MADDY, PENELOPE
Defending the Axioms, Oxford University Press, Oxford, 2011, 150 pp.

En su último libro Maddy busca profundizar en las cuestiones fundamentales de las matemáticas. Dentro del marco naturalista que había establecido en *Second Philosophy* (2007), intenta separar dichos fundamentos de las cuestiones filosóficas sobre la verdad y la existencia matemática para darles mayor solidez (pp. ix y ss). Comienza considerando los axiomas de la teoría de conjuntos (capítulo I) y se pregunta sobre el modo de fundamentarlos (capítulo II). Para buscar una respuesta se aproxima a la ontología y a la epistemología de las matemáticas y estudia dos posturas aparentemente contrapuestas: el realismo (capítulo III) y el arrealismo (capítulo IV). Termina el libro sugiriendo que basta con un tipo de objetividad matemática mínima (capítulo V) para fundamentar las matemáticas.

El punto de partida de su estudio es el momento en que surgen las matemáticas puras y la teoría de conjuntos. En esa época se entrelazan tres circunstancias históricas: el estudio de algunos conceptos, estructuras y teorías matemáticas que no tenían una aplicación inmediata al mundo; las alternativas que surgieron al tratamiento euclídeo de la geometría; y el grado de abstracción que fueron alcanzando los nuevos modelos matemáticos de la física (p. 27).

En este proceso histórico la teoría de conjuntos y su método se constituyen en una herramienta para las teorías matemáticas. Por eso la autora, desde una filosofía “segunda” de enfoque naturalista, explora las distintas posturas sobre dicha herramienta y concluye que la teoría de conjuntos es un cuerpo de verdades sobre los conjuntos y que sus métodos son guías fiables de su desarrollo. Sin embargo queda sin resolver cuál es el fundamento último de dicha verdad y fiabilidad (p. 61).

Maddy rechaza el realismo platónico como modo de fundamentar la verdad y fiabilidad de las matemáticas, por las dificultades ontológicas y epistemológicas que presenta, y se inclina a favor de un realismo fino. Dicho realismo fino partiría del papel de las matemáticas en la ciencia y desde allí se movería hacia la verdad y existencia de la teoría de conjuntos, sin pretender ir más allá de lo que la teoría de conjuntos dice de sí misma. Según esta postura los conjuntos y sus métodos estarían en el mismo plano de conocimiento, lo que permitiría fundamentarlos mejor y evitar caer en un escepticismo epistemológico. Si los conjuntos no son realidades que están en un mundo platónico, los métodos de conocimiento tampoco tienen que salvar esa distancia (p. 77).

De este modo, bajo la teoría de conjuntos y sus métodos subyacería una realidad objetiva que resalta la íntima conexión que hay entre ellos. El realismo fino surgiría naturalmente de la ciencia: la fecundidad de la teoría de conjuntos y sus métodos sería garante de la realidad objetiva que subyace a ellos. La naturaleza fundamental de los conjuntos —y quizá de toda la matemática— sería su papel de instrumentos fructíferos y la función de los métodos sería la de delimitar los contornos donde los conjuntos funcionan bien (p. 83).

Hasta este punto la autora, partiendo del modo de hacer matemáticas en la teoría de conjuntos, estudia sus métodos, los encuentra válidos e idea una metafísica mínima que se adapta al caso. De este modo evita comenzar por la metafísica para preguntarse después por los métodos (p. 86). Sin embargo en el capítulo cuarto realiza un giro argumentativo que minimiza el realismo naturalista, hasta caer en una especie de instrumentalismo objetivista. La pregunta sobre la verdad matemática se ve desplazada a la pregunta sobre el milagro de las matemáticas aplicadas (p. 96).

En este nuevo contexto Maddy defiende el arrealismo como una postura filosófica válida y la confronta con el realismo fino. El arrealismo niega que los conjuntos existan y que la teoría de conjuntos se pueda considerar como un cuerpo de verdades. Sin embargo, en cuanto al método es indistinguible del realismo fino. Ambas posturas darían una respuesta distinta en un nivel superior, que no afecta al desarrollo práctico de la actividad científica, y procederían de prejuicios previos derivados de la aproximación que se ha tenido a la teoría de conjuntos (p. 109). La aplicación de verdad y existencia a las matemáticas puras no se impone (realismo fino), ni se prohíbe (arrealismo), simplemente son modos alternativos de entender la realidad de los hechos objetivos que subyacen a la matemática práctica (p. 112). La realidad última serían precisamente esos hechos objetivos.

En la última parte del libro, la autora se centra en el modo de defender o justificar los axiomas de la teoría de conjuntos. Apoyándose en el teorema de incompletitud de Gödel muestra que requieren de una justificación externa y que dicha justificación podría venir del realismo fino, del arrealismo o el objetivismo, pero no del realismo platónico. De este modo evita que las críticas al realismo platónico reviertan en una crítica a las justificaciones externas.

Maddy termina sugiriendo que las justificaciones intrínsecas son meramente instrumentales y que la justificación fundamental de las matemáticas es extrínseca. Esta justificación vendría del *objetivo* de las matemáticas: lograr teorías consistentes, modos efectivos de organizar y extender el pensamiento matemático, métodos heurísticos útiles para generar nuevas hipótesis productivas… El ser y el fin último de las matemáticas no serían una metafísica lejana a la que accedemos a través de cierta facultad racional, sino los hechos totalmente palpables de la profundidad de las matemáticas (p. 137).

En resumen, Maddy aplica el método “científico” al estudio metateórico de la matemática y cuando parece que ha llegado a un “realismo” mínimo, da un paso más hasta llegar a una posición que no se compromete con la existencia de ningún objeto matemático, sino sólo con los hechos. La justificación externa que propone se sustenta en la fecundidad de los desarrollos matemáticos, lo que en lugar de desvestir a los objetos matemáticos de existencia —como hace la autora— debería fundamentarlos. No es suficiente con afirmar la mayor importancia de la justificación externa de las matemáticas, sino reconocer que si se da esa justificación no vale cualquier tipo de interpretación sobre la realidad: ni un realismo robusto, como critica la autora, ni un objetivismo que se apoya en los hechos desnudos, como sostiene la autora. La realidad de los hechos remite a una realidad matemática subyacente, a un realismo fino.

Rubén Herce. Universidad de Navarra
rherce@gmail.com