{c,fc,Rd} = 1062 \text{ kN}$

Resistencia de la unión a compresión: $F_{C,Rd} = 1062 \text{ kN}$

Esfuerzos necesarios para soportar las cargas actuantes:

Esfuerzo de tracción en los pernos: $F_{L,Ed} = 81 \text{ kN}$ ($< F_{T,Rd} = 181$)

Esfuerzo de compresión bajo ala: $F_{R,Ed} = 406 \text{ kN}$ ($< F_{C,Rd} = 1062$)

La Figura 43 muestra el estado de fuerzas en la unión

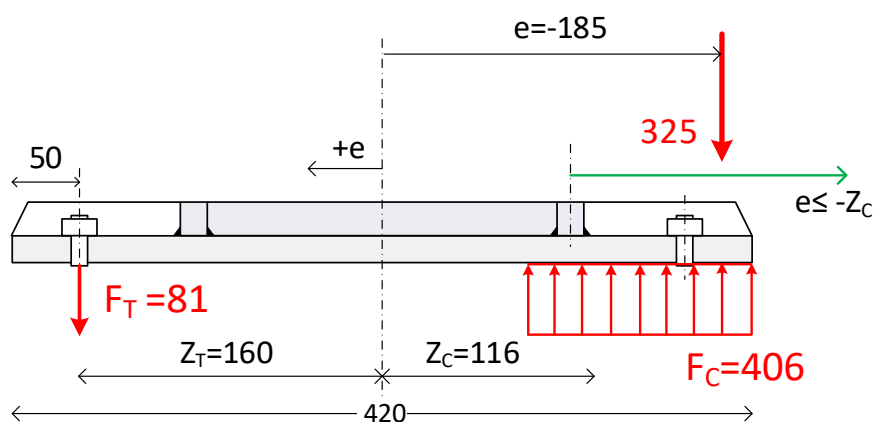


Figura 43. Estado de esfuerzos en el ejemplo 2

Resultados

Se trata de un caso con $N_{Ed} < 0$ y $e = -185 < -Z_{CR} = -116$. Con estos valores, el momento resistente máximo calculado según las expresiones del EC3 es:

$$M_{J,Rd} = 134.5 \text{ kN m}$$

El esfuerzo axial máximo asociado a este momento resistente máximo es:

$$N_{j,Rd} = \frac{M_{j,Rd}}{e} = -729 \text{ kN}$$

El efecto limitante es la resistencia a tracción de los pernos, con su valor máximo de 181 kN . La fuerza de compresión bajo el ala y rigidizador es de 909 kN , inferior a la resistencia a compresión de esta zona, que es de 1062 kN .

La Figura 44 muestra la distribución de esfuerzos para absorber el máximo momento y el axial asociado a él según EC3, en la hipótesis de compresión repartida bajo ala y rigidizador.

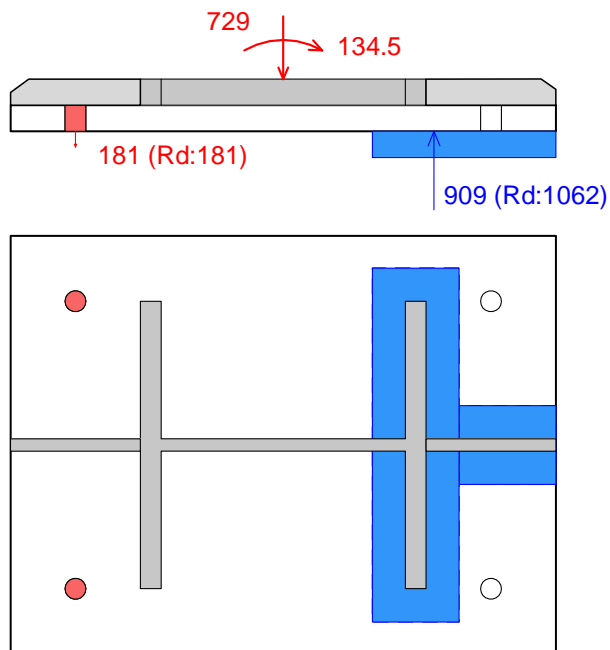


Figura 44. Distribución de esfuerzos en el ejemplo 2 según EC3

Diagrama M-N

La Figura 45 muestra los diagramas envolventes M-N para las dos soluciones, con y sin rigidizador, así como la línea límite de resistencia de la sección de la columna. Se indica asimismo el punto de momento máximo según EC3 (*), para la excentricidad de las cargas aplicadas.

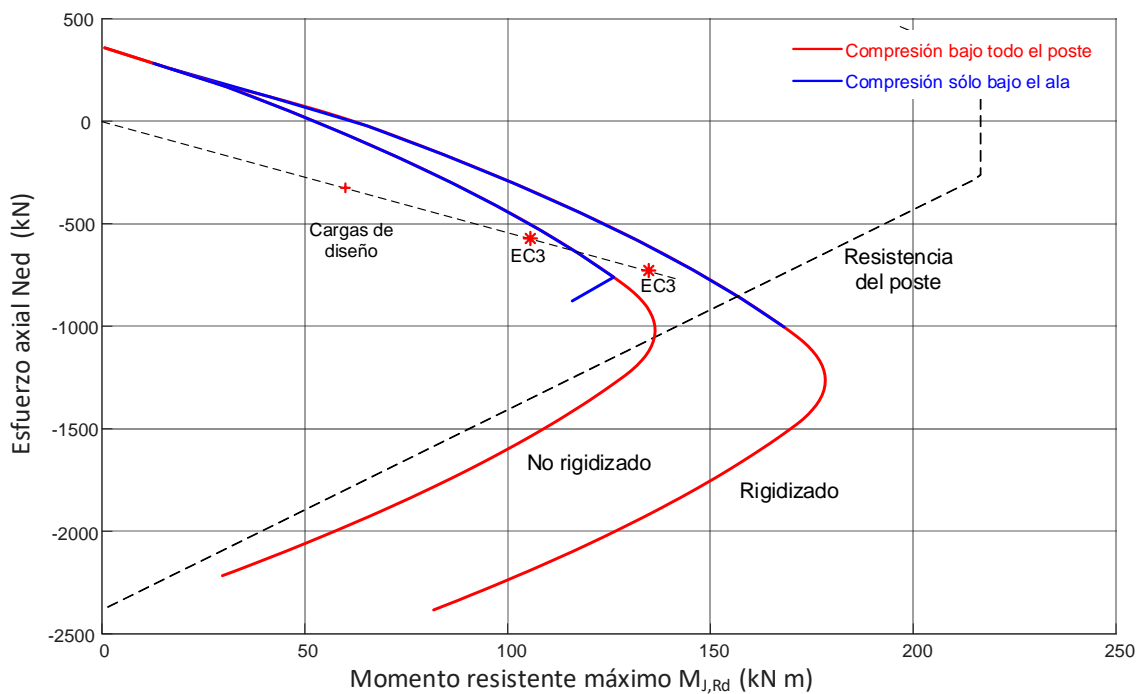


Figura 45. Diagrama de resistencia M-N del ejemplo 2

17 Referencias

- [1] Wald F., Hofmann J., Kuhlmann U et al, *Design of Steel to Concrete Joints, Design Manual I*, ECCS, 2014, ISBN: 978-92-9147-119-5.
- [2] Jaspart J. P., Weynand K., *Design of Joints in Steel and Composite Structures*, Wiley - ECCS, 2016, ISBN: 978-92-9147-132-4.
- [3] SKILLS project. *Base Plate Connections*
- [4] *Joints in Steel Construction: Moment-resisting Joints to Eurocode 3*, Document P398, SCI & BSCA, The Steel Construction Institute & The British Constructional Steelwork Association Ltd., 2015, ISBN: 978-1-85-942209-0.
- [5] EN 1993-1-8. Eurocódigo 3, Proyecto de Estructuras de Acero, Parte 1-8: Uniones.
- [6] EAE Instrucción de Acero Estructural. Ministerio de Fomento, 2011.
- [7] CTE: Código Técnico de la Edificación. Documento básico DB-SE-A Seguridad Estructural, Acero, 2007.